



## بهبود الگوریتم انفجار نارنجک برای حل مسأله تشکیل سلول پویا

جمال ارکات<sup>\*</sup>، مهدی حسین آبادی فراهانی و وحید ناصری

### چکیده:

تشکیل سلول اولین و مهمترین مرحله در طراحی یک سیستم تولید سلولی است. در این مقاله، مدل ریاضی برنامه‌ریزی خطی مسأله تشکیل سلول پویا با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های جابجایی بین سلولی و ساختاردهی مجدد سلولی ارائه می‌شود. به دلیل ناچندجمله‌ای بودن مسأله تشکیل سلول و نسخه‌های مختلف آن، یک الگوریتم فراابتکاری نسبتاً جدید تحت عنوان روش انفجار نارنجک برای حل مسأله موردنظر توسعه داده شده است. به منظور افزایش کارایی، تغییراتی در روش انفجار نارنجک ایجاد شده است. این تغییرات شامل اصلاح نحوه انتخاب مکان نارنجک در مراحل متوالی، تغییر نحوه جواب‌های تولید شده در خارج از فضای شدنی و استفاده از مفهوم نارنجک آزاد به منظور افزایش تنوع جواب‌ها می‌باشد. نتایج محاسباتی حاکی از آن است که الگوریتم بهبودیافته قابلیت حل مسائل تشکیل سلول پویا در ابعاد بزرگ را دارا بوده و نسبت به روش انفجار نارنجک استاندارد، دارای کارایی بیشتری است. کارایی الگوریتم‌های ارائه شده با الگوریتم آنلاین شبیه‌سازی شده نیز مورد مقایسه قرار گرفته است و بار دیگر نتایج برتری روش انفجار نارنجک بهبودیافته را نشان می‌دهد.

### کلمات کلیدی

سیستم‌های تولید سلولی،  
مسأله تشکیل سلول پویا،  
الگوریتم‌ها فراابتکاری،  
روش انفجار نارنجک

(سلول) بهره می‌برد [۱]. در تولید سلولی، قطعات براساس ترتیب عملیات انجام شده بر روی آنها در خانواده‌های قطعات دسته‌بندی می‌شوند و برای هر خانواده از قطعات، گروهی از ماشین‌ها (سلول) تخصیص داده می‌شوند. مزیت سیستم‌های تولید سلولی نسبت به سیستم‌های متعارف تولیدی، سهولت مدیریت سلول‌های تولیدی (به عنوان زیرسیستم‌های تولیدی نسبتاً مستقل) نسبت به کل سیستم تولیدی می‌باشد.

اغلب شیوه‌های طراحی تولید سلولی، صرفاً یک دوره برنامه‌ریزی را در نظر می‌گیرند. در این روش‌ها فرض می‌شود که داده‌های مسأله مانند تقاضا و حجم تولید در طول دوره برنامه‌ریزی، ثابت باشند. این در حالی است که با کمتر شدن چرخه عمر محصولات و زمان ارائه محصولات جدید، تقاضا و در نتیجه میزان تولید به طور مداوم دچار تغییر می‌گردد [۲ و ۳]. عبارتی در سیستم‌های تولید سلولی، تقاضای کالاهای تولیدی چندان قابل پیش‌بینی نیست و بنابراین لازم است افق برنامه‌ریزی به دوره‌های کوچک‌تری با تقاضا و میزان تولید مختص به خود تقسیم گردد. تحت چنین شرایطی با شرایط تولید پویا یا محیط پویا<sup>۴</sup> روبرو هستیم.

### ۱. مقدمه

تجربه نشان داده است که تولید کارگاهی و خط تولید نمی‌توانند پاسخگوی نیازهای تولیداتی باشند که علاوه بر حجم تولید انبوه، نیازمند تغییر در طراحی و نوع تقاضا نیز هستند. برای رفع مشکلات سیستم‌های متعارف تولیدی و دستیابی به هدف تولید انبوه محصولات متنوع، تولید سلولی<sup>۲</sup> (CM) به عنوان کاربردی از تکنولوژی گروهی<sup>۳</sup> (GT) معرفی گردیده است. در مباحث تولیدی، از GT به عنوان یک فلسفه تولیدی یاد می‌شود که با تعریف مفهوم تشابه قطعات و دسته‌بندی آنها در خانواده قطعات از مزایای تولید محصولات مشابه در واحدهای تولیدی اختصاصی

تاریخ وصول: ۹۰/۲/۱۲

تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲۵

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر جمال ارکات، استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان j.arkat@uok.ac.ir  
مهدی حسین آبادی فراهانی، دانش آموخته دوره کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان mehdi.hossienabadi@uok.ac.i  
وحید ناصری، دانش آموخته دوره کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان vahid.naseri@uok.ac.ir

<sup>4</sup> Dynamic environment

<sup>2</sup> Cellular manufacturing

<sup>3</sup> Group technology

عصبی مصنوعی در شرایط قطعی حل نموده‌اند. بجزستانی<sup>۶</sup> و سایرین [۱۲]، مدل برنامه‌ریزی چند معیاره‌ای را برای تشکیل سلول پویا، ارائه نموده‌اند و از الگوریتم جستجوی پراکنده (SC)<sup>۷</sup> برای حل آن استفاده کرده‌اند.

در این مقاله یک مدل ریاضی خطی دودویی با هدف حداقل کردن مجموع هزینه‌های جابجایی بین‌سلولی و ساختاردهی مجدد سلولی برای مسأله تشکیل سلول در شرایط پویا ارائه می‌شود. از آنجایی که مسأله تشکیل سلول پویا یک مسأله ناچندجمله‌ای سخت<sup>۸</sup> است [۱۳]، به منظور حل مدل ارائه شده از یک الگوریتم فراابتکاری تحت عنوان روش انفجار نارنجک<sup>۹</sup> (GEM) استفاده شده است [۱۴]. به منظور افزایش کارایی الگوریتم ارائه شده، اصلاحاتی در آن اعمال شده است. این اصلاحات شامل تغییر در نحوه انتخاب مکان نارنجک در مراحل متوالی الگوریتم، استفاده از مفهوم جدید نارنجک آزاد و تغییر در اصلاح جواب‌های تولید شده در خارج از فضای شدنی می‌باشد. نتایج محاسباتی نشان می‌دهند که الگوریتم بهبودیافته قابلیت حل مسائل تشکیل سلول پویا در ابعاد بزرگ را دارد و نسبت به نسخه استاندارد الگوریتم انفجار نارنجک و همچنین الگوریتم آنلینگ شبیه‌سازی شده از کارایی بیشتری برخوردار است. ساختار این مقاله بدین صورت تنظیم شده است؛ نخست در بخش دوم، مدل تشکیل سلول تحت شرایط پویا ارائه شده است. در بخش سوم، روش انفجار نارنجک استاندارد و نحوه حل مسأله شرح داده شده است. در بخش چهارم، تغییرات صورت گرفته در الگوریتم بهبود یافته معرفی شده‌اند. نتایج محاسباتی در بخش پنجم و نتیجه‌گیری در بخش ششم ارائه شده‌اند.

## ۲. مدل ریاضی تشکیل سلول پویا

در این بخش به ارائه مدل ریاضی برای مسأله تشکیل سلول پویا پرداخته می‌شود. تابع هدف این مدل به صورت کمینه کردن مجموع هزینه‌های جابجایی بین‌سلولی و ساختاردهی مجدد سلولی تعریف می‌شود. از هر ماشین یک نسخه وجود دارد و هر سلول در هر دوره ظرفیت محدودی برای قرار گرفتن ماشین‌ها دارد و حداقل یک ماشین در هر سلول باید وجود داشته باشد. مجموعه اندیس‌ها و نمادهای به کارگرفته شده به همراه مدل موردنظر به شرح زیر می‌باشند:

اندیس‌ها:

$m$  و  $n$ : اندیس ماشین‌ها

$h$ : اندیس دوره برنامه‌ریزی

$C$ : اندیس سلول‌ها

لازم به ذکر است که در شرایط پویا، تقاضا و میزان تولید در هر دوره متفاوت و قطعی هستند [۴].

با تغییراتی که در مقدار و نوع تقاضا در طول دوره برنامه‌ریزی صورت می‌گیرد، سلول‌های تولیدی باید از زمانی به زمان دیگر، دوباره تعریف شوند. طراحی بهینه سلول‌ها در هر دوره برنامه‌ریزی ممکن است با بروز تغییرات در مقدار و نوع تقاضا، برای دوره‌های دیگر مناسب نباشد. برای یک طراحی موفق باید برنامه‌ریزی را در طول زمان برای همه دوره‌ها و با در نظر گرفتن تغییرات پیوسته تقاضا انجام داد. در طول دوره‌های برنامه‌ریزی، تغییرات در ساختار سلول‌ها می‌تواند شامل تبادل ماشین‌های موجود بین دو سلول، اضافه کردن یک یا چند ماشین به یک سلول، حذف یک یا چند ماشین از یک سلول یا تغییر مکان ماشین‌های فعلی درون سلول-ها باشد. برخی از تحقیقاتی که با رویکردهای متفاوت به مسأله تشکیل سلول پویا پرداخته‌اند و در حل مدل‌های ریاضی ارائه شده از الگوریتم‌های حل متفاوت استفاده کرده‌اند، به شرح زیر می‌باشند:

صفایی و همکاران [۵]، مدل ریاضی غیرخطی عدد صحیح را در شرایط پویا برای غلبه بر تغییرات تقاضا و میزان تولید ارائه نموده‌اند و به منظور حل مدل ارائه شده از یک الگوریتم ترکیبی شامل آنلینگ مقدار میانگین<sup>۱</sup> (MFA) و الگوریتم آنلینگ شبیه‌سازی شده<sup>۲</sup>، استفاده نموده‌اند.

آسکین<sup>۳</sup> و همکاران [۶] الگوریتمی چهار مرحله‌ای برای حل مسأله تشکیل سلول با در نظر گرفتن تغییرات تقاضا و میزان تولید ارائه نموده‌اند. صفایی و همکاران [۷] با استفاده از برنامه-ریزی فازی، مدل ریاضی عدد صحیح مربوط به مسأله تشکیل سلول را در محیطی پویا و غیرقطعی حل کرده‌اند. توکلی مقدم و همکاران [۸]، مدل چندمعیاره خطی عدد صحیحی را برای مسأله تشکیل سلول پویا معرفی کرده‌اند و از الگوریتم آنلینگ شبیه-سازی شده به منظور حل آن استفاده نموده‌اند. توکلی مقدم و همکاران [۹]، مدل ارائه شده توسط مانگ و اتانا<sup>۴</sup> [۱۰] را با الگوریتم‌های فرابتکاری نظیر آنلینگ شبیه‌سازی شده، الگوریتم ژنتیک و الگوریتم جستجوی ممنوعه<sup>۵</sup> (TS) حل کرده‌اند و بعد از مقایسه با الگوریتم شاخه و کرانه، نشان داده‌اند که الگوریتم آنلینگ شبیه‌سازی شده برای حل این مدل، جواب‌های مناسب-تری را تولید می‌کند.

سعیدی مهرآباد و صفایی [۱۱]، مدل تشکیل سلول پویا را با در نظر گرفتن تعداد سلول‌های متغیر برای دوره‌های متوالی برنامه‌ریزی، توسعه داده و سپس مدل مربوطه را با شبکه‌های

<sup>1</sup> Mean Field Annealing

<sup>2</sup> Simulated Annealing

<sup>3</sup> Askin

<sup>4</sup> Mungwattana

<sup>5</sup> Tabu search

<sup>6</sup> Bajestani

<sup>7</sup> Scatter Search

<sup>8</sup> NP-hard

<sup>9</sup> Grenade Explosion Method

پارامترهای مسأله:

$$\min \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^M \sum_{c=1}^C d_{mn} f_{mnh} P_{mnh} + \sum_{h=1}^{H-1} \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^C \delta_m Q_{mch} \quad (5)$$

 $F_{mnh}$ : مقدار جریان بین ماشین‌های  $m$  و  $n$  در دوره  $h$  $d_{mn}$ : هزینه جابجایی بین سلولی بین ماشین‌های  $m$  و  $n$  $\delta_m$ : هزینه تغییر مکان بین سلولی ماشین  $m$  $C$ : تعداد سلول‌ها $M$ : تعداد ماشین‌ها $H$ : تعداد دوره‌ها $UB$ : حداکثر ظرفیت هر سلول

به منظور اعمال تغییر متغیر عنوان شده، لازم است محدودیت‌های خطی (۶) و (۷) باید به مدل افزوده شوند.

$$P_{mnh} \geq Z_{mch} - Z_{nch} \quad \forall m, n, c, h \quad (6)$$

$$Q_{mch} \geq Z_{mch} - Z_{mc(h+1)} \quad \forall m, n, c, h < H \quad (7)$$

متغیر تصمیم مسأله:

$Z_{mch}$ : اگر ماشین  $m$  در دوره  $h$  در سلول  $c$  قرار گیرد برابر ۱ و در غیر این صورت برابر ۰ است.

واضح است که متغیرهای جدید نیز از نوع دودویی هستند و بنابراین پس از بازنویسی مدل و افزودن محدودیت‌های جدید، مدل همچنان به صورت دودویی خالص باقی خواهد ماند و می‌توان آن را توسط الگوریتم‌های شاخه و کرانه متعارف یا الگوریتم شمارش ضمنی حل نمود.

### ۳. نسخه استاندارد روش انفجار نارنجک

روش انفجار نارنجک یکی از جدیدترین الگوریتم‌های تکاملی است که توسط اهری و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۰۹ معرفی شده است. ایده اصلی این الگوریتم از مشاهده انفجار نارنجک و پرتاب ترکش‌های منشعب شده از آن نشأت گرفته است. هر ترکش با فرود در هر نقطه با توجه به اهمیت آن نقطه، مقدار خرابی مشخصی را ایجاد می‌کند.

مقادیر بزرگ‌تر خرابی حاکی از آن است که ترکش در نقطه مناسب‌تری فرود آمده است. برای ایجاد خرابی‌های بیشتر، مکان پرتاب نارنجک بعدی از بین بهترین مکان ترکش‌ها انتخاب می‌شود.  $L_e$  حداکثر مقدار طولی است که ترکش می‌تواند پرتاب شود. مقادیر زیاد  $L_e$  باعث می‌شود که ترکش‌ها فضای گسترده‌تر را جستجو کنند و مقادیر کم  $L_e$  باعث می‌شود که ترکش‌ها در فواصل نزدیک‌تر از نارنجک به جستجو بپردازند. مقدار خرابی ایجاد شده در این الگوریتم، برابر مقدار برازندگی تابع هدف فرض می‌شود.

در این الگوریتم موقعیت مکانی فرود نارنجک نشان دهنده نحوه مقداردهی به متغیرهای مسأله می‌باشند و لذا هر راه‌حل (محل فرود نارنجک) برداری است که دارای بعدی برابر با تعداد متغیرهای مسأله است. با این اوصاف در صورتی که  $X$  موقعیت مکانی نارنجک باشد آنگاه:

$$X = \{X_i\}, \quad i = 1, \dots, D \quad (8)$$

که در آن،  $D$  به عنوان بعد فضا و برابر با تعداد متغیرهای مستقل مسأله تعریف می‌شود.

$$\min \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=m+1}^M \sum_{c=1}^C d_{mn} f_{mnh} Z_{mch} (1 - Z_{nch}) + \sum_{h=1}^{H-1} \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^C \delta_m Z_{mch} (1 - Z_{mc(h+1)}) \quad (1)$$

Subject to:

$$1 \leq \sum_{m=1}^M Z_{mch} \leq UB \quad \forall c, h \quad (2)$$

$$\sum_{c=1}^C Z_{mch} = 1 \quad \forall m, h, c \quad (3)$$

$$Z_{mch} \in \{0, 1\} \quad \forall m, c, h \quad (4)$$

تابع هدف مدل فوق (معادله ۱) به دنبال حداقل کردن مجموع هزینه‌های جابجایی بین سلولی و ساختاردهی مجدد سلولی می‌باشد. در این تابع، بر اساس مقدار جریان عبوری بین سلول‌ها در هر دوره، هزینه هر واحد جابه‌جایی و هزینه تغییر مکان ماشین از سلولی به سلول دیگر در خلال دوره‌ها به دست می‌آید. محدودیت (۲)، محدودیت ظرفیت هر سلول را نشان می‌دهد و بدین معنی است که تعداد ماشین‌های هر سلول در هر دوره بین ۱ و  $UB$  خواهد بود. محدودیت (۳) نشان می‌دهد که در هر دوره از هر ماشین یک عدد وجود دارد. آخرین محدودیت بدین معنی است که مدل موردنظر یک مدل دودویی خالص است.

به منظور خطی سازی مدل ارائه شده به جای عبارت  $Z_{mch}(1 - Z_{nch})$  در تابع هدف عبارت  $P_{mnh}$  و به جای عبارت  $Z_{mch}(1 - Z_{mc(h+1)})$  عبارت  $Q_{mch}$  قرار داده می‌شود. تابع هدف به صورت رابطه (۵) نوشته می‌شود و محدودیت‌های (۶) و (۷) به مدل اضافه می‌گردند.

یا مثبت تولید شده در هر دوره از جواب، نباید بیش از سه عدد باشد.

### ۳-۳. تولید مکان‌های مناسب حوالی مکان هر نارنجک

با استفاده از رابطه (۱۱) به تعداد  $N_q$  مکان در حوالی هر نارنجک به منظور قرارگیری ترکش‌ها تولید می‌شود.  $N_q$  تعداد ترکش‌های هر نارنجک بوده و یکی از پارامترهای الگوریتم است.

$$X'_j = X + \text{sign}(r) |r|^p L_e \quad j = 1, \dots, N_q \quad (11)$$

در رابطه فوق  $X'_j$ ، مکان فرود ترکش  $j$ ام،  $X$  مکان نارنجک و  $r$  مقداری است که به طور تصادفی از توزیع یکنواخت  $[1, -1]$  به دست می‌آید. مکان ترکش‌ها باید به گونه‌ای انتخاب شوند که در داخل فضای شدنی بوده و محدودیت ظرفیت سلول‌ها را نیز مراعات نمایند. اگر ترکشی خارج از فضای جواب قرار گیرد باید به داخل فضای جواب منتقل شود. شرط دیگری که برای پذیرفتن مکان ترکش وجود دارد این است که از سایر نارنجک‌ها فاصله‌ای حداقل برابر با  $R_f$  داشته باشد. در رابطه (۱۱)، مقادیر بزرگ برای  $p$  امکان جستجوی دقیق‌تر فضای نزدیک نارنجک منفجر شده را فراهم می‌کند و مقادیر کم برای  $p$  باعث جستجوی بهتر فضاهای دورتر می‌شود. تنظیم پارامتر  $p$  از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و طریقه محاسبه آن در بخش ۵-۳ تشریح شده است. با توجه به رابطه (۱۱) می‌توان چنین نتیجه گرفت که هر ترکش می‌تواند در فضایی به طول  $2L_e$  در هر بعد گسترده شود.

ترکش‌هایی که در فضایی خارج از فضای شدنی قرار می‌گیرند، با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) به داخل فضای شدنی منتقل می‌شوند.

$$B'_j = \frac{X'_j}{|Y'_j|} \quad (12)$$

$$B''_j = r'_j \times (B'_j - X) + X, \quad j = 1, \dots, N_q \quad (13)$$

در روابط (۱۲) و (۱۳)  $Y'_j$  بزرگترین مقدار مختصه‌های  $X'_j$  در همه ابعاد می‌باشد،  $X$  مکان نارنجک و  $r'_j$  نیز مقداری است که به صورت تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 1]$  به دست می‌آید.  $B''_j$  مکان جدید ترکش است که درون فضای شدنی است و به جای  $X'_j$  مورد استفاده قرار می‌گیرد.

### ۳-۴. بهبود جواب

به تعداد ترکش‌های تولید شده توسط هر نارنجک ( $N_q$ ) مکان کاندیدا برای مکان فرود نارنجک در تکرار بعدی وجود خواهد داشت. در صورتی که مکان بهترین ترکش از مکان کنونی نارنجک بهتر باشد، نارنجک به مکان ترکش موردنظر انتقال

یکی از ایده‌های مختص این روش، تعریف پارامتری تحت عنوان شعاع قلمرو نماینده‌ها ( $R_f$ ) است. تعریف این پارامتر بدین معنی است که هر نماینده (نارنجک یا ترکش) اجازه نمی‌دهد که سایر نماینده‌ها نزدیک‌تر از یک شعاع معینی نسبت به آن قرار گیرند. زمانی که چند نماینده در فضای جواب قرار دارند، مقادیر بزرگ برای  $R_f$  باعث می‌شود که نماینده‌ها کل فضای جواب را تحت پوشش قرار دهند. از طرفی مقادیر کوچک‌تر  $R_f$ ، به نماینده‌ها اجازه نزدیک شدن به یکدیگر را می‌دهد و در این حالت جستجو در فضایی کوچک‌تر انجام می‌گیرد.

### ۳-۱. نمایش جواب

با توجه به اینکه در الگوریتم GEM، هر راه‌حل در فضای شدنی در مقیاس  $[1, -1]$  نشان داده می‌شوند، مقدار متغیرهای مسأله بر اساس تعداد سلول‌ها تعیین می‌شود. هر جواب به تعداد  $M \times H$  متغیر دارد که در آن  $H$  تعداد دوره‌ها و  $M$  تعداد ماشین‌ها است. اگر دو سلول وجود داشته باشد، مقادیر منفی متغیرها نشان‌دهنده این خواهد بود که ماشین  $m$ ام در دوره  $h$ ام، در سلول ۱ قرار دارد و مقادیر مثبت متغیرها، نشان‌دهنده این است که ماشین در سلول ۲ قرار دارد. به همین ترتیب اگر سه سلول برای استقرار ماشین‌ها در نظر گرفته شده باشند آنگاه بازه  $[1, -1]$  به سه قسمت تقسیم می‌شود و هر قسمت به ترتیب صعودی، نمایانگر شماره سلول مربوطه خواهد بود. بردار زیر نحوه نمایش جواب را نشان می‌دهد.

$$Z = [Z_1 \mid \dots \mid Z_h \mid \dots \mid Z_H] \quad (9)$$

در بردار فوق هر یک از  $Z_h$ ها خود برداری است که تخصیص را در دوره  $h$ ام نشان می‌دهد:

$$Z_h = [X_{1h} \quad \dots \quad X_{mh} \quad \dots \quad X_{Mh}] \quad (10)$$

در بردار فوق  $X_{mh}$  عددی است بین  $[1, -1]$  که مکان قرارگیری ماشین  $m$  را در دوره  $h$  در یکی از سلول‌ها معین می‌کند.

### ۳-۲. تولید جواب‌های اولیه

برای تولید جواب‌های اولیه، تعداد  $N_g$  مکان به صورت تصادفی در فضای  $n$  بعدی تولید می‌شود به طوری که هر یک از دیگری حداقل به اندازه  $R_f$  فاصله داشته باشند.  $N_g$  تعداد نارنجک‌ها و یکی از پارامترهای الگوریتم است. در تولید جواب‌های اولیه باید دقت نمود که بعد فضای  $M \times H$  است بنابراین هر جواب شامل  $M \times H$  عدد بین  $[1, -1]$  می‌باشد. نکته حائز اهمیت این است که محدودیت ظرفیت سلول‌ها باید رعایت شود. به طور مثال اگر دو سلول با ظرفیت سه ماشین وجود داشته باشند، تعداد اعداد منفی

حداکثر تعداد تکرارها می‌باشد. شرط دیگری که برای توقف الگوریتم می‌توان در نظر گرفت، حداکثر زمان اجرای الگوریتم می‌باشد که در الگوریتم ارائه شده ده دقیقه در نظر گرفته شده است.

#### ۴. بهبود الگوریتم انفجار نارنجک

مسأله تشکیل سلول از نوع مسائل ناچندجمله‌ای سخت است [۱۳]. هنگامی که این مسأله در شرایط پویا بررسی می‌شود، باید فضای جواب بسیار گسترده‌ای مورد جست و جو قرار گیرد لذا تنوع جواب‌ها در الگوریتم ارائه شده بسیار حائز اهمیت است. با این اوصاف، به منظور افزایش کارایی، اصلاحاتی به شرح ذیل در روش انفجار نارنجک اعمال گردیده است.

##### ۴-۱. استفاده از تابع بولتزمن برای اصلاح مکان نارنجک‌ها

در الگوریتم GEM استاندارد، در هر مرحله مکان نارنجک براساس مقایسه بهترین مکان ترکش‌ها و مکان نارنجک انتخاب می‌شود بدین معنی که در صورتی که مکان بهترین ترکش از مکان کنونی نارنجک بهتر باشد، نارنجک به مکان آن ترکش انتقال می‌یابد و در غیر این صورت نارنجک مجدداً در مکان مرحله قبل، منفجر می‌گردد.

برای ایجاد تنوع بیشتر در جواب‌ها و همچنین فرار از تله‌های بهینه محلی، در الگوریتم بهبودیافته، انتخاب مکان جدید با استفاده از تابع بولتزمن صورت می‌گیرد بدین معنی که نارنجک با احتمالی برابر با مقداری که از رابطه (۱۸) محاسبه می‌شود، می‌تواند به مکانی بدتر از مکان فعلی انتقال یابد.

$$\text{Pr} = \exp\left(-\frac{\Delta F}{T_k}\right) \quad (18)$$

در رابطه فوق،  $\Delta F$  اختلاف بین برازندگی بهترین ترکش و برازندگی نارنجک را نشان می‌دهد و  $T_k$  مقداری است که با شروع از یک مقدار اولیه ( $T_0$ ) به مرور زمان در طی تکرارها کاهش می‌یابد. این کاهش می‌تواند به صورت درصدی از مقدار تکرار قبل باشد.

##### ۴-۲. استفاده از نارنجک آزاد

به منظور افزایش تنوع جواب‌ها و جستجوی فضایی که ممکن است در خلال انفجارهای پیاپی ملاقات نشوند، از نارنجک آزاد استفاده می‌شود بدین صورت که در هر تکرار به صورت تصادفی نقطه‌ای از فضای جواب را مورد هدف قرار می‌دهد و منفجر می‌شود و منجر به جواب‌هایی کاملاً متفاوت می‌گردد. نکته‌ای حائز اهمیتی که در مورد نارنجک آزاد در نظر گرفته می‌شود این است که محدودیت فاصله  $R_f$  از سایر نارنجک‌ها برای این نارنجک منظور نمی‌شود.

می‌یابد و چنانچه مکان بهترین ترکش از مکان کنونی نارنجک بهتر نباشد، نارنجک در تکرار بعد در همان مکان باقی می‌ماند.

##### ۵-۳. به روز رسانی پارامترها

پارامترهای الگوریتم باید در هر تکرار به‌روزرسانی گردند. پارامتر  $P$  که بر روی مقدار پخش شدن ترکش‌ها در فضای جواب تاثیر مستقیم دارد با استفاده از رابطه (۱۴) زیر به‌روزرسانی می‌شود.

$$p = \max\left\{1, D \frac{\log(R_t/L_e)}{\log(W)}\right\} \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)،  $W$  احتمال آن است که ترکش تولید شده در یک فضای  $D$  بعدی در قلمرو نارنجک‌ها قرار گیرد.

به منظور افزایش توانایی در جستجوی فضای جواب، از مقادیر بزرگ  $R_t$  در شروع الگوریتم ( $R_{initial}$ ) استفاده می‌شود و به منظور جستجوی دقیق‌تر در تکرارهای بعد، به مرور از مقدار این پارامتر کاسته می‌شود. برای کاهش  $R_t$  از رابطه (۱۵) استفاده می‌شود.

$$R_t = \frac{R_{initial}}{(R_{rd})^{(k/IN)}} \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)،  $k$  شماره تکرار فعلی و  $IN$  تعداد کل تکرارها می‌باشد. مقدار  $R_{rd}$  نیز در شروع الگوریتم انتخاب می‌شود و در طول اجرای الگوریتم ثابت باقی خواهد ماند.

به گونه‌ای مشابه از رابطه (۱۶)، برای کاهش مقدار  $L_e$  از یک مقدار اولیه ( $L_{initial}$ ) استفاده می‌شود. کاهش مقدار  $L_e$  در تکرارهای میانی و پایانی باعث می‌شود که ترکش‌ها جستجوی فضا را با دقت بیشتر و در حوالی نارنجک انجام دهند.

$$L_e = (L_{initial})^\nu (R_t)^{1-\nu}, \quad 0 \leq \nu \leq 1 \quad (16)$$

رابطه (۱۶) نشان دهنده این است که به منظور افزایش توانایی در جستجوی فضای جواب،  $L_e$  آهسته‌تر از  $R_t$  کاهش می‌یابد. می‌توان مقدار  $\nu$  را در طول الگوریتم ثابت فرض کرد یا این‌که از یک مقدار بیشتر به کمتر تغییر داد. در نسخه اصلی الگوریتم مقدار  $\nu$  با استفاده از رابطه زیر به‌روز رسانی می‌شود.

$$\nu = \nu_{\max} - \left(\frac{k}{IN}\right)(\nu_{\max} - \nu_{\min}) \quad (17)$$

$\nu_{\min}$  و  $\nu_{\max}$  نیز از پارامترهای الگوریتم می‌باشند. نحوه تنظیم این پارامترها در بخش ۵ شرح داده می‌شود.

##### ۶-۳. شرایط توقف

با توجه به استفاده از تعداد تکرارها و همچنین حداکثر تعداد تکرارها در روابط ارائه شده، یکی از شروط توقف رسیدن به

## ۳-۴. تغییر در نحوه اصلاح جواب‌های نشدنی

در الگوریتم GEM استاندارد، برای اصلاح نارنجک‌های نشدنی، از روابط (۱۲) و (۱۳) استفاده می‌شود بدین صورت که تمامی اجزای ترکش ایجاد شده بر بزرگترین عدد اجزای ترکش تقسیم می‌شوند.

انجام این کار، باعث نزدیک شدن غیرضروری تمامی بعدها به نارنجک می‌شود. در روش بهبودیافته، تقسیم ابعادی از ترکش که بیرون از محدوده [۱،۱۰] قرار دارند بر بزرگترین مقدار، پیشنهاد شده است که به افزایش تنوع جواب‌ها منجر می‌شود و از همگرایی زود هنگام جواب‌ها جلوگیری می‌کند.

## ۵. نتایج محاسباتی

به منظور ارزیابی الگوریتم GEM استاندارد و نسخه بهبودیافته آن در حل مسأله تشکیل سلول پویا و مقایسه عملکرد این دو روش، ۱۴ مثال با ابعاد گوناگون به صورت تصادفی ایجاد شده‌اند. در هر یک از این مثال‌ها، جریان بین ماشین‌ها به طور تصادفی از بازه

[۳۰،۹۰] و هزینه جابجایی ماشین‌ها در طول دوره‌ها به طور تصادفی از بازه [۱۰، ۳۰] انتخاب شده‌اند.

تعداد سلول‌ها برای چهار تا هفت ماشین، برابر دو سلول، برای هشت تا ۱۴ ماشین، برابر سه سلول و برای ۱۶ ماشین، برابر چهار سلول در نظر گرفته شده است. ظرفیت سلول‌ها برابر  $\left[1 + \frac{M}{C}\right]$  در نظر گرفته شده است.

همچنین تعداد دوره‌ها برای نیمی از مسائل برابر دو دوره و برای مابقی مسائل برابر چهار دوره در نظر گرفته شده است. هر دو الگوریتم ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار MATLAB کد شده و توسط یک کامپیوتر شخصی پنتیوم ۴ اجرا شده است. با توجه به زمان‌بر بودن فرآیند تنظیم پارامترها، مثال‌هایی در ابعاد کوچک‌تر و با تنوع زیاد طراحی شده و مقادیر گوناگون برای پارامترهای دو روش آزمایش شده‌اند.

جدول ۱ مقادیر پارامترهایی را نشان می‌دهد که به ازای آنها، الگوریتم‌های GEM استاندارد و بهبود یافته، بهترین عملکرد را داشته‌اند.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای در نظر گرفته شده برای دو روش استاندارد و بهبود یافته

$T_k$	$T_0$	$T_w$	$m_{\min}$	$m_{\max}$	IN	$R_{rd}$	$R_{\text{initial}}$	$L_{\text{initial}}$	$N_q$	$N_g$
-	-	۰/۰۴	۰/۳	۰/۸	۱۰۰	۵۰۰	۱	۱۰	۴۰	۶
$T_{k-1}/95$	۱۰۰	۰/۰۴	۰/۳	۰/۸	۱۰۰	۵۰۰	۱	۱۰	۶۰	۱۰

برای این نرم‌افزار دو ساعت در نظر گرفته شده است و پس از دو ساعت، برنامه قطع شده و بهترین جواب به دست آمده ثبت شده است. نتایج به دست آمده برای مسائل دو دوره‌ای در جدول ۲ نشان داده شده‌اند. در این جدول، مسائلی که در آنها نرم‌افزار Lingo نتوانسته است به جواب بهینه دست یابد با علامت × در بالای مقدار جواب مشخص شده‌اند.

پس از تنظیم پارامترها، هر یک از مثال‌های تولید شده توسط هر یک از روش‌های ارائه شده، ده بار حل شده و در هر مورد بهترین جواب، میانگین توابع هدف و متوسط زمان اجرا ثبت شده است. به منظور تعیین صحت مدل ارائه شده و کیفیت روش‌های ارائه شده، مدل خطی مسأله تشکیل سلول پویا توسط نرم‌افزار Lingo نسخه ۸ برای مسائل دودوره‌ای حل شده است. حداکثر زمان حل

جدول ۲. مقایسه نتایج به دست آمده برای مسائل دو دوره‌ای

شماره مسأله	تعداد ماشین	Lingo		GEM استاندارد		GEM بهبود یافته	
		زمان (ثانیه)	جواب	بهترین جواب	زمان متوسط (ثانیه)	بهترین جواب	زمان متوسط (ثانیه)
۱	۴	۱	۳۴۷*	۳۴۷	۱/۵	۳۴۷	۲/۸
۲	۶	۴	۷۷۸*	۷۷۸	۱/۸	۷۷۸	۳/۵
۳	۸	۴۶۲۰	۲۲۹۱*	۲۲۹۱	۸/۴	۲۲۹۱،۱	۸/۱
۴	۱۰	۷۲۰۰	۳۲۹۳	۳۲۵۷	۱۱/۳	۳۲۶۸	۷/۶
۵	۱۲	۷۲۰۰	۵۰۲۰	۴۹۸۲	۱۱/۴	۵۰۳۵	۷/۷
۶	۱۴	۷۲۰۰	۷۳۹۶	۷۲۵۲	۲۰/۵	۷۲۸۱	۱۱/۲
۷	۱۶	۷۲۰۰	۱۰۴۱۷	۹۸۸۴	۳۰/۷	۹۹۸۰	۱۴/۶

همواره بهتر از جواب‌هایی است که پس از دو ساعت اجرا از نرم‌افزار Lingo به دست آمده‌اند. شایان ذکر است که مقادیر به دست آمده از حل مدل توسط نرم‌افزار Lingo برای مثال‌های ۴ تا ۷ مقادیر بهینه نیستند و تنها یک حد بالا برای جواب بهینه ارائه

همانگونه که ملاحظه می‌شود به ازای سه مثال نخست که جواب بهینه آنها از حل مدل به دست آمده است، الگوریتم‌های ابتکاری ارائه شده نیز در زمان‌های مناسب به جواب بهینه دست یافته‌اند. برای سایر مثال‌ها، جواب‌های به دست آمده از روش‌های ابتکاری

راه‌حل‌های به دست آمده از روش استاندارد بهتر بوده است. همچنین بهترین جواب به دست آمده از الگوریتم بهبودیافته برای بیشتر مثال‌ها بهتر از مقادیر الگوریتم استاندارد است. در مقایسه با روش SA نیز میانگین جواب‌ها و همچنین بهترین جواب به دست آمده از روش بهبودیافته، برتری قابل توجهی دارد. علاوه بر این، زمان محاسباتی الگوریتم‌های ارائه شده بسیار کمتر از الگوریتم SA است. با توجه به پیچیدگی مسأله تشکیل سلول پویا، هر دو الگوریتم انفجار نارنجک استاندارد و نسخه بهبود یافته آن، کارایی مناسبی از نظر زمان اجرا دارند. علت این امر انجام محاسبات ساده در روش انفجار نارنجک است. با این حال، نتایج حاکی از آن است که برای مثال‌های با ابعاد کوچک (مثال‌های ۱، ۲، ۸ و ۹) الگوریتم استاندارد، زمان اجرای کمتری دارد اما با افزایش ابعاد مسأله زمان اجرای الگوریتم بهبود یافته، نسبت به زمان اجرای الگوریتم استاندارد کاهش چشمگیری را نشان می‌دهد.

می‌کنند. به منظور ارزیابی دقیق‌تر کارایی الگوریتم‌های ارائه شده، عملکرد این الگوریتم‌ها با الگوریتم آنلینگ شبیه‌سازی شده (SA) نیز مقایسه شده است. الگوریتم آنلینگ شبیه‌سازی شده مورد استفاده در این مقاله بر اساس روش ارائه شده در مرجع [۹] طراحی شده است. لازم به ذکر است که به منظور ایجاد امکان مقایسه، تغییراتی در الگوریتم ارائه شده در مرجع [۹]، از جمله در ساختار جواب و محاسبه تابع هدف داده شده است. به منظور مقایسه الگوریتم‌های آنلینگ شبیه‌سازی شده، انفجار نارنجک استاندارد و بهبودیافته، از مثال‌های چهاردوره‌ای استفاده شده است. نتایج به دست آمده برای مسائل چهار دوره‌ای در جدول ۳ نشان داده شده است. با مقایسه جداول ۲ و ۳ ملاحظه می‌شود که میانگین جواب‌های به دست آمده از الگوریتم بهبودیافته برای مثال‌های ۱ و ۲ در حالت دودوره‌ای با الگوریتم استاندارد برابر است و برای سایر مثال‌ها، جواب‌های حاصله توسط روش بهبودیافته نسبت به

جدول ۳. مقایسه نتایج به دست آمده برای مسائل چهار دوره‌ای

شماره مسأله	تعداد ماشین	SA		GEM استاندارد		GEM بهبود یافته	
		بهترین جواب	زمان متوسط (ثانیه)	بهترین جواب	زمان متوسط (ثانیه)	بهترین جواب	زمان متوسط (ثانیه)
۱	۴	۶۹۴	۱۰/۳	۶۹۴	۲/۴	۶۹۴	۴/۲
۲	۶	۱۵۵۶	۱۴/۱	۱۵۵۶	۳/۱	۱۵۵۶	۵/۷
۳	۸	۴۶۷۲	۱۲۱/۸	۴۶۰۵	۴۰/۵	۴۶۰۵	۲۵/۳
۴	۱۰	۷۰۳۱	۹۵/۲	۷۰۴۳	۷۰/۹۵	۶۹۹۱	۱۸/۲
۵	۱۲	۱۰۴۷۶	۱۰۸/۹	۱۰۴۷۰	۴۰/۳	۱۰۳۷۰	۱۸/۹
۶	۱۴	۱۴۷۶۴	۲۷۴/۳	۱۴۸۰۶	۱۳۰/۲	۱۴۷۳۶	۵۰/۳
۷	۱۶	۲۱۲۶۴	۴۲۱/۴	۲۱۲۲۱	۲۱۳۲۵	۲۱۱۷۲	۸۵/۵

با توجه به کارایی قابل قبول الگوریتم فراابتکاری انفجار نارنجک در حل مسأله تشکیل سلول پویا، به نظر می‌رسد به کارگیری این الگوریتم در مسائل دیگری که دارای ساختاری مشابه مسأله تشکیل سلول می‌باشند (مانند تخصیص مضاعف و انواع مختلف مسائل خوشه‌بندی) می‌تواند منجر به نتایج بهتر نسبت به الگوریتم‌های فراابتکاری متعارف، گردد.

### مراجع

- [1] Selim, H., Askin, R., Vakharia, A., "Cell Formation in Group Technology: Review, Evaluation and Directions for Future Research", Computers and Industrial Engineering, Vol. 34, No. 1, 1998, pp. 3-20.
- [2] Benjaafar, S., Sheikhzadeh, M., "Design of Flexible Plant Layouts", IIE Transactions, Vol. 32, No. 4, 2000, pp. 302-309.
- [3] Chen, M., "A Mathematical Programming Model for Systems Reconfiguration in a Dynamic Cell Formation Condition", Annals of Operations Research, Vol. 77, No. 1, 1998, pp. 109-128.

### ۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله مسأله تشکیل سلول در شرایط پویا مورد بررسی قرار گرفته است. یک مدل ریاضی با هدف حداقل کردن مجموع هزینه‌های جابجایی بین سلولی و ساختاردهی مجدد سلولی برای مسأله ارائه گردیده است. به منظور حل مدل فوق از یک الگوریتم فراابتکاری جدید تحت عنوان روش انفجار نارنجک استفاده شده است. ابتدا الگوریتمی بر اساس نسخه استاندارد روش انفجار نارنجک برای حل مسأله تشکیل سلول پویا ارائه شده است و سپس با انجام اصلاحاتی در روش استاندارد، الگوریتم بهبودیافته جدیدی معرفی شده است. اصلاحات اعمال شده شامل تغییر در نحوه انتخاب مکان نارنجک در مرحله بعد، استفاده از نارنجک آزاد و تغییر در نحوه اصلاح جواب‌های تولید شده در خارج از فضای شدنی است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهند که الگوریتم بهبودیافته قابلیت حل مسائل تشکیل سلول پویا را در ابعاد بزرگ دارد و نسبت به الگوریتم انفجار نارنجک استاندارد و الگوریتم آنلینگ شبیه‌سازی شده از کارایی بیشتری برخوردار است.

- [4] Wemmerlov, U., Hyer, N., "Cellular Manufacturing in the US Industry: A Survey of Users", International Journal of Production Research, Vol. 27, No.9, 1989, pp. 1511-1530.
- [5] Safaei, N., Saidi-Mehrabad, M., Jabal-Ameli, M.S., "A Hybrid Simulated Annealing for Solving an Extended Model of Dynamic Cellular Manufacturing System", European Journal of Operational Research, Vol. 185, No. 2, 2008, pp. 563-592.
- [6] Askin, R.G., Selim, H.M., Vakharia, A.J., "A Methodology for Designing Flexible Cellular Manufacturing Systems", IIE Transactions, Vol. 29, No. 7, 1997, pp. 599-610.
- [7] Safaei, N., Saidi\_mehrabad, M., Babakhani, M., "Designing Cellular Manufacturing Systems Under Dynamic and Uncertain Conditions", Journal of Intelligent Manufacturing, Vol.18, No. 3, 2007, pp. 383-399.
- [8] Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., Sassani, F., "A New Solution for a Dynamic Cell Formation Problem with Alternative Routing and Machine Costs using Simulated Annealing", Journal of the Operational Research Society, Vol. 59, No. 4, 2008, pp. 443-454.
- [9] Tavakkoli-Moghaddam, R., Aryanezhad, M.B., Safaei, N., Azaron, A., "Solving a Dynamic Cell Formation Problem using Metaheuristics". Applied Mathematics and Computation, Vol. 170, No. 2, 2005, pp. 761-780.
- [10] Mungwattana, A., "Design of Cellular Manufacturing Systems for dynamic and Uncertain Production Requirement with Presence of Routing Flexibility", Ph.D. Thesis, Blacksburg State University, Virginia, 2000.
- [11] Saidi-Mehrabad, M., Safaei, N., "A New Model of Dynamic Cell Formation by a Neural Approach", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 33, No. 9-10, 2007, pp. 1001-1009.
- [12] Bajestani, M.A., Rabbani, M., Rahimi-Vahed, A.R., Baharian Khoshkhou, G., "A Multi-Objective Scatter Search for a Dynamic Cell Formation Problem", Computers & Operations Research, Vol. 36, No. 3, 2009, pp. 777 - 794.
- [13] Goncalves, J.F., Resende, M.G.C., "An Evolutionary Algorithm for Manufacturing Cell Formation", Computers & Industrial Engineering, Vol. 47, 2004, pp. 247-273.
- [14] Ahari, A., Shariat-Panahi, M., Atai, A.A., "GEM: A Novel Evolutionary Optimization Method with Improved Neighborhood Search", Applied Mathematics and Computation, Vol. 210, No. 2, 2009, pp. 376-386.



