

## Investigating Tool Wear Effect on Proportion Non-Conforming Control Chart

R. Noorossana & Ahmad Sadeghi

R. Noorossana, Department of Industrial, Iran University of Science & Technology  
Ahmad Sadeghi, Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University of Qazvin

### Keywords

Trend analysis,  
Statistical process control,  
Correlation,  
Logistic regression,  
Fraction nonconforming,  
Control chart

### ABSTRACT

Statistical process control charts are generally designed assuming that when the process is in control the observations are independent and identically distributed (i.i.d.) over time. However, the assumption of independence is easily violated when a process inherently generates auto correlated observations. When traditional control charts are applied to such processes then the false alarm rate experienced would be higher than what is expected. Machining process, due to the tool wear out, usually generates auto correlated observations. If such phenomenon is not incorporated in the chart design then one should expect a pattern in the plotted observations that will eventually lead to false alarms from time to time. This paper discusses the application of logistic regression to model and eliminate patterns that appear on fraction nonconforming items chart because of tool wear. Numerical results indicate significant improvements.

© ۱۳۸۸، جلد ۲۰، شماره ۱ (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید)

## بررسی تاثیر فرسایش ابزار بر روی نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب

رسول نورالسنا و احمد صادقی

### چکیده:

نمودارهای کنترل عموماً با فرض استقلال مشاهدات و یکسان بودن توزیع آن در طول زمان (هنگامی که فرایند تحت کنترل است) طراحی می شوند. هرچند زمانی که یک فرایند به طور ذاتی مشاهدات خودهمبسته ایجاد می کند، این فرض به راحتی نقض می گردد. هنگامی که نمودارهای کنترل نسبت اقلام معیوب شوهارت در مورد چنین فرایندی بکار گرفته می شود، تعداد زنگ خطرهای اشتباه از میزان مورد انتظار فراتر می رود. فرایند ماشین کاری، به دلیل وجود عامل فرسایش ابزار در آن، معمولاً مشاهدات خودهمبسته ایجاد می کند. در صورتی که این پدیده در طراحی نمودار کنترل مربوطه لحاظ نشود، باید انتظار بروز یک روند در داده های ترسیم شده را داشت که این امر در نهایت منجر به اعلام زنگ خطرهای اشتباه می گردد. در این مقاله کاربرد رگرسیون لجستیک در مدل سازی و حذف روندی که بدلیل فرسایش ابزار در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب پدیدار می شود، مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج عددی در این خصوص بهبودهای قابل ملاحظه ای را نشان می دهد.

### کلمات کلیدی

فرسایش ابزار،  
روند، رگرسیون  
لجستیک، نمودار  
کنترل نسبت اقلام  
معیوب

تاریخ وصول: ۸۶/۲/۱۹

تاریخ تصویب: ۸۷/۱۲/۱۷

دکتر رسول نورالسنا، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، [rassoul@iust.ac.ir](mailto:rassoul@iust.ac.ir)  
احمد صادقی، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی قزوین، ایران، [a.sadeghi@qazviniau.ac.ir](mailto:a.sadeghi@qazviniau.ac.ir)

## ۱. مقدمه

سیستم‌های تولید و بازرسی خودکار در فرآیندهای تولید یکپارچه کامپیوتری به وفور یافت می‌شود. در این سیستم تولید، دو عنصر کنترل فعالیت تولید و تست به کمک کامپیوتر نقش موثری در کنترل فرآیند ایفا می‌کنند. کنترل فعالیت تولید از طریق ارتباط با سطوح فوقانی تصمیم‌گیری، دستورالعمل‌های تست را در ایستگاه‌های تست به کمک کامپیوتر اجرا می‌نماید. سیستم‌های هوشمند کنترل فعالیت تولید قادر به محاسبه روش‌های بهینه تست و دوباره کاری بر اساس تجزیه و تحلیل داده‌های تاریخی فرایند بوده و اقدام اصلاحی مورد نیاز ایستگاه تست به کمک کامپیوتر را به فرایند تولید بازخورد می‌دهند. به موازات این فعالیت، سیستم تست به کمک کامپیوتر نیز به عنوان یک سیستم جمع‌آوری داده‌ها عمل کرده و اطلاعات مرتبط با کیفیت محصول و وضعیت فرسایش ابزار را به سیستم کنترل فعالیت تولید منتقل می‌نماید [۱۲]. در نتیجه عملکرد فرایند به صورت لحظه به لحظه تحت کنترل واحد تصمیم‌گیرنده قرار می‌گیرد و از این رو است که در تکنولوژی‌های جدید تولید و سیستم‌های پیشرفته اندازه‌گیری و آزمون، مطالعه و بررسی فرسایش ابزار اهمیت بیشتری می‌یابد.

تاکنون تحقیقات زیادی در خصوص فرسایش ابزار و بهینه‌سازی زمان تعویض ابزار انجام شده است. موضوع فرسایش ابزار برای نخستین بار توسط Manuele مطرح شد. او توصیه نمود که از نمودار کنترل جهت تعیین زمان تعویض ابزار استفاده شود. در روشی که او بکار برد، حد مرکزی نمودار کنترل  $\bar{x}$  در فاصله سه انحراف معیار بالاتر از حد مشخصه فنی پایین و سه انحراف معیار پایین‌تر از حد مشخصه فنی بالا تنظیم می‌گردد و تا زمانی که نقاط در نمودار  $\bar{x}$  از این حدود خارج نشده، عمل تعویض ابزار انجام نمی‌شود.

در این روش به دلیل هزینه بالای تعویض ابزار سعی می‌شود تعداد دفعات جایگزینی ابزار کمینه شود [۱]. در مطالعه Bishop یک کلاس تعدیل‌کننده در نظر گرفته شد و نتایجی در خصوص نقش این تعدیل‌کننده در تحلیل فرسایش ابزار ارائه گردید [۲]. Arcelus & Banner به موضوع طراحی اقتصادی فرایند تولیدی که با فرسایش ابزار ادامه می‌یابد، پرداختند و نقش نمودار کنترل را در آن بررسی نمودند [۳ و ۴]. موضوع استفاده از تعدیل‌کننده توسط Qesenberry نیز مطرح شد. در مطالعه وی تاثیر تعداد قطعاتی که تحت عمل ماشین‌کاری قرار می‌گیرند، در روند بررسی شد و سه نوع تعدیل‌کننده: فرسایش ابزار، میانگین انباشته و مجموع مورد تحقیق قرار گرفت [۵]. همچنین Zhou و همکاران سیاست بهینه تعویض ابزار را در شرایط فرسایش ابزار بررسی کردند [۷].

در این راستا می‌توان به تحقیقاتی که در زمینه روند (که فرسایش ابزار اصولاً یکی از عوامل بروز آن است) نیز اشاره کرد.

Al-Ghanim & Kamat سیستمی را برای شناسایی الگوهای غیر عادی بر روی نمودارهای کنترل توسعه دادند و در مطالعه خویش الگوریتمی برای کمینه‌سازی خطاهای نوع ۱ و ۲ مطرح نمودند [۱۳]. Siwft & Mize در تحقیق خود، با استفاده از سیستم‌های خبره روشی را برای تشخیص و برخورد با انواع الگوها از جمله روند معرفی کردند [۱۴]. از مطالعات دیگری که در این زمینه انجام شد می‌توان به مطالعه Velasco & Rowe اشاره داشت. آنها شبکه‌های عصبی را در تحلیل روند و الگوی سیکنالی بکار گرفتند [۱۵]. Ludeman & Al-Ghanem با استفاده از آنالیز همبستگی روشی را برای شناسایی الگوها در نمودارهای کنترل توسعه دادند [۱۶]. Reddy & Ghosh در تحقیق خود به استفاده از یک روش مبتنی بر شبکه‌های عصبی در شناسایی الگوها در فرآیند تولید پرداختند که طی آن تعداد زیر گروه‌های اندکی برای این منظور نیاز بود [۱۷]. استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در تشخیص الگو در نمودارهای کنترل توسط Wani & Pham نیز مطرح شد که در آن انواع این شبکه‌ها بکار گرفته شدند [۱۸]. Santarisi & Bargash (۲۰۰۴) در مقاله‌ای عملکرد یک مدل نورو فازی در تشخیص الگو در نمودار کنترل و نمودار کنترل هیوربستیک مورد بررسی قرار دادند [۱۹] و Yaser نیز در رساله دکتری خویش به کاربرد شبکه‌های عصبی بعنوان ابزاری در استفاده از نمودارهای کنترل و تشخیص تغییرپذیری فرآیند و پیش‌گویی تغییرات - قبل از آنکه فرآیند به وضعیت خارج از کنترل برسد - پرداخت [۲۰].

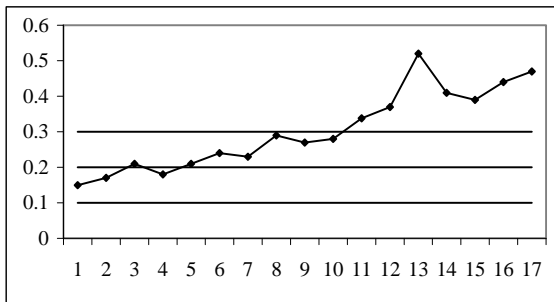
بررسی فرسایش ابزار با استفاده از نمودارهای کنترل در دو حالت قابل تبیین است. حالتی که مشخصه‌های کمی (متغیر)، فرایند را از طریق بکارگیری نمودارهای کنترل متغیر نظیر نمودار  $(\bar{x}, R)$  کنترل می‌نماید و حالت دیگر که فرایند را از طریق کنترل مشخصه‌های وصفی تحت کنترل قرار می‌دهد. در این مقاله موضوع فرسایش ابزار و تاثیر آن در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرسایش ابزار و تاثیر آن در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب و چگونگی حذف آن در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب با استفاده از رگرسیون لجستیک در بخش دوم مطرح می‌شود. در بخش سوم جهت تشریح بهتر روش معرفی شده برای حذف روند، یک مثال عددی ارائه می‌گردد و در بخش پایانی نتیجه بحث و تحقیقات آتی بیان خواهد شد.

## ۲. مساله فرسایش ابزار و نمودار کنترل نسبت اقلام

## معیوب

فرایندی را در نظر بگیرید که با فرسایش ابزار ادامه می‌یابد. در این فرایند عامل فرسایش باعث ایجاد روند صعودی در نسبت اقلام معیوب می‌شود. سئوالی که اکنون مطرح می‌شود نحوه عملکرد ابزار در یک فرایند ماشین‌کاری است و اینکه چه عواملی در

خط‌های اشتباهی، کارایی خود را از دست بدهد. وجود فرسایش ابزار در یک فرایند تولید منجر به بروز یکی از حالات خودهمبستگی تحت عنوان روند در نمودار کنترل می‌گردد. در چنین حالتی، عامل فرسایش باعث می‌شود تا نسبت اقلام معیوب با الگویی قابل پیش بینی و بصورت صعودی تغییر کند و در نتیجه در لحظه ای، با خروج نسبت اقلام معیوب از حد بالای کنترل، وضعیت خارج از کنترل در فرایند اعلام می‌گردد. شکل (۱) این حالت را نشان می‌دهد.



شکل ۱. روند صعودی در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب  
بدلیل فرسایش ابزار

روند ناشی از استهلاک ابزار در شکل (۱) مشهود بوده و چنانچه واضح است در زیرگروه شماره ۱۱ و پس از گذشت ساعاتی از کارکرد ابزار، تعداد زیادی از نسبت‌های اقلام معیوب از حد بالای کنترل بالاتر رفته و بنابراین وضعیت خارج از کنترل برای فرایند اعلام شده است، ضمن آنکه بدلیل تاثیر فرسایش ابزار حتی ممکن است نقاطی که داخل حدود کنترل قرار گرفته اند نیز از کنترل خارج شده باشد و عامل فرسایش به اشتباه آنها را داخل حدود قرار داده باشد. عبارت بهتر استهلاک ابزار منجر به بروز دو خطا در نتیجه گیری از نمودار کنترل می‌گردد: نخست اینکه نقاط داخل حدود را تحت کنترل می‌پندارد حال آنکه ممکن است واقعا اینطور نباشد و دوم آنکه در لحظه ای که نسبت اقلام معیوب در ادامه روند از حد بالای کنترل خارج می‌شود درخواست تعویض ابزار را مینماید در حالی که ممکن است به دلیل ملاحظات اقتصادی و نیز با توجه به حدود مشخصه فنی قطعات، ادامه تولید در همین شرایط مقرون به صرفه باشد. در فواصل زمانی مابین تعویض ابزارها، روند صعودی ناشی از استهلاک ابزار که مانعی است در راه کنترل سایر انحرافات اساسی فرایند، بصورت دوره ای تکرار می‌شود. در این حالت قبل از فرارسیدن زمان بهینه تعویض ابزار، نمودار اعلام وضعیت خارج از کنترل می‌نماید ضمن آنکه ادغام تاثیر فرسایش ابزار و سایر انحرافات در نمودار کنترل، امکان کنترل هر انحرافی را (حتی در زمانی که نقاط داخل حدود قرار دارند) از آن سلب می‌نماید. به عبارت بهتر باید از میان تمام انحرافات اساسی، استهلاک ابزار را از محاسبات خارج نمود و سایر انحرافات را تحت کنترل قرار داد. بطور کلی در یک فرایند ماشین کاری برای انحرافات اساسی رابطه زیر برقرار است:

فرسایش ابزار ایفای نقش می‌کند؟ فرسایش ابزار چگونه منجر به بروز روند در نمودار کنترل می‌گردد و اصولا عملکرد نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب چگونه در اثر عامل فرسایش ابزار تحت تاثیر قرار می‌گیرد؟ در این بخش به این سوالات پاسخ داده میشود.

## ۲-۱. فرسایش ابزار و جایگزینی آن

در یک فرآیند ماشین کاری نظیر فرایندهای برشکاری، سنگ زنی، سوراخکاری و ... ابزار به مرور زمان فرسوده می‌شود. عوامل زیادی در استهلاک ابزار در یک فرایند ماشین کاری تاثیرگذار است. این عوامل در چهار طبقه زیر جای می‌گیرند: پارامترهای اولیه برش نظیر سرعت و بار برش، مشخصات ابعادی ابزار و جنس آن که ظرفیت کار یک ابزار را نشان می‌دهد (و متغیری تصادفی است)، مشخصات ابعادی قطعات و جنس آنها (که متغیر تصادفی است) و ترکیب ماشین آلات، ابزارآلات و قطعات و محیط انجام فرایند که معمولاً ثابت است [۷].

استهلاک ابزار در نتیجه جدا شدن قطعات بسیار ریز از سطح ابزار در اثر براده برداری رخ می‌دهد. ابزار را می‌توان به عنوان وسیله ای که تعداد مشخصی از این ذرات ریز را در سطح خود جای داده است، در نظر گرفت. از این ذرات ریز که تعداد آنها متغیری تصادفی است به عنوان ظرفیت یا تقاضای ابزار نیز یاد می‌شود. با انجام عملیات بر روی قطعه، ابزار دچار شکست‌های کوچک میشود تا فرایند بطور رضایت بخشی وظیفه خویش را به انجام برساند. تست‌های تعیین عمر ابزار معمولاً در شرایط آزمایشگاهی انجام میگردد. در این شرایط تغییراتی که در نتیجه تغییر مشخصات فنی قطعات در فرایند ایجاد می‌شود، کمینه می‌گردد. توزیع احتمالی عمر ابزار که در نتیجه این آزمایشها بدست می‌آید، کم و بیش خصوصیات ابزار را منعکس می‌کند. در یک فرایند ماشین کاری توزیع عمر ابزار و مشخصات قطعه ای که تحت عملیات قرار دارد نقش مهمی در تعیین زمان شکست ابزار ایفا می‌کند، در حالی که این عوامل در تست‌های آزمایشگاهی در نظر گرفته نمی‌شود. از اینرو در هر لحظه امکان شکست در ابزار وجود دارد، ضمن آنکه شکست های کوچک نیز (در اثر جدا شدن ذرات ریز از سطح ابزار بصورت روندی) در فرایند وجود خواهد داشت. در اثر این شکست ها، مشخصه کنترلی قطعات بصورت روندی و در جهت عکس تغییرات ابزار، تغییر خواهد کرد و در نتیجه در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب، روندی مشاهده خواهد شد که عملکرد نمودار کنترل را در اعلام زنگ خطر تحت تاثیر قرار می‌دهد [۷].

## ۲-۲. تاثیر فرسایش ابزار در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب

چنانچه پیشتر بیان گردید عدم وجود همبستگی در داده ها یکی از فرضیات مهم در استفاده از نمودارهای کنترل شوهارت است. نقض این فرض بر نتایج حاصله از نمودار کنترل تاثیر گذاشته و باعث خواهد شد نمودار با انعکاس هشدارهای نادرست و یا اصطلاحاً زنگ

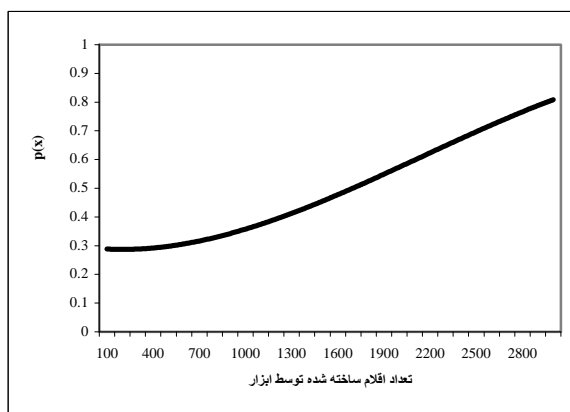
یک از زیرگروهها از عدد یک بیشتر و از عدد صفر کمتر نخواهد شد. در نتیجه حد مرکزی نمودار کنترل (CL) که تخمین زنده نسبت اقلام معیوب فرایند برای ساعات مختلف کارکرد ابزار است باید بین این دو عدد قرار گیرد. بنابراین مدل رگرسیون ساده بدلیل آنکه تضمینی در قرار گرفتن حد مرکزی فرایند تخمینی در حدود یاد شده ارائه نمی کند، در حذف روند در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب کاربرد چندانی ندارد. از اینرو لازم است مدلی که با داده های صفر و یک ارتباط داشته و تابع پاسخ آن نیز در محدوده قابل قبول قرار دارد، مورد استفاده قرار گیرد. مدل رگرسیون لجستیک که در Cullagh&Nelder معرفی شده و توسط رابطه (۲) مشخص شده است دارای خواص مذکور بوده و بنابراین می توان از آن در تخمین نسبت اقلام معیوب فرایند (بعنوان میانگین نسبت اقلام معیوب قابل انتظار در هر یک از زیرگروهها) استفاده کرد.

$$p(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha - \beta x)} \quad (2)$$

در رابطه (۲) چنانچه  $\beta > 0$  باشد روند صعودی و در صورتی که  $\beta < 0$  باشد روند نزولی است. مدل رگرسیون لجستیک در شکل (۳) رسم شده است. محور افقی نمودار نشان دهنده متغیر مستقل (مثلا کارکرد ابزار) و محور عمودی آن احتمال مربوطه را نمایش میدهد [۶].

#### ۴-۲. آزمون برازندگی مدل

یکی از موضوعاتی که باید در استفاده از مدل رگرسیون لجستیک در حذف روند در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب مورد توجه قرار گیرد، میزان انطباق مدل با داده های بدست آمده از فرایند است و اینکه آیا مدل رگرسیون لجستیک می تواند بطور قابل ملاحظه ای نسبت اقلام معیوب فرایند را مدل سازی کند؟ از اینرو زیندگی مدل به وسیله آماره مربع کای که در Bain معرفی و به وسیله رابطه (۳) مشخص شده است، مورد آزمون قرار می گیرد.

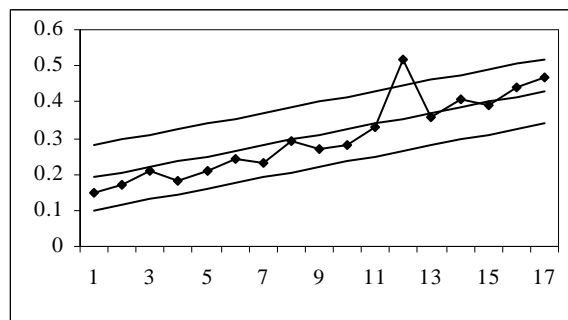


شکل ۳. مدل رگرسیون لجستیک

#### + فرسایش ابزار (عامل ۲) = انحرافات اساسی فرایند ماشینکاری (۱) سایر انحرافات اساسی نظیر جنس قطعات (عامل ۱)

عامل ۲ در رابطه (۱) باعث بروز روند در شکل (۱) شده و با انعکاس زنگ خطر اشتباهی مانع از کنترل عامل ۱ در رابطه فوق گردیده است. بنابراین به منظور استفاده مناسب از نمودار کنترل در شناسایی انحرافات اساسی فرایند، لازم است تاثیر عامل (۲) از آن حذف گردد.

مدل رگرسیون یکی از ابزارهای مناسب برای حذف روند در نمودار کنترل است. با استفاده از این مدل حدود کنترل رونددار با شبیه متناسب با نرخ فرسایش ابزار طراحی می گردد و در نتیجه تاثیر روند در نمودار کنترل لحاظ شده و به این دلیل سایر انحرافات اساسی تحت کنترل قرار می گیرد. شکل (۲) حدود کنترل رونددار را نمایش می دهد.



شکل ۲. نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب با حدود کنترل روند دار

در شکل (۲) تاثیر عامل ۲ رابطه (۱) به صورت شیب حدود کنترل نمایان شده است و در نتیجه نسبت اقلام معیوب که از این پس بر روی نمودار نشان داده می شود، مبین تاثیر عامل ۱ در رابطه (۱) بوده و از اینرو علل اساسی غیر از فرسایش ابزار تحت کنترل قرار می گیرد. چنانچه در شکل (۲) مشخص است با در نظر نگرفتن عامل فرسایش ابزار، از بین تمام نقاطی که در اثر بروز روند در شکل (۱) از حالت تحت کنترل خارج شده بودند تنها زیرگروه شماره ۱۲ وضعیت خارج از کنترل را نشان می دهد که فرایند با شناسایی علت مغایرت و انجام اقدام اصلاحی مجدداً تحت کنترل در می آید.

#### ۳-۲. مدل رگرسیون لجستیک

چنانچه در بخش ۲-۲ بیان شد یکی از روشهای حذف روند در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب، استفاده از حدود کنترلی رونددار می باشد. در واقع حدود کنترلی که در شکل (۲) بصورت شیب دار نشان داده شده است، با استفاده از مدل رگرسیون بدست آمده است. چنانچه می دانیم نسبت اقلام معیوب همواره بین صفر و یک تغییر می کند و به عبارت بهتر این نسبت در شکل (۲) برای هیچ

۲-۶. طراحی نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب رونددار

پس از آنکه مدل رگرسیون لجستیک بر داده ها برازش شد و آمار Wald نیز وجود روند را در داده ها تایید نمود، باید تاثیر روند ناشی از فرسایش ابزار را در از نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب حذف نمود. چنانچه می دانیم اساس کار نمودارهای کنترل، تحت کنترل قرار دادن خطاها ( $\mathcal{E}_i$ ) در یک فرایند است. برای نسبت اقلام معیوب هر یک از زیرگروه ها ( $p_i$ ) در یک فرایند رابطه (۶) برقرار است:

$$p_i = \bar{p} + \mathcal{E}_i \quad (6)$$

اما در فرایندی که با فرسایش ابزار ادامه می یابد متوسط نسبت اقلام معیوب  $\bar{p}$  قابل تقسیم به دو عامل متوسط نسبت اقلام معیوب ناشی از فرسایش ابزار ( $\bar{P}_{tool}$ ) و متوسط نسبت اقلام معیوب ناشی از سایر عوامل فرایند ( $\bar{p}_{factors}$ ) می باشد. رابطه (۷) این رابطه را نشان می دهد:

$$\bar{p} = \bar{P}_{tool} + \bar{p}_{factors} \quad (7)$$

با جایگزینی رابطه (۷) در رابطه (۶) خواهیم داشت:

$$p_i = \bar{P}_{tool} + \bar{p}_{factors} + \mathcal{E}_i \quad (8)$$

بنابراین چنانچه تاثیر نسبت اقلام معیوب ناشی از فرسایش ( $\bar{P}_{tool}$ ) در نمودار کنترل لحاظ شود رابطه (۸) معادل رابطه (۶) خواهد بود و به منظور حذف تاثیرات فرسایش ابزار مدل رگرسیون لجستیک که روند ناشی از استهلاک ابزار را در خود جای داده است، مورد استفاده قرار می گیرد. در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب که بوسیله مدل رگرسیون لجستیک طراحی می شود، هر انحراف خارج از حدود کنترل مبین خطا در زیرگروهها بوده و به این دلیل سایر انحرافات اساسی فرایند (بجز فرسایش ابزار) تحت کنترل قرار می گیرد. اکنون به منظور طراحی نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب مبتنی بر مدل رگرسیون لجستیک، رابطه (۲) را در نظر بگیرید. مقدار  $p(x)$  در سطوح مختلف کارکرد ابزار ( $x$ )،  $\bar{p}$  ناشی از سایر عوامل اساسی فرایند را نمایش می دهد. بنابراین متوسط اقلام معیوب فرایند برابر است با  $\bar{p} = p(x)$ . ازاینرو با در نظر گرفتن حدود کنترلی  $k\sigma_p$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} UCL = p(x) + k\sigma_p \\ CL = p(x) \\ LCL = p(x) - k\sigma_p \end{cases} \quad (9)$$

و  $p(x)$  نیز از رابطه (۲) بدست می آید. نمودار کنترل مبتنی بر روابط (۹) در شکل (۴) نمایش یافته است.

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^T (o_i - e_i)^2}{e_i} \quad (3)$$

در رابطه (۳)،  $o$  فراوانی مشاهده شده،  $e$  فراوانی انتظاری و  $T$  تعداد سطوح کارکرد ابزار که نمونه برداری در آن کارکردها انجام شده است تعریف می شود. مقادیر  $e$  برای نمونه های مختلف از طریق رابطه (۴) بدست می آید.

$$e_i = n_i (1 + \exp(-\alpha - \beta x)) \quad (4)$$

در رابطه (۴)،  $n$  مبین حجم نمونه ها است. در صورتی که  $e$  از عدد ۵ کوچکتر باشد، مقادیر مجاور با یکدیگر ادغام می شود. واضح است که  $\chi^2$  در رابطه (۳) دارای توزیع مربع کای با  $T-3$  درجه آزادی است و در صورتی که  $\chi^2 \leq \chi_{\alpha, T-3}^2$  فرض صفر مبنی بر انطباق و زیندگی مدل پذیرفته می شود [۸].

۲-۵. آزمون وجود روند

پس از ارزیابی کیفیت مدل، براساس Piegorsch، لازم است که وجود روند در داده ها مورد بررسی قرار گرفته و یا به عبارت دیگر فرضیه  $H_0: \beta = 0$  ارزیابی شود. در مدل رگرسیون لجستیک چنانچه  $\beta$  برابر صفر باشد، تابع پاسخ مستقل از  $x$  (کارکرد ابزار) است و از اینرو مقادیر  $p(x)$  ثابت خواهد بود. Wald آماره ای را معرفی کرد که با استفاده از آن می توان وجود روند را در داده ها مورد بررسی قرار داد.

آمار Wald برای نمونه های بزرگ، وقتی که حجم نمونه ها و نیز کل اندازه نمونه ها بزرگ باشد ( $n_i > 25, N > 100$ ) بعنوان یک متغیر نرمال استاندارد عمل می کند. این آمار برای مدل رگرسیون لجستیک توسط رابطه (۵) تعریف می شود [۱۰].

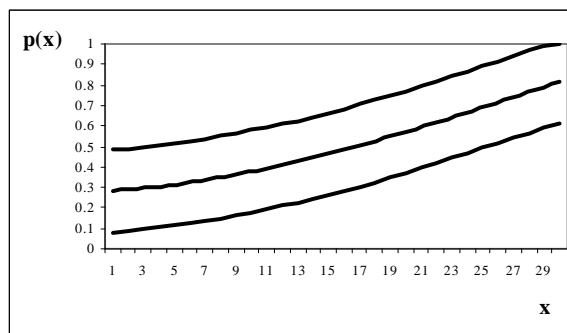
$$Z_w = \frac{\hat{\beta}}{\sigma_{\hat{\beta}}} \quad (5)$$

در رابطه (۵)،  $\sigma_{\hat{\beta}}$  انحراف معیار  $\hat{\beta}$  است. مقادیر  $\hat{\beta}$  و  $\sigma_{\hat{\beta}}$  به کمک مشاهدات حاصل تخمین زده می شود. چنانچه  $Z_w$  از  $Z_{\alpha}$  (ناحیه بحرانی) بیشتر باشد آنگاه فرضیه  $H_0: \beta = 0$  (عدم وجود روند) رد و فرض وجود روند صعودی در داده ها تایید می گردد. بهمین ترتیب اگر  $Z_w$  از  $-Z_{\alpha}$  کمتر باشد، آنگاه نتیجه گیری می شود که روند نزولی در داده ها وجود دارد [۹]. لازم به ذکر است براساس Hauck & Donner، در صورت بزرگ بودن پارامتر  $\beta$  (از نظر قدرمطلق)، آمار Wald در آشکار سازی روند ضعیف عمل می کند. ولی باید توجه داشت که بندرت چنین حالتی اتفاق رخ می دهد [۱۱].

مثال عددی ارائه می‌گردد. بدین منظور فرایند تراشکاری پیستون را در نظر بگیرید. در این فرایند تعداد قطعاتی که توسط هر ابزار تراشکاری می‌شود نقش مهمی در افزایش نسبت اقلام معیوب دارد. در این فرایند قطر پیستون مشخصه کنترلی مهمی است که باید تحت کنترل قرار گیرد.

براساس محاسباتی که توسط بخش مهندسی کیفیت و با توجه به حدود مشخصه فنی قطر پیستون و هزینه تعویض ابزار تراش صورت پذیرفته، کارکرد بهینه ابزار در سطح تولید ۶۰۰۰ قطعه تعریف شده است.

به منظور کنترل انحرافات این فرایند تعداد ۳۰ نمونه ۲۵ تایی انتخاب شده که نتایج حاصله در جدول (۱) نمایش یافته است. نمودار کنترل شوهارت نسبت اقلام معیوب برای این فرایند به صورت زیر بدست می‌آید.



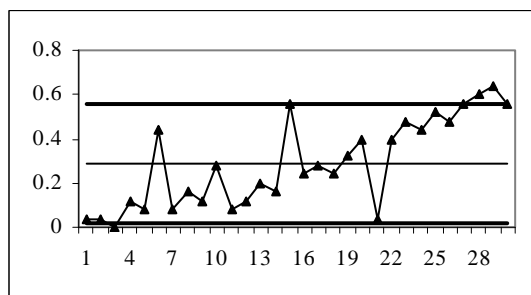
شکل ۴. حدود کنترل رونددار مبتنی بر مدل رگرسیون لجستیک

### ۳. مثال عددی

در این بخش جهت بررسی عملکرد مدل و تشریح بیشتر فرایند ذکر شده برای حذف روند در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب، یک

جدول ۱. داده‌های بدست آمده از فرایند ماشین کاری پیستون

شماره نمونه	تعداد قطعه تولیدی	تعداد اقلام معیوب	نسبت اقلام معیوب	شماره نمونه	تعداد قطعه تولیدی	تعداد اقلام معیوب	نسبت اقلام معیوب	شماره نمونه	تعداد قطعه تولیدی	تعداد اقلام معیوب	نسبت اقلام معیوب
۱	۱۰۰۰	۱	۰/۰۴	۱۱	۲۰۰۰	۲	۰/۰۸	۲۱	۳۰۰۰	۱	۰/۰۴
۲	۱۱۰۰	۱	۰/۰۴	۱۲	۲۱۰۰	۳	۰/۱۲	۲۲	۳۱۰۰	۱۰	۰/۴
۳	۱۲۰۰	۰	۰	۱۳	۲۲۰۰	۵	۰/۲	۲۳	۳۲۰۰	۱۲	۰/۴۸
۴	۱۳۰۰	۳	۰/۱۲	۱۴	۲۳۰۰	۴	۰/۱۶	۲۴	۳۳۰۰	۱۱	۰/۴۴
۵	۱۴۰۰	۲	۰/۰۸	۱۵	۲۴۰۰	۱۴	۰/۵۶	۲۵	۳۴۰۰	۳۱	۰/۵۲
۶	۱۵۰۰	۱۱	۰/۴۴	۱۶	۲۵۰۰	۶	۰/۲۴	۲۶	۳۵۰۰	۱۲	۰/۴۸
۷	۱۶۰۰	۲	۰/۰۸	۱۷	۲۶۰۰	۷	۰/۲۸	۲۷	۳۶۰۰	۱۴	۰/۵۶
۷	۱۷۰۰	۴	۰/۱۶	۱۸	۲۷۰۰	۶	۰/۲۴	۲۸	۳۷۰۰	۱۵	۰/۶
۸	۱۸۰۰	۳	۰/۱۲	۱۹	۲۸۰۰	۸	۰/۳۲	۲۹	۳۸۰۰	۱۶	۰/۶۴
۱۰	۱۹۰۰	۷	۰/۲۸	۲۰	۲۹۰۰	۱۰	۰/۴	۳۰	۳۹۰۰	۱۴	۰/۵۶



شکل ۵. نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب بدون در نظر گرفتن روند

چنانچه در شکل (۵) مشخص شده است روند ناشی از فرسایش ابزار، عملکرد نمودار را تحت تاثیر قرار داده و بنابراین در

نمودار کنترل شوهارت نسبت اقلام معیوب برای این فرایند به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\bar{p} = \frac{\sum y_i}{mn} = \frac{217}{30 * 25} = 0.29$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}q}{n}} = \sqrt{\frac{0.29 * 0.71}{25}} = 0.09$$

$$\begin{cases} UCL = \bar{p} + 3\sigma_p = 0.29 + 3 * 0.09 = 0.56 \\ CL = \bar{p} = 0.29 \\ LCL = \bar{p} - 3\sigma_p = 0.29 - 3 * 0.09 = 0.02 \end{cases}$$

در مرحله بعد لازم است تست وجود روند انجام شود. برای مدل فوق آماره Wald برابر است با  $Z_w = \frac{0.001}{0.0001} = 10$  با در نظر گرفتن سطح تشخیص معادل ۵ درصد،  $Z_{\alpha}$  برابر خواهد بود با ۱/۶۴۵ و از اینرو فرض صفر بودن  $\beta$  رد و فرض مقابل مبنی بر یکسان نبودن نسبت اقلام معیوب در سطوح مختلف کارکرد ابزار پذیرفته می شود. بنابراین با توجه به برازش مدل و وجود روند در داده ها می توان از مدل رگرسیون لجستیک برای طراحی نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب استفاده کرد. در نتیجه با توجه به محاسباتی که قبلا برای تعیین انحراف معیار خطا صورت پذیرفت، حدود کنترلی رونددار برای مسئله ماشین کاری پیستون به صورت زیر بدست می آید:

$$UCL = p(x) + 3 * 0.09 = p(x) + 0.27$$

$$CL = p(x)$$

$$LCL = p(x) - 3 * 0.09 = p(x) - 0.27$$

شکل (۶) نمودار کنترل مربوطه را نشان می دهد. چنانچه ملاحظه می گردد با لحاظ کردن تاثیر فرسایش ابزار در نمودار کنترل، تمام نقاطی که در شکل (۵) وضعیت خارج از کنترل را نشان می دهد، تحت کنترل قرار بوده و در مقابل نقاط ۶ و ۱۵ و ۲۱ که پیشتر هم به نظر می رسید خارج از کنترل باشد از کنترل خارج اعلام می شود. بنابراین لازم است وضعیت فرایند در این لحظات بررسی شده و پس از اصلاح نمودار (در صورت نیاز)، حدود کنترل مینا را بدست آورد و از آن برای کنترل فرایند در ادامه تولید پیستون استفاده کرد.

#### ۴. نتیجه گیری

در این مقاله فرسایش ابزار در فرایندهای ماشین کاری و تاثیر این پدیده در نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب مورد بررسی قرار گرفت. فرسایش ابزار یکی از انحرافات اساسی شناخته شده در فرایندهای ماشین کاری بوده که عملکرد نمودار کنترل شوهارت را در شناسایی سایر انحرافات اساسی فرایند تحت تاثیر قرار می دهد. بنابراین باید به منظور اتخاذ تصمیمات مناسب برای اصلاح فرایند در زمانهای مقتضی، تاثیر روند را با طراحی نمودار کنترل رونددار از نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب حذف و اثرات مربوط به سایر علل خاص موجود در فرایند را مورد بررسی قرار داد. به این ترتیب مدل رگرسیون لجستیک به عنوان یکی از ابزارهای مناسب برای حذف روند از این نمودار معرفی شد. در ادامه آزمون هایی که لازم است قبل از طراحی نمودار کنترل رونددار انجام شود تشریح گردید و سپس نمودار کنترل خالص شده از روند طراحی شد. در انتها نیز به منظور تشریح بهتر روش ارائه شده برای حذف روند، یک مثال عددی ارائه شد و چگونگی حذف روند از نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب تبیین گردید. به عنوان فعالیت های آتی و ادامه تحقیق میتوان به چگونگی استفاده از مدل های رگرسیون لجستیک چند

زیرگروه های شماره ۶، ۱۵ و ۲۱ که به نظر می رسد فرایند از کنترل خارج شده و در جدول (۱) بصورت پررنگ نشان داده شده است، هیچ هشدار توسط نمودار اعلام نمی شود. در مقابل در زیرگروه شماره ۳ که به نظر می رسد بدلیل تاثیر روند در محاسبات میانگین از حد پایین کنترل خارج شده و نیز در زیرگروه های شماره ۲۷ و ۲۸ و ۲۹ و ۳۰ که به نظر می رسد فرسایش ابزار (در ادامه روندی که از آغاز فرایند در نمودار مشهود است) منجر به فراتر رفتن نسبت اقلام معیوب از حد بالای کنترل نسبت اقلام معیوب گردیده، زنگ خطر مشاهده می شود. در نتیجه لازم است به منظور استفاده بهینه از ابزار و عدم تعویض آن قبل از کارکرد بهینه (۶۰۰۰ قطعه) و نیز کنترل سایر انحرافات اساسی فرایند، روند ایجاد شده حذف گردد. در مرحله نخست باید با استفاده از داده ها، مدل رگرسیون لجستیک مربوط به داده ها تخمین زده شود. با استفاده از نرم افزار SPSS نسخه ۱۱٫۵ پارامترهای مدل به صورت زیر تخمین زده می شود:

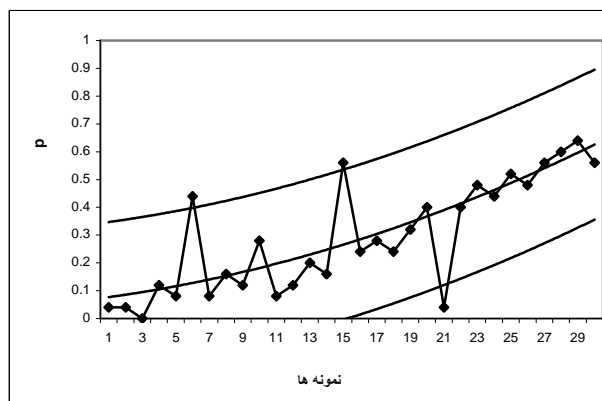
$$\hat{\alpha} = -3.43 \quad \hat{\beta} = 0.001$$

$$\sigma_{\hat{\alpha}} = 0.308 \quad \sigma_{\hat{\beta}} = 0.0001$$

به این ترتیب مدل رگرسیون لجستیک برای مسئله فوق به صورت زیر بدست می آید:

$$p(x) = \frac{1}{1 + \exp(3.43 - 0.001x)}$$

پس از تخمین پارامترهای مدل  $(\alpha, \beta)$ ، لازم است آزمون زیندگی مدل انجام گیرد. بر اساس آماره معرفی شده در بخش ۴-۲ محاسبات انجام شده است و مقدار  $\chi^2$  برای مدل برابر با ۲۹/۲۶ بدست می آید. با در نظر گرفتن سطح تشخیص ۵ درصد، ناحیه بحرانی بصورت  $\chi^2_{0.05, 21} > \chi^2$  تعریف می شود که با توجه به اینکه  $\chi^2_{0.05, 21} = 32.671$  نتیجه می شود مدل از درجه بالایی از برازندگی قرار دارد. شایان ذکر است بدلیل کوچک بودن مشاهدات انتظاری و ادغام سلولهای مجاور درجه آزادی آماره مربع کای برابر با ۲۱ خواهد بود.



شکل ۶. نمودار کنترل نسبت اقلام معیوب رونددار برای مسئله ماشین کاری پیستون

- [14] Swift, J.A., Mize, H., "Out-of-Control Pattern Recognition and Analysis for Quality Control Charts Using LISP-based Systems", Computers & Industrial Engineering, Vol. 28, 1995, pp. 81-91.
- [15] Velasco, T., Rowe, M.R., "Back Propagation Artificial Neural Networks for the Analysis of Control Charts", Computers & Industrial Engineering, Vol. 25, 1993, pp. 397-400.
- [16] Al-Ghanim, A.M., Ludeman, L.C., "Automated Unnatural Pattern Recognition on Control Charts Using Control Correlation Analysis Techniques", Computers & Industrial Engineering, Vol. 32, 1997, pp. 679-690.
- [17] Reddy, D.C., Ghosh, K., "Identification and Interpretation of Manufacturing Process Pattern through Neural Networks", Mathematical and Computer Modeling, Vol. 27, 1998, pp. 15-36.
- [18] Wani, M.A., Pham, D.T., "Efficient Control Chart Pattern Recognition through Synergistic and Distributed Artificial Neural Networks", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering, Part B: Journal of Engineering Manufacture, Vol. 213, No. 2, 1999, pp.157-169.
- [19] Santarisi, N.S., Bargash, M.A., "A Comparative Study between the Performance of A neuro-Fuzzy Based Model for Pattern Recognition in control Chart and Control Chart Heuristics", The Eleventh International Conference on Machine Design and Production, 13-15 October 2004, Antalya, Turkey.
- [20] Yaser, A.M., "Toward Automating the Implementation of Control Charts Using Neural Networks", <http://proquest.umi.com>, Document ID: 765211721, 2004.

متغیره و کنترل پارامترهای مختلف در فرسایش ابزار و نیز استفاده از ابزارهای هوشمند در فرآیندهای تولید و بررسی موضوع فرسایش ابزار با استفاده از هوش مصنوعی و سیستمهای خبره بصورت آتی اشاره کرد. توسعه مدلهای کمی برای نمودارهای کنترل متغیر در این خصوص نیز از زمینه های دیگر برای مطالعات آتی است.

### مراجع

- [1] Manuele, J., "Control Chart for Determining Tool Wear", Industrial quality control, 1945, Vol. 1.
- [2] Bishop, A.B., "Automation of Quality Control Function", Industrial Quality Control, Vol. 21, 1965 pp. 509-514.
- [3] Arcelus, F.J., Banner, P.K., "Selection of the Most Economical Production Plan in a Tool Wear Process", Technometrics, Vol. 27, No. 4, 1985, pp. 433-437.
- [4] Arcelus, F.J., Banner, P.K., "Optimal Economical Production Plan in a Tool Wear Process with Reward for Acceptable, Undersized and Oversized Parts", Engineering Costs and Production Economics, Vol. 11, 1987, pp. 13-19.
- [5] Quesenberry, C.P., "An SPC Approach to Compensating a Tool-Wear Process", Journal of Quality Technology, Vol. 20, No. 4, 1988, pp. 220-229.
- [6] Cullagh, Mc., Nelder, J.A., *Generalized Linear Models*, 2<sup>nd</sup> Edition, London: Chapman & Hall, 1989.
- [7] Zhou, C., Chandra, J., Wysk, R., "Optimal Cutting Tool Replacement Based on Tool Wear Status", International Journal of Production Research, Vol. 28, No. 7, 1990, pp.1357-1367.
- [8] Bain, L.J., Engelhardt, M., *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, 2<sup>nd</sup> Edition, Boston: PWS-KENT, 1991.
- [9] Piegorch, W.W., "An Introduction to Binary Response Regression and Associated Trend Analyses", Journal of Quality Technology, Vol. 30, No. 3, 1998, pp.269-280.
- [10] Wald, A., "Tests of Statistical Hypotheses Concerning Several Parameters When the Number of Observations Is Large", Transactions of the American Mathematical Society, Vol. 54, 1943, pp. 426-482.
- [11] Hauck, W.W., Donner, A., "Wald's Test as Applied to Hypothesis in Logit Analysis", Journal of the American Statistical Association, Vol. 72, No. 360, 1977, pp. 851-853.
- [12] Brown, J., Harhen, J., Shivnan, J., *Production Management System*, 2<sup>nd</sup> Edition, Addison-Wesley Publishing Company, 1996.
- [13] Al-Ghanim, A.M., Kamat, S.J., "Unnatural Pattern Recognition on Control Charts Using Correlation Analysis Techniques", Computers & Industrial Engineering, Vol. 29, 1995, pp. 43-47.