



## A Model for Spare parts' Demand Forecasting Based on Reliability, Operational Environment and Failure Interaction of Parts

Ebrahim Teimoury & Mina Mazra'eh Farahani

Ebrahim teimoury, Industrial Engineering Department, Iran University of Science and Technology

Mina Mazra'eh Farahani, Industrial Engineering Department, Iran University of Science and Technology

### Keywords

Spare parts, Demand forecasting, Proportional hazard model, Competing risk model Failure rate, Renewal process

### ABSTRACT

Product support and after sales services are among the important areas which have attracted the attention of managers and decision makers, especially in the field of supply chain and logistics management. Supplying the spare parts of products to guarantee the desired operation of product during its life time is in the focus of attention of logistics and supply chain managers. What makes the demand forecasting possible and real is the correct identification of demand affecting factors and their relation. So, the best model of spare parts' demand forecasting is one which incorporates all factors influencing the failure rate of the parts. This article presents a model which incorporates the environmental covariates influencing the failure rate as well as the reliability characteristics of parts. In addition, a portion of spare parts demand is due to the interaction of different parts in a system which is known as failure interaction. This factor is regarded in the model as another factor affecting the failure rate of the parts and, the demand estimation as a result. This model uses the reliability models and renewal process to forecast spare parts demand, based on reliability, operational environment and failure interaction.

© ۱۳۸۸، جلد ۲۰، شماره ۱ (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید)

## مدل پیش‌بینی مصرف قطعات یدکی با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان، محیط عملیاتی و برهم‌کنش شکست قطعات

ابراهیم تیموری و مینا مزرعه‌فراهانی

### چکیده:

پشتیبانی و خدمات پس از فروش محصول توجه طیف گسترده‌ای از مدیران، متخصصان و تصمیم‌گیرندگان صنایع مختلف را به خود جلب کرده است. در این بین فراهم کردن قطعات یدکی برای مشتریان محصولات، با هدف تضمین کارکرد مناسب محصول در طول دوره عمر خود مورد توجه متخصصان لجستیک، تامین و زنجیره تامین است. آنچه پیش‌بینی تقاضا و مصرف یک محصول را ممکن و به واقعیت نزدیک می‌کند شناسایی عوامل موثر بر تقاضا و تعیین رابطه آن عوامل با تقاضا است. بر این اساس مناسب‌ترین روش پیش‌بینی تعداد قطعات یدکی مورد نیاز،

### کلمات کلیدی

تقاضا، قطعات یدکی، پیش‌بینی، قابلیت اطمینان، مدل آسیب‌های نسبی، مدل خطرات در حال رقابت، نظریه تجدید

تاریخ وصول: ۸۷/۲/۲۰

تاریخ تصویب: ۸۷/۸/۱۲

دکتر ابراهیم تیموری، استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، [teimoury@iust.ac.ir](mailto:teimoury@iust.ac.ir)

مینا مزرعه‌فراهانی، کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، [mina.m.farahani@gmail.com](mailto:mina.m.farahani@gmail.com)

استفاده از مدلی است که کلیه عوامل موجد یا موثر بر نرخ شکست را در نظر بگیرد. در این مقاله مدلی ارائه شده که علاوه بر قابلیت اطمینان قطعه، عوامل محیطی موثر بر نرخ شکست را به خوبی در نظر می‌گیرد. علاوه بر این از آنجا که مصرف بسیاری از قطعات ناشی از ارتباط آنها با سایر قطعات و وجود مفهومی به نام برهم‌کنش شکست قطعات است، این عوامل نیز به عنوان یک گروه دیگر از عوامل موثر بر تقاضا در مدل وارد شده است. مدل ارائه شده در این مقاله، با استفاده از مدل‌های قابلیت اطمینان و فرآیند تجدید به پیش‌بینی مصرف قطعات یدکی با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان، عوامل موجود در محیط عملیاتی و برهم‌کنش شکست می‌پردازد.

## ۱. مقدمه

آنچه به عنوان پیش‌بینی مصرف در اغلب سازمان‌ها و در مورد اغلب کالاها مرسوم است، تخمین تقاضای آینده بر اساس روند مشاهده شده در گذشته مصرف آن کالاهاست. اما از آنجا که در دسترس‌ترین داده‌ها برای تخمین تقاضای آینده، داده‌های فروش گذشته است، پیش‌بینی مصرف بر مبنای داده‌های فروش انجام می‌گیرد. علاوه بر این، روش‌های پیش‌بینی نوین که زمینه‌ساز یکپارچه‌سازی زنجیره تامین هستند، نیز اغلب بر مبنای بکارگیری داده‌های برخط فروش توسعه یافته‌اند.

این روشها گرچه بسیار مرسومند، اما ناکارایی آنها در مورد کالاهای غیر تندمصرف در عمل مشاهده شده است. مثلا ممکن است استفاده از یک روش مبتنی بر سری زمانی برای یک کالای خوراکی (آن هم با محدودیتهای خاص مربوط به این روشها همچون لزوم تعیین افق پیش‌بینی مناسب) تخمین نسبتا مناسبی از مصرف دوره‌های آینده به دست دهد، اما استفاده از چنین روشهایی برای کالاهایی مانند قطعات یدکی خودرو فاقد کارایی قابل قبول است؛ چراکه مصرف چنین کالاهایی به عواملی همچون قابلیت اطمینان قطعه، شرایط محیطی، اثر سایر قطعات و حتی فرهنگ مصرف و نحوه بهره‌برداری از خودرو بستگی دارد. در مورد محصولات مکانیکی، قابلیت اطمینان نقش غیرقابل انکاری در چرخه عمر محصولات دارد. برای مثال اندازه‌گیری قابلیت اطمینان پیش از ارائه طرح محصول به خط تولید و پیش از عرضه و توزیع محصول در بازار ضروری است. علاوه بر این قابلیت اطمینان نقشی حیاتی در تعیین سیاستهای بهینه بازرسی، نگهداری، تعمیرات، تعیین دوره گارانتی، تخمین تعداد قطعات یدکی و زمان‌بندی تعویض قطعات دارد. به بیان دیگر، تخمین و اندازه‌گیری صحیح و دقیق نرخ آسیب‌دیدگی سیستمهای مکانیکی نقشی اساسی در فعالیتهای تعمیراتی و نگهداری (به‌ویژه نگهداری پیش‌بینانه) این سیستمها دارد. این امر موجب اجرای آزمایشهای بسیاری در مرحله تولید و طراحی محصولات گردیده است. مدل ارائه شده در این مقاله علاوه بر آنکه قابلیت اطمینان قطعات را در نظر می‌گیرد، از طریق رصد عوامل محیطی موثر بر نرخ شکست، تاثیر شرایط محیطی بر مصرف را نیز به خوبی مدنظر دارد. همچنین مصرف الفاشده به هر قطعه در اثر شکست و تعویض سایر قطعات مرتبط را نیز در تخمین

مصرف کل قطعه وارد می‌کند. همچنین از رویکرد جدید و واقع-گرایانه‌ای برای تعیین توزیع زمان شکست مینا استفاده می‌کند. در بخش ۲ به پیشینه موجود در حوزه ادبیات اندازه‌گیری قابلیت اطمینان سیستمهای مکانیکی و شکست قطعات پرداخته می‌شود و مجموعه‌ای از مدل‌های موجود در ادبیات اندازه‌گیری قابلیت اطمینان مورد بررسی قرار می‌گیرند. فرضیات مدلسازی و تحقیق در بخش ۳ مقاله ارائه شده‌اند، در بخش ۴، مدلسازی مسئله با توجه به فرضیات بیان شده در بخش سوم انجام گرفته است. در بخش ۱-۴، به توسعه زیرمدل مناسب برای اندازه‌گیری قابلیت اطمینان قطعات مکانیکی غیرقابل تعمیر که در معرض اثر عوامل محیطی و برهم‌کنش شکست سایر قطعات هستند، پرداخته‌ایم. در بخش ۲-۴، مدل تخمین تعداد مصرف قطعات بر اساس قابلیت اطمینانی که از زیرمدل بخش ۱-۴ به دست آمده توسعه و تبیین یافته است. مدل نهایی تخمین تعداد مصرف قطعات در بخش ۳-۴ و با در نظر گرفتن توزیع وایبول برای زمان شکست مینا، توسعه یافته است. مدل موردنظر برای محاسبه مصرف دو قطعه با برهم‌کنش نوع I در بخش ۵، بکار رفته است. بخش ۶ به نتیجه‌گیری و بررسی کلی مدل می‌پردازد.

## ۲. پیشینه تحقیق

پیش‌بینی شکست و از کارافتادگی سیستمها را می‌توان به دو طریق به انجام رساند: عارضه‌یابی و آسیب‌شناسی اشکالات از طریق رصد سیگنالها و تحلیل داده‌های گذشته و استخراج سنجها و مقیاسهای مناسب قابلیت اطمینان. آزمون عمر تسریع شده یکی از رویکردهایی است که برای تعیین نرخ شکست و قابلیت اطمینان سیستم/مولفه‌های آن در مدت زمانی کوتاه به کار می‌رود.

بکارگیری روشهای آماری رویکرد دیگری است که برای پیش‌بینی قابلیت اطمینان سیستم تحت شرایط خاص بکار می‌رود. (برای مثال پیش‌بینی قابلیت اطمینان در مراحل بعدی یا در مواردی به‌روزر کردن پیش‌بینی‌های موجود از گذشته). در مواقعی که، ناشناخته و پیچیده‌بودن توزیع زمان شکست سیستم یا مولفه‌های سیستم و یا ناکافی و اندک بودن تعداد مشاهدات، برآزش یک توزیع مناسب به داده‌ها را دشوار می‌سازد و نیز برای ممانعت از آزمودن

همانطور که ملاحظه می‌شود  $h(t, z)$  در دو طرف معادله قرار دارد و همین امر است که مدل را مبهم و اجرای آن را دشوار می‌سازد. یکی دیگر از روشهایی که برای مدلسازی و پیش‌بینی نرخ شکست قطعات بکار می‌رود مدل تنش-قدرت است. اگر  $X$  نمایانگر قدرت قطعه‌ای باشد که در معرض تنش  $Y$  قرار گرفته است، در این صورت دو گزینه برای مدلسازی و تخمین قابلیت اطمینان وجود دارد: تنش قطعی و قدرت تصادفی: در این حالت قابلیت اطمینان  $(R)$  از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} R &= P\{X > Y\} \\ R &= 1 - F_X(Y) \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن  $F_X(Y)$  تابع توزیع است.

تنش و قدرت هر دو تصادفی: در این حالت متغیر تصادفی  $Z$  را به صورت  $Z = X - Y$  تعریف می‌کنیم که در آن  $X$  قدرت قطعه و  $Y$  تنش وارد شده به قطعه است، بنابراین قابلیت اطمینان عبارتست از:

$$R = P\{Z > 0\} = 1 - F_Z(0) \quad (5)$$

برای مثال چنانچه تنش و قدرت هر دو دارای توزیع نمایی باشند، خواهیم داشت:

$$R = \frac{\lambda_y}{\lambda_x + \lambda_y} \quad (6)$$

از آنجا که اغلب قطعات در شرایطی متفاوت بکار گرفته می‌شوند که همه آنها شناخته شده نیست و در آزمایشگاه بررسی نشده، مرسوم است برای محاسبه نرخ شکستی که عوامل محیطی از قبیل تاثیرات دما، رطوبت، نوسان ولتاژ و سایر عوامل مقادیر پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده را در نظر می‌گیرد، نرخ شکست حاصله را تعدیل می‌کنند، برای مثال نرخ شکست را در یک ثابت مناسب ضرب می‌کنند. این مدل اغلب برای اقلام و قطعاتی مناسب است که خرابی آنها نتیجه شکست، پارگی و عواملی است که دو حالت وقوع و عدم وقوع دارند. مدل آسیب‌های نسبی یا PHM رویکرد متفاوتی برای مدلسازی و در نظر گرفتن تاثیر عوامل محیطی دارد. طبق این مدل، تابع شکست یک قطعه‌ی سیستم حاصلضرب تابع شکست مبنا در یک عبارت نمایی است که اثر چندین متغیر توصیفی یا عامل اثرگذار در آن لحاظ گردیده‌است. صورت عمومی و کلی این مدل که بیش از همه به کار رفته عبارتست از:

$$\begin{aligned} h(t, z) &= h_0(t) \Psi(z\alpha) \\ z\alpha &= \sum_{i=1}^n z_i \alpha_i \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن  $h(t, z)$  تابع شکست، و  $\alpha$  (بردار ستونی) پارامتر نامعلوم مدل یا ضریب رگرسیون  $n$  متغیر توصیفی مربوطه (بردار سطری

فرضیات بسیار، استفاده از مدل‌های آماری ناپارامتری مفید است. یکی از مدل‌های بسیار مرسوم ناپارامتری "رگرسیون چندگانه" است. این مدل فرض می‌کند که عوامل موثر (عوامل خارجی موثر بر قابلیت اطمینان از قبیل متغیرهای محیطی شرایط عملیاتی، تنش‌های وارد بر سیستم) متغیرهای مستقل مدل رگرسیون هستند که برای پیش‌بینی زمان شکست یک قطعه یا مولفه به کار می‌روند. مدل آسیب‌های نسبی  $(PHM^1)$  یکی از انواع مدل‌های ناپارامتری است که توسط COX (1972) پیشنهاد توسعه یافته و در آن یک تابع شکست مبنا با وارد کردن یک عبارت ضربی حاصل از ترکیب عوامل موثر تغییر می‌کند. مدل PHM که به صورت  $h(t) = h_0(t)\psi(z, \alpha)$  نمایش داده می‌شود بیانگر آن است که نرخ شکست و آسیب سیستم در اثر تغییر عوامل موثر تغییر می‌کند، یعنی عوامل موثر متغیرهای توصیفی و نرخ شکست متغیر پاسخ است.

مدل متغیرهای موثر نسبی  $(PCM^2)$  یکی دیگر از انواع مدل‌های پیش‌بینی نرخ شکست و قابلیت اطمینان سیستمها/قطعات مکانیکی است. در این مدل با استفاده از رصد و ثبت عوامل موثر به عنوان متغیرهای پاسخ، نرخ شکست و قابلیت اطمینان سیستم پیش‌بینی می‌شود. در این حالت عوامل موثر متغیرهای پاسخ و نرخ شکست متغیر توصیفی محسوب می‌شود (Sun et al., 2006). مدل PHM برای مدلسازی چنین سناریویی که در آن نرخ شکست، متغیر توصیفی و عوامل موثر، متغیرهای پاسخ به شمار می‌روند، مناسب نیست؛ چراکه طبق اثبات Moore & McCabe (2003) نتیجه رگرسیون در اثر جابجایی متغیرهای پاسخ و توصیفی تغییر خواهد کرد.

مدل PCM، مدلی نو و روشی نسبتاً نابالغ است که هنوز کاملاً آزمون نشده و دچار برخی نکات مبهم است. در این مدل نرخ شکست تابعی از عوامل موثر مبناست که خود تابعی از نرخ شکست هستند، به بیان دیگر:

$$h(t, z) = h_0(t) \Psi(z_i(t)) \quad (1)$$

که در آن  $h_0(t)$  نرخ شکست مبنا و  $h(t, z)$  نرخ شکست حاصل از قابلیت اطمینان (نرخ شکست مبنا) و تاثیر عوامل محیطی، و  $z_i(t)$  هر یک متغیرهای (عوامل) موثر محیطی  $(i=1, 2, \dots, n)$  هستند و:

$$z_i(t) = f(h(t, z)) \quad (2)$$

و بنابراین:

$$h(t, z) = h_0(t) \Psi[f(h(t, z))] \quad (3)$$

<sup>1</sup> Proportional Hazard Model

<sup>2</sup> Proportional Covariates Model

شامل متغیرها و عوامل موثر) است که درجه تاثیر هر عامل را در نرخ شکست مشخص می‌کند و  $h_0(t)$  نرخ شکست مبنا است. گرچه مدل PHM خود، یک مدل توزیع-آزاد است اما اگر یک توزیع خاص برای  $h_0(t)$  فرض شود، یک مدل کاملاً پارامتریک به دست می‌آید. یکی از مهمترین نمونه‌های چنین مدل‌هایی مدل وایبول است که در آن نرخ شکست مبنا،  $h_0(t) = (\beta/\eta)(t/\eta)^{\beta-1}$ ؛ که در حالت  $\beta=1$  توزیع نمایی را نیز شامل می‌شود.

یکی از برتری‌های این مدل توزیع-آزاد بودن آن است؛ با این حال بسیاری از ویژگی‌های آن به توزیع طول عمر مفروض اولیه، یا در واقع  $h_0(t)$  وابسته نیست. این نکته به‌ویژه در حالتی که هیچ داده محذوفی وجود ندارد کاملاً صحیح است، با این حال در شرایط وجود داده‌های محذوف بسیار نیز وابستگی به  $h_0(t)$  بسیار ناچیز است. (Lawless, 1982).

بنابراین با فرض شکل نمایی تابع، نرخ شکست مشاهده شده یک سیستم که شامل تاثیر عوامل محیطی نیز باشد، به شکل زیر خواهد بود [۵]:

بنابراین با فرض شکل نمایی تابع، نرخ شکست مشاهده شده یک سیستم که شامل تاثیر عوامل محیطی نیز باشد، به شکل زیر خواهد بود [۵]:

$$\lambda(t, z) = \lambda_0(t) \cdot \exp(z\alpha) = \lambda_0(t) \cdot \exp\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i z_i\right) \quad (۸)$$

که در آن  $\lambda_0(t)$  نرخ شکست مبنا،  $\lambda(t, z)$  نرخ شکست قطعه در اثر نرخ شکست مبنا و عوامل موثر محیطی و  $z_i, i=1, 2, \dots, n$  عوامل موثر و مرتبط و  $\alpha_i, i=1, 2, \dots, n$  پارامترهای نامعلوم مدل هستند که تاثیر هر یک از عوامل را بر نرخ شکست مشخص می‌کنند. عامل ضربی  $\exp(z\alpha)$  را می‌توان ریسک نسبی شکست به دلیل حضور یا وقوع هر یک از عوامل نامید.

در یک سیستم چندمولفه‌ای معمولاً شکست و آسیب‌دیدگی یک قطعه یکی از عوامل مهم موثر بر طول عمر و شکست سایر قطعات است. (Murthy & Nguyan (1985) این تعامل میان قطعات را "برهم‌کنش شکست"<sup>۱</sup> می‌نامند و سه نوع متفاوت (انواع I-II-III) برای آن قائلند.

در برهم‌کنش شکست نوع I، هر مرتبه از کار افتادن یک قطعه می‌تواند شکست و از کارافتادگی یک یا چند قطعه دیگر در سیستم را القا کند. در برهم‌کنش شکست نوع II هرگاه قطعه‌ای از کار می‌افتد، شکست آن قطعه به مثابه یک ضربه برای سایر قطعات عمل می‌کند و در نرخ شکست سایر قطعات تغییر ایجاد می‌کند. بنابراین نرخ شکست سایر قطعات، نه تنها تابع عمر آنها بلکه تابع تعداد ضربات دریافت‌شده از سایر قطعات است.

در نهایت برهم‌کنش شکست نوع III ترکیبی از انواع I و II است. در این حالت، زمانی که قطعه‌ای از کار می‌افتد می‌تواند در سایر قطعات شکست القا کند و/ یا نرخ شکست سایر قطعات را دچار تغییر کند.

$$\lambda_2(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_{2j}(t) \times P(M_1(t) = j) \quad (۹)$$

لازمه این مدل آن است که نرخ شکست شرطی قطعه ۲ برای کلیه  $j$ ها محاسبه شود، این کار یا باید با استفاده از نظرات خبرگان و کارشناسان انجام شود و یا نیازمند حجم زیادی از اطلاعات برای تحلیل آماری است. علاوه بر این، محاسبه  $P(M_1(t) = j)$  نیز پیش‌نیازهای محاسباتی خود را داراست و همین نکات، پیاده‌سازی چنین مدلی را در واقعیت دشوار می‌سازد.

گرچه مطالعاتی در زمینه برهم‌کنش قطعات (محدود به دو قطعه) برای تعیین زمان تعویض بهینه با توجه به اقدامات تعمیراتی خاص و برای قطعات قابل تعمیر انجام گرفته، اما تمرکز این نمونه‌ها بر تعیین تعداد دفعات تعمیر بهینه قبل از تعویض برای قطعات قابل تعمیر بوده است.

تنها نمونه موجود در ادبیات که به تعیین مصرف قطعات غیر قابل تعمیر می‌پردازد و عوامل موثر محیطی را نیز در نظر می‌گیرد، مقاله Ghodrati & Kumar, 2005 است. مدل ارائه شده در این مقاله بر اساس مدل PHM، و با فرض توزیع وایبول برای زمان شکست مبنا، توسعه یافته است.

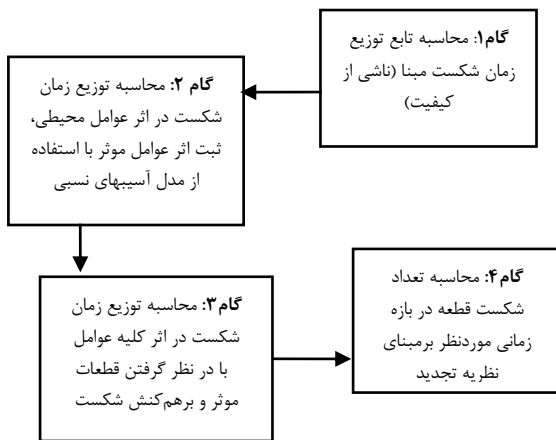
Ghodrati & Kumar با در نظر گرفتن زمان توزیع متوسط که با استفاده از میانگین‌گیری از داده‌های عمر قطعه به دست آمده‌اند، مصرف قطعات را به ازای پارامترهای مختلف برای توزیع وایبول (زمان شکست مبنا) محاسبه کرده و پارامترهای مناسب را بر اساس خطای پیش‌بینی تعیین می‌کنند. با این حال مدل ارائه شده به تاثیر برهم‌کنش قطعات نمی‌پردازد و علاوه بر این تعیین پارامترهای مناسب برای توزیع وایبول مورد نظر نیز از دیگر مشکلات پیاده‌سازی این مدل است.

### ۳. فرضیات تحقیق

از آنجاکه هدف مسئله ارائه یک مدل ریاضی برای تعیین رابطه میان تقاضای قطعات یدکی و مهمترین متغیرهای ایجادکننده تقاضا

<sup>1</sup> Failure interaction

توسعه دهیم که برهم‌کنش شکست (عوامل دورنی) را نیز شامل شود.



شکل ۱. چارچوب مدل پیش‌بینی قطعات یدکی

سیستمی متشکل از دو مولفه (قطعه) را در نظر می‌گیریم که برهم‌کنش شکست آنها از نوع I است. یعنی هر بار قطعه ۱ از کار می‌افتد قطعه ۲ نیز از کار می‌افتد، از آنجا که مدلسازی و تحقیق ما به قطعات تعویضی غیر قابل تعمیر محدود می‌شود، این بدان معناست که هر بار تعویض قطعه ۱ موجب تعویض قطعه ۲ می‌شود. (ملاحظه می‌شود که مصرف قطعه ۲ با مصرف قطعه ۱ رابطه مستقیم دارد و بنابراین حذف تاثیرات برهم‌کنش شکست قطعات، تخمین تعداد قطعات مصرفی را بسیار تغییر خواهد داد) هر یک از این دو قطعه خود در معرض عوامل بیرونی قرار دارد، اگر نرخ شکست قطعه ۲ با در نظر گرفتن اثر عوامل محیطی صرف‌نظر از اثرات شکست قطعه ۱، یعنی نرخ شکست قطعه ۲، مستقل از اثر قطعه ۱،  $\lambda_{2(ext)}(t)$ ، نرخ شکست قطعه ۲ در اثر عوامل بیرون و درون سیستم (یعنی قطعه ۱)،  $\lambda_{2T}(t)$  و نرخ شکست قطعه ۱ نیز با در نظر گرفتن همه عوامل موثر بر آن  $\lambda_1(t)$  باشد، و توزیع زمان شکست قطعه ۲ در اثر عوامل بیرون سیستم و صرف‌نظر از اثر قطعه ۱،  $F_{2(ext)}(t)$ ، توزیع زمان شکست قطعه ۱ در اثر نرخ شکست مینا  $F_{1Q}(t)$  و توزیع زمان شکست قطعه ۲ با در نظر گرفتن عوامل بیرون و داخل سیستم (که در اینجا به دلیل فرض ما بر دو مولفه‌ای بودن سیستم، همان اثر قطعه ۱ است)  $F_{2T}(t)$  باشد، طبق مدل خطرات در حال رقابت،  $CRM^1$ ، شکست قطعه ۲ در اثر وقوع دو دسته عامل است، اگر زمان شکست در اثر عوامل بیرون سیستم را با  $X_e$  و زمان شکست در اثر عوامل درون سیستم را با  $X_i$  نشان دهیم، بنابراین شکست قطعه در زمان  $X = \min \{X_e, X_i\}$  رخ می‌دهد که دارای تابع توزیع زیر است:

است، بدیهی است که مدلسازی مسئله نیازمند فرضیاتی در مورد متغیرهای موثر، رابطه آنها و حتی تعداد آنها می‌باشد، بر این اساس فرضیاتی که در زیر شرح داده شده‌اند، در مدلسازی لحاظ شده‌اند:

۱- مدل ارائه شده در مقاله پیش رو، برای قطعات غیر قابل تعمیر توسعه یافته است، چراکه اساساً تا زمانی که قطعه‌ای قابل تعمیر است، تقاضایی برای آن ایجاد نمی‌شود و زمان بهینه تعویض در حضور سیاستهای تعمیراتی مختلف با استفاده از مدل‌های دیگری قابل بررسی است.

۲- مدل پیش‌بینی مصرف برای دو قطعه با برهم‌کنش نوع I توسعه یافته است، اما به راحتی قابل تعمیم به یک سیستم n قطعه‌ای است که برهم‌کنش همه مولفه‌های آن از نوع I است.

۳- فرض و لازمه پیاده‌سازی این مدل آن است که t؛ زمان پیش‌بینی؛ آنقدر بزرگ باشد که در این مدت تعویضهای متعدد نیاز باشد.

۴- از آنجا که پیش‌بینی مصرف قطعات با استفاده از نظریه تجدید انجام گرفته و لازمه مدلسازی بر مبنای فرآیند تجدید، مستقل و یکسان بودن توزیع زمان رخ داده‌است، در این مدل نیز فرض بر آن است که زمانهای بین دو شکست قطعه دارای توزیع یکسان و مستقلند. (در واقعیت نیز این فرض، فرض خلافی نیست چراکه هر بار که قطعه‌ای تعویض می‌شود، قطعه نویی جایگزین آن می‌شود که شکست آن در اثر عواملی مشابه با عوامل موثر بر قطعه قبلی، اما در زمانی کاملاً مستقل از زمان قطعه قبلی رخ می‌دهد).

#### ۴. مدل‌سازی مسئله

##### ۴-۱. مدل اندازه‌گیری قابلیت اطمینان بر مبنای محیط عملیاتی و برهم‌کنش شکست

مدل ارائه شده در این مقاله طبق چارچوب شکل ۱، به پیش‌بینی مصرف و تقاضای قطعات یدکی می‌پردازد. در هر یک از گامهای چارچوب شکل ۱ بخشی از عوامل نرخ شکست کلی یک قطعه در مدل وارد می‌شود، و در گام چهارم بر اساس نرخ شکست بدست آمده و با استفاده از نظریه تجدید تعداد مصرف قطعات در یک بازه زمانی محاسبه می‌شود.

با استفاده از مدل PHM می‌توان اثرات عوامل خارجی که نرخ شکست سیستم یا قطعه را دچار تغییر می‌کنند، در نظر گرفت، اما بخش عمده‌ای از شکست و مصرف قطعات یک سیستم مکانیکی (برای مثال یک خودرو) ناشی از شکست و خرابی سایر قطعات است. این نکته به عنوان نقیصه در مدل PHM مطرح است چراکه حذف برهم‌کنش شکست قطعات، شباهت مدل به دنیای واقعی را کاهش می‌دهد. اگر مجموعه عوامل موجود در محیط عملیاتی قطعه را که موجب تغییر نرخ شکست آن می‌شود، به دو دسته عوامل درون و بیرون سیستم تقسیم کنیم، PHM به خوبی از عهده مدلسازی تاثیر عوامل بیرونی بر می‌آید. کفایت مدل را به‌گونه‌ای

<sup>1</sup> Competing Risk Model

تعویض قطعاتی را در نظر بگیرید که متوسط زمان شکست آنها  $\bar{T}$  و انحراف استاندارد زمان شکستشان  $\sigma(T)$  است.

(بنابراین  $\zeta = \sigma(T)/\bar{T}$ ) نشان‌دهنده ضریب تغییر زمان شکست (است). اگر زمان کارکرد (یا زمان پیش‌بینی) سیستمی که قطعه روی آن نصب شده،  $t$  را به اندازه کافی بزرگ فرض کنیم بطوریکه در این مدت تعویض‌های متعدد نیاز باشد، در این صورت تعداد متوسط شکست‌ها،  $E[N(t)] = M(t)$  با مقدار مجانبی تابع تجدید برابر است [۸]:

$$N_t = M(t) = E[N(t)] = \frac{t}{\bar{T}} + \frac{\zeta^2 - 1}{2} = \frac{t}{\bar{T}} + \frac{\sigma^2(T) - \bar{T}^2}{2\bar{T}^2} \quad (16)$$

و تابع شدت شکست یا تابع نرخ تجدید از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$m(t) = \frac{dM(t)}{dt} = \frac{dE[N(t)]}{dt} = \frac{1}{\bar{T}} \quad (17)$$

انحراف استاندارد تعداد شکست‌ها تا زمان  $t$  عبارتست از:

$$\sigma[N(t)] = \zeta \sqrt{\frac{t}{\bar{T}}} \quad (18)$$

چنانچه  $t$ ، که نشان‌دهنده افق برنامه‌ریزی یا پیش‌بینی است، بسیار بزرگ باشد،  $N(t)$  دارای توزیع تقریباً نرمال با میانگین  $\bar{N}(t)$  خواهد بود (طبق قضیه حد مرکزی). بنابراین تعداد تقریبی قطعات یدکی تا زمان  $t$ ، با احتمال کمبود  $1-p$  برابر است با (سطح اطمینان دسترسی‌پذیری به محصول  $p$ ):

$$N_t = \frac{t}{\bar{T}} + \frac{\zeta^2 - 1}{2} + \zeta \sqrt{\frac{t}{\bar{T}}} \Phi^{-1}(p) \quad (19)$$

که در آن  $\Phi^{-1}(p)$  تابع توزیع نرمال معکوس است و مقدار آن از جداول آماری قابل استخراج است [۹].

### ۴-۳. مدل برآورد تعداد قطعات یدکی برای سیستم دو

#### مولفه‌ای بر مبنای محیط عملیاتی و برهم‌کنش نوع I

با توجه به اثر گذر زمان در نرخ شکست قطعات خودرو و با در نظر گرفتن توزیع ویبول برای زمان شکست، امکان توسعه مدلی جامع‌تر فراهم می‌شود، بنابراین با در نظر گرفتن یک سیستم دومولفه‌ای (قطعه‌ای)، که در آن هر یک از مولفه‌ها دارای توزیع زمان شکست با پارامترهای معین هستند، علائم زیر را که در مدل بکار رفته‌اند، معرفی می‌کنیم:

توزیع زمان شکست قطعه  $\lambda$ ، صرف‌نظر از عوامل محیطی و برهم‌کنش شکست با سایر قطعات (که آن را توزیع زمان شکست

$$F_{2T}(t) = 1 - \left[ (1 - F_{1Q}(t)) \times (1 - F_{2(EXT)}(t)) \right] \quad (10)$$

و نرخ شکست آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\lambda_{2T}(t) = \lambda_{1Q}(t) + \lambda_{2(EXT)}(t) \quad (11)$$

نمایی از سیستم توصیف شده را در شکل ۲ مشاهده می‌کنید که در آن  $Z_e$  نشان‌دهنده متغیرهای محیطی موثر بر قطعه ۱ و ۲ و  $Z'_e$  نشان‌دهنده عوامل محیطی موثر بر نرخ شکست قطعه ۱ است.

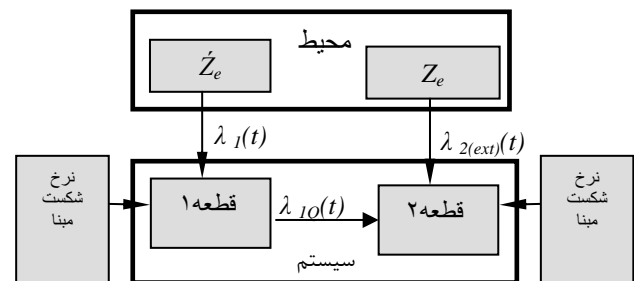
### ۲-۴. تخمین تعداد قطعات با استفاده از فرآیند تجدید

نظریه فرآیندهای تجدید، نظریه‌ای کاملاً توسعه‌یافته و بالغ است. یک فرآیند تجدید توسط یک توزیع، که توزیع زمان میان دو تجدید است و آن را با  $F(t)$  نشان می‌دهیم مشخص می‌شود. اگر  $N(t)$  تعداد دفعات تجدید روی داده تا زمان  $t$  (در اینجا تعداد دفعات شکست قطعه) باشد و با این فرض که متغیرهای تصادفی  $X_i$  یا زمانهای میان دو شکست متوالی ( $i \geq 2$ )، دارای توزیع مستقل و مشترک  $F(t)$  باشند، در این صورت توزیع احتمال تعداد دفعات شکست از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P[N(t) = n] = F^n(t) - F^{n+1}(t) \quad (12)$$

که در آن  $F^n(t)$  پیچش مرتبه  $n$ ام  $F(t)$  و برابر است با:

$$F^n(t) = \int_0^t F^{n-1}(t-x) dF(x) \quad (13)$$



شکل ۲. یک سیستم دو مولفه‌ای در معرض عوامل محیطی و برهم‌کنش شکست

$F^n(t)$  نشان‌دهنده احتمال وقوع شکست (رخداد)  $n$ ام تا لحظه  $t$  است. تعداد موردانتظار (مقدار انتظاری) شکست در بازه‌ی زمانی به طول  $t$  برابر است با  $M(t)$  که از رابطه زیر به دست می‌آید: [۸]

$$M(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F^n(t) \quad (14)$$

رابطه فوق را تابع تجدید می‌نامند که تعداد تجدیدها در بازه  $(0, t]$  را به دست می‌دهد و صورت دیگر آن عبارتست از:

$$M(t) = F(t) + \int_0^t M(t-x) f(x) dx \quad (15)$$

$$\begin{cases} \beta_{ext}^i = \beta_{\varrho}^i \\ \eta_{ext}^i = \eta_{\varrho}^i \left[ \exp\left(\sum_{j=1}^n \alpha_j z_j\right) \right] \beta_{\varrho}^i \end{cases} \quad (25)$$

و بنابراین زمان شکست در اثر نرخ شکست مینا و محیط عملیاتی دارای توزیع ویبول با پارامتر شکل  $\beta_{ext}^i$  و پارامتر مقیاس  $\eta_{ext}^i$  است که تابع توزیع تجمعی آن را با  $F_{i(ext)}(t)$  نشان می‌دهیم. برای وارد کردن اثر برهم‌کنش شکست قطعات در مدل، بر مبنای "مدل خطرات در حال رقابت" و با فرض آن‌که برهم‌کنش شکست قطعه ۱ و ۲ از نوع برهم‌کنش I است، یعنی هر بار از کارافتادن قطعه ۱ (= هر بار تعویض قطعه ۱، چراکه قطعات غیرقابل تعمیر هستند) را موجب می‌شود، برای قطعه ۲ که در معرض عوامل بیرون سیستم و برهم‌کنش شکست با قطعه ۱، قرار دارد، داریم:

$$F_{2T}(t) = F_{1Q}(t) + F_{2(ext)}(t) - F_{1Q}(t) \times F_{2(ext)}(t) \quad (26)$$

و با توجه به روابط (۲۰) و (۲۶) و ویژگی‌های توزیع ویبول، داریم:

$$F_{2T}(t) = 1 - \exp \left\{ -\left(\frac{t}{\eta_{\varrho}^1}\right) \beta_{\varrho}^1 - \left(\frac{t}{\eta_{ext}^2}\right) \beta_{ext}^2 \right\} \quad (27)$$

و  $f_{2T}(t)$  که تابع چگالی زمان شکست است از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_{2T}(t) = \left[ \frac{\beta_{\varrho}^1 \times t^{(\beta_{\varrho}^1 - 1)}}{(\eta_{\varrho}^1)^{\beta_{\varrho}^1}} + \frac{\beta_{ext}^2 \times t^{(\beta_{ext}^2 - 1)}}{(\eta_{ext}^2)^{\beta_{ext}^2}} \right] \times \exp \left\{ -\left(\frac{t}{\eta_{\varrho}^1}\right) \beta_{\varrho}^1 - \left(\frac{t}{\eta_{ext}^2}\right) \beta_{ext}^2 \right\} \quad (28)$$

و نرخ شکست قطعه ۲ با در نظر گرفتن کلیه عوامل (عوامل محیطی و برهم‌کنش شکست قطعه ۱) عبارتست از:

$$\lambda_{2T}^2(t) = \lambda_{\varrho}^1(t) + \lambda_{ext}^2(t) \quad (29)$$

و بنابراین:

$$\lambda_{2T}^2(t) = \left[ \frac{\beta_{\varrho}^1 \times t^{(\beta_{\varrho}^1 - 1)}}{(\eta_{\varrho}^1)^{\beta_{\varrho}^1}} + \frac{\beta_{ext}^2 \times t^{(\beta_{ext}^2 - 1)}}{(\eta_{ext}^2)^{\beta_{ext}^2}} \right] \quad (30)$$

مینا یا ناشی از کیفیت می‌نامیم) توزیع ویبول است و تابع توزیع تجمعی آن را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$F_{iQ}(t) \quad (20)$$

تابع توزیع تجمعی زمان شکست قطعه  $\lambda_{iQ}^i$ ، با در نظر گرفتن نرخ شکست مینا و اثر عوامل محیطی و صرف‌نظر از برهم‌کنش شکست با سایر قطعات:

$$F_{i(ext)}(t) \quad (21)$$

توزیع تجمعی زمان شکست قطعه  $\lambda_{iQ}^i$ ، با در نظر گرفتن نرخ شکست مینا و اثر کلیه عوامل درون و بیرون سیستمی:

$$F_{iT}(t) \quad (22)$$

نرخ شکست مینا برای قطعه  $\lambda_{iQ}^i$  (که از توزیع زمان شکست، به دست می‌آید و ناشی از کیفیت است):

نرخ شکست قطعه  $\lambda_{iQ}^i$  با در نظر گرفتن اثر عوامل محیطی طبق مدل PHM:

نرخ شکست قطعه  $\lambda_{iT}^i$  با در نظر گرفتن کلیه عوامل (برون و درون سیستمی):

طبق فرض توزیع ویبول (رابطه ۱۹) برای زمان شکست داریم:

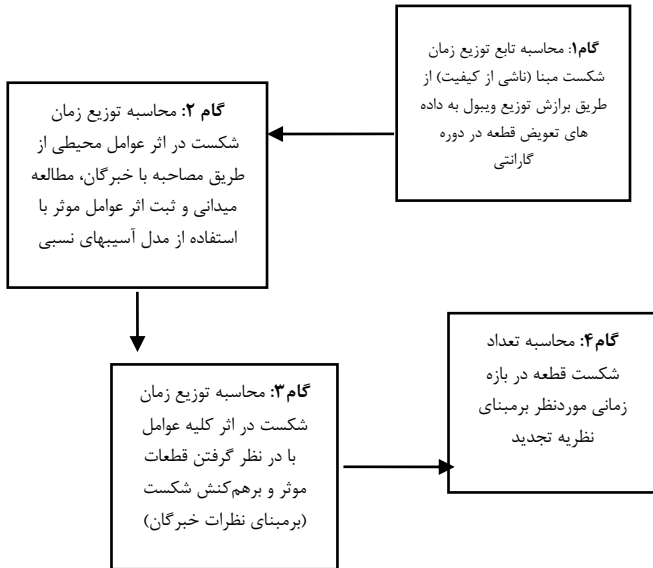
$$\lambda_{iQ}^i(t) = \frac{\beta_{\varrho}^i}{\eta_{\varrho}^i} \left(\frac{t}{\eta_{\varrho}^i}\right)^{\beta_{\varrho}^i - 1} \quad (23)$$

بنابر فرضیات فوق، نرخ شکست قطعه  $\lambda_{iT}^i$ ، با در نظر گرفتن مدل PHM و تاثیر عوامل محیطی برابر است با (اثبات در پیوست الف):

$$\lambda_{i(ext)}^i(t) = \frac{\beta_{\varrho}^i \times t^{\beta_{\varrho}^i - 1}}{\left[ \eta_{\varrho}^i \times \exp\left(-\frac{1}{\beta_{\varrho}^i} \times \sum_{j=1}^n \alpha_j z_j\right) \right]^{\beta_{\varrho}^i}} \quad (24)$$

این عبارت در واقع نشان‌دهنده نرخ شکست مربوط به توزیع ویبول با پارامترهای زیر است [۹]:

افزار Arena (Input Analyzer) به‌دست آمده است (گام ۱). توزیع زمان شکست ناشی از کیفیت برای سرسیلندر و واشر سرسیلندر در جدول ۱ نشان داده شده است. توابع توزیع تجمعی نرخ شکست ناشی از کیفیت برای قطعه ۱ و ۲ به ترتیب  $F_{1Q}$  و  $F_{2Q}$  هستند که توابع توزیع تجمعی مربوط به توزیع ویبول با پارامتر شکل و مقیاس ذکر شده در روابط ۳۱ و ۳۲ می‌باشند.



شکل ۴. چارچوب پیاده‌سازی مدل پیش‌بینی قطعات یدکی

- (۳۱) توزیع زمان شکست سرسیلندر  $Weibull(1.41, 8.33)$   
 (۳۲) توزیع زمان شکست واشر سرسیلندر  $Weibull(2.03, 6.2)$

جدول ۱. توزیع زمان شکست سرسیلندر و واشر

Distribution Summary	
Distribution:	Weibull
Expression:	WEIB(8.33, 1.41)
Square Error:	0.000271
Chi Square Test	
Number of intervals	= 30
Degrees of freedom	= 27
Test Statistic	= 47.2
Corresponding p-value	= 0.00955

Distribution Summary	
Distribution:	Weibull
Expression:	WEIB(6.23, 2.03)
Square Error:	0.000184
Chi Square Test	
Number of intervals	= 29
Degrees of freedom	= 26
Test Statistic	= 37
Corresponding p-value	= 0.0791

### ۵-۲. اجرای مدل

محاسبه نرخ شکست با در نظر گرفتن اثر عوامل محیطی، پس از مصاحبه با خبرگان، توسط نرم‌افزار NCSS، و با اجرای مدل رگرسیون COX انجام شده است. پس از تعیین مجموعه‌ای از متغیرهای منطقی موثر بر نرخ شکست قطعات، این عوامل به صورت

چنانچه  $\eta_0^1 = \eta_{ext}^2$  و  $\beta_0^1 = \beta_{ext}^2$  باشد، رابطه (۲۷) به تابع توزیع تجمعی ویبول با پارامتر شکل  $\beta = \beta_0^1 + \beta_{ext}^2$  و میانگین و واریانس مشخص تبدیل می‌شود که می‌توان با استفاده از میانگین و واریانس توزیع، تعداد قطعات مصرفی را تخمین زد. در صورت برقرار نبودن این شرایط و با وجود مشخص بودن تابع توزیع زمان شکست از رابطه (۲۶) می‌توان با تولید اعداد تصادفی از این توزیع و تخمین میانگین و واریانس توزیع براساس نمونه به‌دست آمده و جایگذاری در رابطه (۱۵) به تخمین مناسبی از  $M(t)$  دست یافت.

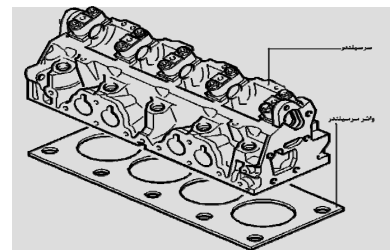
### ۵. مطالعه موردی در شرکت ایساکو

#### (توزیع‌کننده قطعات یدکی شرکت ایران خودرو)

در این بخش نتایج حاصل از اجرای مدل پیش‌بینی برای دو قطعه منتخب که در معرض عوامل محیطی و برهم‌کنش شکست نوع اول قرار دارند، ارائه شده است.

#### ۵-۱. آماده‌سازی

مرحله آماده‌سازی، با هدف استخراج داده‌های مربوط به نرخ شکست مینا برای دو قطعه مورد نظر سرسیلندر و واشر سرسیلندر استاندارد انجام گرفته است. واشر سرسیلندر استاندارد لزوماً پس از هر بار تعویض سرسیلندر باید تعویض گردد، بنابراین، دو قطعه منتخب دارای برهم‌کنش نوع I هستند. (شکل ۳)



شکل ۳. دو قطعه نمونه با برهم‌کنش نوع اول (سرسیلندر و واشر مربوطه)

رویکرد نوینی که برای محاسبه نرخ شکست مینا و برازش توزیع مینا بکار رفته، استفاده از داده‌های گارانتی، یعنی طول عمر قطعات در دوره گارانتی است. از آنجا که تنها علت تعویض قطعه با عنوان "گارانتی"، شکست یا از کار افتادگی ناشی از کیفیت است، با برازش توزیع ویبول به این داده‌ها، می‌توان به تخمین مناسبی از نرخ شکست مینا (یا ناشی از کیفیت دست یافت). هنگام برازش یا در واقع استخراج توزیع داده‌های مربوط به دوره گارانتی مشاهده شد که توزیع ویبول با بیشترین میزان برازندگی (کمترین خطا) نسبت به سایر توزیع‌های آماری، بر داده‌های مورد نظر انطباق می‌یابد. چارچوب مراحل طی شده برای اجرای مدل برآورد تعداد قطعات یدکی که در بخش ۳-۴ معرفی شد، در شکل ۴ نشان داده شده است. توزیع داده‌های زمان شکست در مدت گارانتی به‌وسیله نرم-



جدول ۲. نتایج اجرای مدل PHM برای تاثیر عوامل محیطی بر واشر سرسیلندر

1	TTF	TEMP	DPERF	CENSORED
1	25	2	0	1
2	19	1	0	1
3	18	0	0	1
4	18	0	1	1
5	42	2	1	1
6	27	1	1	1
7	16	0	0	1
8	38	2	0	1
9	26	1	1	1
10	19	0	0	1
11	32	1	2	0
12	13	1	2	1
13	12	0	0	1
14	20	1	1	1
15	14	0	1	0
16	23	1	1	1
17	28	1	1	1
18	49	2	1	1
19	51	2	2	1
20	18	0	2	1
21	42	1	2	1
22	16	0	1	1
23	21	0	2	1
24	13	1	0	1
25	12	0	0	1

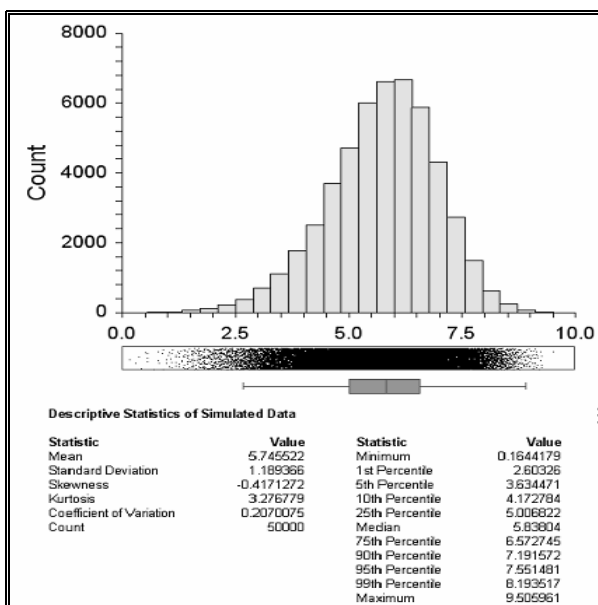
Regression Coefficients Section						
Independent Variable	Regression Coefficient (B)	Standard Error of B	Risk Exp Ratio	Mean	Wald Z-Value	Prob Level
B1 DPERF	-1.018106	0.351422	0.3613	0.8800	-2.8871	0.0038
B2 TEMP	-1.504894	0.432614	0.2220	0.8800	-3.4786	0.0005

Confidence Limits Section						
Independent Variable	Regression Coefficient	Lower 95.0% Confidence Limit of B	Upper 95.0% Confidence Limit of B	Risk Exp Ratio	Lower 95.0% C.L. of Exp(B)	Upper 95.0% C.L. of Exp(B)
B1 DPERF	-1.018106	-1.706881	-0.329331	0.3613	0.1614	0.7194
B2 TEMP	-1.504894	-2.352602	-0.656985	0.2220	0.0951	0.5184

با فرض مقادیر مختلف برای DPERF و TEMP می‌توان با استفاده از تولید اعداد تصادفی و تخمین میانگین و واریانس توزیع فوق و با استفاده از رابطه (۱۶) تعداد واشر سرسیلندر مورد نیاز را محاسبه کرد. فرض کنیم  $TEMP=1$  و  $DPERF=1$  باشد، یعنی بخواهیم میزان مصرف را در شرایط دمای بالا و عملکرد متوسط راننده محاسبه کنیم، بنابراین رابطه (۳۶) به صورت زیر درمی‌آید:

$$F_{2T}(t) = 1 - \exp \left\{ - \left( \frac{t}{1.41} \right)^{8.33} - \left( \frac{t}{2.03} \right)^{0.0062} \right\} \quad (36)$$



شکل ۴. نتایج تولید نمونه برای توزیع زمان شکست سرسیلندر

تولید اعداد تصادفی از توزیع فوق توسط نرم‌افزار NCSS، نتایج شکل ۴ را به همراه داشته است. همانطور که در شکل مشاهده

یک فهرست در اختیار خبرگان شامل سه گروه مدیران میانی مطلع از عوامل موثر، متخصصان (رشته مکانیک و مهندسی خودرو) آشنا به ساختار و برهم‌کنش قطعات و تعمیرکاران قرار گرفت، مهمترین عوامل موثر بر شکست قطعه و نیز قطعات موثر بر یکدیگر با استفاده از نظرات خبرگان شناسایی شدند

پس از آن با انجام مطالعه میدانی و جمع‌آوری داده‌های آماری برای عوامل تعیین شده، اثرگذاری این عوامل در سطح اطمینان مشخص شناسایی شده و رگرسیون COX برای آنها انجام پذیرفت. به عنوان نمونه عوامل خارجی موثر بر نرخ شکست واشر سرسیلندر و داده‌های میدانی زمان شکست برای انجام رگرسیون COX در جدول ۲ نشان داده شده است.

در این جدول ستون سمت چپ (TTF) نشان دهنده زمان شکست واشر سرسیلندر، TEMP نماد دما در شرایط آب و هوایی مختلف است، که دارای کدهای ۰، ۱ و ۲ به ترتیب به معنای دمای بسیار بالا، دمای بالا و دمای مناسب هستند.

همچنین نماد DPERF برای تاثیر عملکرد راننده بر نرخ شکست به کار رفته و دارای کدهای ۰، ۱ و ۲ است که به ترتیب به معنای عملکرد بسیار نامناسب، عملکرد متوسط و عملکرد مطلوب هستند. رگرسیون در سطح اطمینان ۰.۰۵ اجرا شده و مقادیر p-value برای آزمون فرض معناداری متغیرهای TEMP و DPERF به ترتیب ۰.۰۰۰۵ و ۰.۰۰۳۸ هستند.

بنابراین اثر متغیرهای محیطی فرض شده معنادار است و فرض صفر (بی اثر بودن این متغیرها) رد می‌شود. نرخ شکست واشر سرسیلندر با در نظر گرفتن عوامل محیطی و نرخ شکست مبنا عبارتست از:

$$F_{2(ext)} = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{t}{2.03} \right)^{6.2 \times [\exp(-1.01DPERF - 1.50TEMP)]^{6.2}} \right] \quad (33)$$

اما با توجه به برهم‌کنش شکست میان سرسیلندر و واشر سرسیلندر و با توجه به اینکه هر بار تعویض سرسیلندر لزوماً با تعویض واشر مربوط به آن همراه است، تابع توزیع زمان شکست واشر با در نظر گرفتن کلیه عوامل، برابر است با:

$$F_{2T}(t) = F_{1(Q)}(t) + F_{2(ext)}(t) - [F_{1(Q)}(t) \times F_{2(ext)}(t)] \quad (34)$$

و بنابر روابط (۲۷)، (۳۱) و (۳۳) خواهیم داشت:

$$F_{2T}(t) = 1 - \exp \left\{ - \left( \frac{t}{1.41} \right)^{8.33} - \left( \frac{t}{2.03} \right)^{6.2 \times [\exp(-1.01DPERF - 1.50TEMP)]^{6.2}} \right\} \quad (35)$$

شکست قطعه ۲؛ یعنی سایر انواع برهم‌کنش) را نیز با در نظر گرفتن قطعه ۱ به عنوان یک عامل موثر محیطی و وارد کردن آن در رگرسیون COX، در مدل وارد کرد.

### منابع

[1] Cox, D.R., Regression models and life-tables, Journal of the Royal Statistical Society, Vol. B34, 1972, pp. 187-220.

[2] Sun, Y., Ma, L., Mathew, J., Wang, W. Zhang, S., "Mechanical Systems Hazard Estimation Using Condition Monitoring", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 20, No. 5, 2006, pp. 1189-1201.

[3] Moore, D.S., McCabe, G.P., Introduction to the Practice of Statistics, 4th ed., W.H. Freeman, New York, U.S.A., 2003.

[4] Lawless, J.F., Statistical Models and Methods for Lifetime Data, John Wiley & Sons Inc., 1982.

[5] Blischke, W.R. Murthy, D.N.P., Reliability: Modelling, Prediction and Optimization, New York: John Wiley & Sons 2000.

[6] Murthy, D.N.P., Nguyen, D.G., "Study of Two Component System with Failure Interaction", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 32, 1985, pp. 239-248.

[7] Lai, M.T. Chen, Y.C., "Optimal Replacement Period of a Two-Unit System with Failure Rate Interaction and External Shocks", International Journal of Systems Science, Vol. 39, No. 1, 2008, pp. 71-79.

[8] Ghodrati, B., Kumar, U., "Operating Environment-Based Spare Parts Forecasting and Logistics: a Case Study", International Journal of Logistics: Research and Applications, Vol. 8, No., 2, 2005, pp. 95-105.

[۹] کارلین، س.، و تیلور، م.ه.، ترجمه عالم‌زاده، ع.، و پاشا، ع.، نخستین درس در فرآیندهای تصادفی، موسسه نشر علوم نوین، ۱۳۷۳.

### پیوست

پیوست الف) اثبات رابطه ۲۴

$$\begin{aligned} \lambda_{ext}^i(t) &= \frac{\beta_{\phi}^i}{\eta_{\phi}^i} \left(\frac{t}{\eta_{\phi}^i}\right)^{\beta_{\phi}^i-1} \exp\left(\sum_{j=1}^n \alpha_j z_j\right) \\ &= \frac{\beta_{\phi}^i \times t^{\beta_{\phi}^i-1}}{(\eta_{\phi}^i)^{\beta_{\phi}^i}} \exp\left(\sum_{j=1}^n \alpha_j z_j\right) \\ &= \frac{\beta_{\phi}^i \times t^{\beta_{\phi}^i-1}}{(\eta_{\phi}^i)^{\beta_{\phi}^i} \times \exp\left(-\sum_{j=1}^n \alpha_j z_j\right)} \\ &= \frac{\beta_{\phi}^i \times t^{\beta_{\phi}^i-1}}{\left[\eta_{\phi}^i \times \exp\left(-\frac{1}{\beta_{\phi}^i} \times \sum_{j=1}^n \alpha_j z_j\right)\right]^{\beta_{\phi}^i}} \end{aligned}$$

می‌شود، نمونه حاصل از شبیه‌سازی دارای میانگین ۵.۷۵ و واریانس ۱.۱۹، و ضریب تغییر ۰.۲۰ است. بنابراین با استفاده از رابطه (۱۶) و با فرض  $t=18$  (month) داریم:

$$M(18) = \frac{18}{5.75} + \frac{(0.20)^2 - 1}{2} = 2.65 \quad (37)$$

### ۶. نتیجه‌گیری

لازمه پیش‌بینی صحیح و نزدیک به واقعیت توجه به عوامل ایجادکننده تقاضا است. قطعات یدکی از جمله محصولاتی هستند که عوامل متعددی بر عمر مفید و به تبع آن مصرف آنها، موثرند. به طور کلی می‌توان مجموعه عوامل موثر بر عمر و مصرف قطعات یدکی را در سه دسته قرار داد. دسته اول عواملی هستند که نرخ شکست مینا را در قطعه ایجاد می‌کنند و نتیجه ساخت و طراحی غیرایده‌آل هستند. نرخ شکست مینا که در اثر این عوامل ایجاد می‌شود ممکن است نسبت به زمان، ثابت (قطعات الکترونیکی) یا نسبت به زمان، متغیر (قطعات مکانیکی) باشد. دسته دوم عوامل موجود در محیط عملیاتی قطعه هستند که عمر مفید قطعه را دچار تغییر می‌کنند، مانند گرد و غبار، دما، نحوه بهره‌برداری و ... دسته سوم قطعات مرتبط داخل سیستم هستند. شکست بسیاری از قطعات، موجب شکست یا تغییر نرخ شکست سایر قطعات می‌شود.

مدل ارائه شده در این مقاله که متمرکز بر قطعات غیرقابل تعمیر (تعویضی) مکانیکی است، با فرض نرخ شکست مینای متغیر، با استفاده از مدل آسیب‌های نسبی و مدل خطرات در حال رقابت، همزمان قابلیت اطمینان (کیفیت)، عوامل موثر موجود در محیط عملیاتی و اثر سایر قطعات موجود در سیستم، را در نظر می‌گیرد و با استفاده از نظریه تجدید به عنوان یک نظریه مناسب برای تخمین تعداد شکست‌های یک قطعه، به پیش‌بینی تقاضای قطعات می‌پردازد. از برتری‌های مدل توجه همزمان به متغیرهای اثرگذار درون و بیرون سیستم است، علاوه بر این پیاده‌سازی رویکرد آماری بکاررفته در مدل، به‌ویژه در مواردی که داده‌های مناسب و صحیحی از تعویض قطعات در دوره گارانتی در دسترس باشد، نسبتاً ساده است. از محدودیت‌های پیاده‌سازی می‌توان به وابستگی به شناسایی و صحت شناسایی عوامل موثر بر شکست قطعات و نحوه برهم‌کنش قطعات اشاره کرد، در واقع در صورت عدم صحت این موارد خروجی مدل قابل اطمینان نخواهد بود. بنابراین اعتبار خروجی مدل کاملاً به نحوه استخراج داده‌های مربوط به عوامل موثر و برهم‌کنش قطعات از خبرگان و روشهای آماری جمع‌آوری داده وابسته است. اما فرض وجود صرفاً برهم‌کنش نوع I در مدل، محدودیتی برای مدل ایجاد نمی‌کند، چراکه هدف مدل محاسبه مصرف قطعات است و مصرف یک قطعه صرفاً زمانی قابل محاسبه است که دچار شکست شود، بنابراین گرچه قطعات دارای انواع برهم‌کنش هستند، اما تنها نوع برهم‌کنشی که موجب شکست می‌شود، برهم‌کنش نوع I است. با این حال می‌توان اثر مثلاً قطعه ۱ در کاهش عمر قطعه ۲ (و نه