



## ارائه روش شبیه‌سازی تبرید فازی<sup>۱</sup> بر پایه مدل برنامه‌ریزی شانس<sup>۲</sup> برای مسائل بودجه‌بندی

پگاه مرادیان بروجنی، سپیده فریدونی و یحیی زارع مهرجردی

### چکیده:

با توجه به وجود ابهام در فرآیند مالی پروژه‌ها، مفاهیم فازی مبنای این مقاله را به خود اختصاص داده است و از برنامه‌ریزی شانس و روش شبیه‌سازی آنیلینگ به عنوان وسیله‌ای جهت تعیین ارزش خالص فعلی<sup>۳</sup> چند پروژه و در نهایت انتخاب اقتصادی‌ترین آنها بهره گرفته شده است. در این مقاله، هزینه‌های سرمایه‌گذاری و فرآیند مالی خالص سالیانه به صورت فازی براساس مقدار اعتبار<sup>۴</sup> در نظر گرفته شد. مدل با استفاده از شبیه‌سازی آنیلینگ حل و سپس جهت اعتبارسنجی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی فازی براساس الگوریتم ژنتیک و روش شاخه و حد مقایسه گردید. نتایج نشان‌دهنده این موضوع است که الگوریتم ژنتیک در ابعاد کوچک در مقایسه با شبیه‌سازی آنیلینگ، دارای خطای کمتر و نتیجه بهتری است. لازم بذکر است که تمامی الگوریتم‌ها (شبیه‌سازی فازی و آنیلینگ) با استفاده از نرم‌افزار MATLAB R2009a در کامپیوتر شخصی با، 2.66GHz نوشته شده‌اند.

### کلمات کلیدی

بودجه‌بندی سرمایه‌ای،  
ارزش خالص فعلی،  
برنامه‌ریزی شانس،  
شبیه‌سازی فازی،  
شبیه‌سازی آنیلینگ

### ۱. مقدمه

در مسائل بودجه‌بندی سرمایه‌ای، هدف، انتخاب یک ترکیب مناسب از پروژه‌های موجود جهت ماکزیم نمودن سود موسسه بازرگانی است [۱-۲] Weingartner [۳] یک مدل برنامه‌ریزی خطی با در نظر گرفتن متغیرهای باینری را به منظور انتخاب پروژه‌هایی با ماکزیم سود و با در نظر گرفتن محدودیت بودجه در دسترس

تاریخ وصول: ۸۹/۲/۱۸

تاریخ تصویب: ۸۹/۵/۲۶

پگاه مرادیان بروجنی، دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه یزد، [pegah.moradian@gmail.com](mailto:pegah.moradian@gmail.com)  
سپیده فریدونی: دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه یزد، [sepideh.fereidouni@gmail.com](mailto:sepideh.fereidouni@gmail.com)  
دکتر یحیی زارع مهرجردی، استادیار دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه یزد، [yazm2000@yahoo.com](mailto:yazm2000@yahoo.com)

پیشنهاد داد. تلاش‌های بعدی محققین بر این بود که ارتباط و کاربرد مدل پیشنهاد شده را در دنیای واقعی افزایش دهند [۴]. در این راستا دو حالت بوجود آمد، در حالت اول، محققین براساس نظریه‌های احتمال از داده‌های گذشته به عنوان ابزاری مفید برای حل مسائل بودجه‌بندی استفاده کردند [۷-۱۵]. در حالت دوم اطلاعات نامعین و غیرکافی، محققین را بر آن داشت که تئوری مجموعه‌های فازی را بکار گیرند، برای مثال، Avineri [۸] میانگین وزنی فازی و یک مجموعه noncompensatory فازی روش‌های تصمیم را برای انتخاب پروژه‌های حمل و نقل بکار گرفت. در حالاتی نیز از مفاهیم فازی در کنار مفاهیم احتمالی استفاده شده، به عنوان مثال Liu, Liu & Iwamura [۹-۱۰] برنامه ریزی شانس احتمالی را با مفاهیم فازی توسعه داده و در مطالعات بعدی liu [۱۱] برنامه‌ریزی شانس با مقدار اعتبار<sup>۲</sup> را برای مساله بودجه‌بندی سرمایه‌ای بکاربرد. در این مقاله نیز جهت حل مدل از برنامه‌ریزی شانس براساس مقدار اعتبار بهره‌گرفته شد. اعتبار، رویدادی فازی است که اولین بار

<sup>1</sup> Fuzzy Simulated Annealing

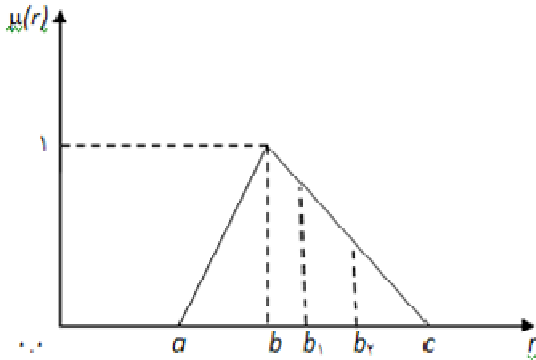
<sup>2</sup> Chance\_Constrained Programming

<sup>3</sup> Net Present Value

<sup>4</sup> Credibility

<sup>2</sup> Credibility

دارد، بطوریکه عناصر این مجموعه‌ها به طور نسبی به مجموعه خود تعلق دارند [۱۵]. با توجه به استفاده از مفهوم اعتبار جهت مدلسازی، بیان مقدماتی جهت آشنایی با اندازه‌های دنیای فازی ضروری به نظر می‌رسد. در دنیای فازی، ۳ اندازه مهم وجود دارد: امکان، الزام<sup>۲</sup> و اعتبار. چنانچه متغیرهای موردنظر، فازی مثلی با تابع عضویت  $\mu(r)$  و سه تایی  $\xi = (a, b, c)$  باشد، احتمال یک رویداد فازی، با  $r$ ؛  $\xi$  مشخص شده، به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۷-۱۶]:



شکل ۱. یک متغیر فازی مثلی  $\xi = (a, b, c)$

$$Pos\{\xi \leq r\} = \sup \mu(u) = \begin{cases} 0 & r \leq a \\ \frac{r-a}{b-a} & a \leq r \leq b \\ 1 & r \geq b \end{cases} \quad (1)$$

$$Nec\{\xi \leq r\} = 1 - Pos\{\xi > r\} = 1 - \sup \mu(u) = \begin{cases} 0 & r \leq b \\ \frac{r-b}{c-b} & b \leq r \leq c \\ 1 & r \geq c \end{cases}, u > r \quad (2)$$

$$Cr\{\xi \leq r\} = \frac{1}{2} (Pos\{\xi \leq r\} + Nec\{\xi \leq r\}) = \begin{cases} 0 & r \leq a \\ \frac{r-a}{2(b-a)} & a \leq r \leq b \\ \frac{c-2b+r}{2(c-b)} & b \leq r \leq c \\ 1 & r \geq c \end{cases} \quad (3)$$

با توجه به خاصیت خود دوگانگی<sup>۳</sup> اعتبار و عدم وجود این خاصیت برای امکان و با در نظر داشتن اهمیت این موضوع در تئوری و عمل، اعتبار بر امکان ترجیح داده می‌شود. در واقع یک رویداد با

توسط Liu [۱۲] مطرح و پس از انجام تحقیقاتی مشخص گردید که جایگزین مناسبتری برای نشان دادن شانس امکان<sup>۱</sup> وقوع رویداد فازی است [۴] که این موضوع در قسمت دوم به طور خلاصه مورد بررسی قرار گرفته است. پس از توصیف مساله بودجه‌بندی و ارائه مدل جهت انتخاب ترکیب بهینه پروژه‌ها در قسمت سوم، مدل برنامه‌ریزی شانس با پارامترهای مخارج سرمایه‌گذاری و فرآیندهای مالی خالص سالیانه فازی در قسمت چهارم آورده شده. در قسمت پنجم ضمن بیان مفاهیم شبیه‌سازی فازی و تبرید برای اثبات اعتبار مدل از داده‌های مثالی در مرجع شماره [۱] استفاده شده و مطابقت جواب بدست آمده از روش پیشنهادی در این تحقیق با نتایج حاصل از شبیه‌سازی فازی براساس الگوریتم ژنتیک و روش شاخه و حد موجود در مرجع [۱] اعتبار مدل را اثبات کرده است. لازم بذکر است که به علت احتمالی بودن مسئله جواب‌ها مقداری با یکدیگر متفاوتند.

دلیل دیگر این تفاوت را می‌توان در الگوریتم ارائه شده (SA) یافت. به عنوان مثال روش انتخاب جواب اولیه، ثابت بودن پارامترهای اولیه (ضریب کاهش دما، طول زنجیره مارکوف) و ابعاد کوچک مساله عامل‌های ایجاد تفاوت به حساب می‌آیند. و در پایان به بیان جمع‌بندی و نتیجه‌گیری، پرداخته شده است.

## نوآوری مسئله

در این قسمت به طور مختصر نوآوری این مسئله بررسی شده است. در واقع مسئله‌ی جدید در اینجا در نظر گرفتن متغیرهای فازی در یک محیط احتمالی برای انتخاب اقتصادی‌ترین پروژه با در نظر گرفتن یک مدل سرمایه‌گذاری با محدودیت برنامه‌ریزی شانس است که سپس با استفاده از روش شبیه‌سازی فازی براساس SA حل شده است. شاید بتوان نوآوری دیگر این مقاله را استفاده از شبیه‌سازی فازی در انتخاب اقتصادی‌ترین پروژه‌ها دانست. اگرچه شبیه‌سازی فازی تنها یک محاسبه تخمینی را نتیجه می‌دهد اما برای زمانی که مقادیر تابع هدف و اعتبار با استفاده از روش‌های سنتی به راحتی قابل محاسبه نیستند روش مناسبی محسوب می‌شود.

## ۲. مفاهیم پایه‌ای نظریه مجموعه‌های فازی

تئوری منطق فازی برای اولین بار توسط زاده [۱۳] در ۱۹۶۵ و گوگن در ۱۹۶۷ و ۱۹۶۹ ارائه شد. از کاربردهای این تئوری می‌توان به کنترل فازی اشاره کرد که اساس آن تعیین قوانینی است که متغیرهای ورودی را بر حسب متغیرهای زبانی (توصیفی) به متغیرهای کنترل ارتباط می‌دهد [۱۴]. عضویت گروه فازی با دوگانگی مطابقت نداشته و همواره درجاتی از عدم قطعیت وجود

<sup>2</sup>. Necessity

<sup>3</sup>. Self\_dual

<sup>1</sup>. Possibility

#### ۴. مدل برنامه‌ریزی شانس فازی

برنامه‌ریزی شانس یک رویکرد جهت حل مسائل احتمالی است و اولین بار توسط Charnes و Cooper (۱۹۵۹) [۱۸] تعریف شد. هدف اصلی این تکنیک تعیین معادلات قطعی محدودیت‌های احتمالی است. جزئیات برنامه‌ریزی شانس را می‌توانید در Birge و Louveaux (۱۹۹۷) ببینید [۱۹-۲۰].

چنانچه جریان‌های نقدینگی خالص پروژه  $z$  در پایان  $n$  امین سال و مخارج سرمایه‌گذاری آن را در آغاز  $m$  امین سال به ترتیب با  $l_{mj}$  و  $\xi_{mj}$  نشان دهیم، با توجه به حداقل سرمایه برگشت‌پذیر و  $\bar{f}$  حداقل سطح اطمینان محدودیت بودجه در دست  $(\beta)$ ، هدف را می‌توان ماکزیم نمودن سود در سطح اطمینان  $\alpha$  مطابق زیر تعریف کرد [۱۶،۱]:

$$\begin{aligned} \max : & \bar{f} \\ \text{s.t. :} & \\ & Cr \sum_{j=1}^k \sum_{n=1}^v \frac{\eta_{nj}}{(1+i)^n} x_j \geq \bar{f} \geq \alpha \end{aligned} \quad (5)$$

$$Cr \sum_{j=1}^k \xi_{mj} x_j \leq a_m \geq \beta_m, m = 1, 2, \dots, u$$

$$x_j \in \{0, 1\}, j = 1, \dots, k$$

#### ۵. شبیه‌سازی فازی براساس شبیه‌سازی آنیلینگ

شبیه‌سازی آنیلینگ یک روش جستجوی محلی متاهوریستیک بر مبنای مدل مونت کارلو است که به طور گسترده در عرصه‌های گوناگون مسائل بهینه‌سازی ترکیبی مورد استفاده قرار گرفته می‌گیرد.

اساس این الگوریتم بر رابطه بین ساختار اتمی، آنتروپی و دما در طول تبرید یک ماده و شباهت با پدیده فیزیکی آنیلینگ است. این روش که اولین بار توسط کرک پاتریک و همکاران [۲۴-۲۱] در سال ۱۹۸۳ جهت حل مسائل بهینه‌سازی ارائه شد، به وسیله جستجو در مجموعه‌ای از جواب‌های شدنی برای یافتن جواب بهینه عمل می‌کند. در روند این جستجو، الگوریتم SA با یک  $T_0$  (دمای اولیه) و  $S$  (جواب اولیه) شروع شده که ابتدا، این جواب، اولین  $(S_C)$  و بهترین جواب  $(S_B)$  است. یک جواب همسایگی  $(S_N)$  با تعویض بعضی عناصر  $S_C$  بدست می‌آید. چنانچه تابع هدف به ازای  $S_N$  و  $S_C$  را با  $E_N$  و  $E_C$  نشان دهیم، اگر  $E_N$  از  $E_C$  بهتر باشد،  $S_N$  به عنوان  $S_C$  جدید پذیرفته می‌شود و در تکرار بعد  $S_N$  جدید تولید می‌شود. ولی چنانچه  $E_N$  از  $E_C$  بدتر باشد، از معیار متروپلیس استفاده شده و  $S_N$  با احتمال  $\exp(-\frac{\Delta E}{T})$  به عنوان  $S_C$  جدید پذیرفته می‌شود [۱۹]:

ماکزیم Possibility (۱)، نباید اتفاق بیافتد در حالیکه یک رویداد با ماکزیم Credibility قطعاً با مقدار ۱ روی خواهد داد. بعلاوه، یک رویداد فازی با ماکزیم Possibility بعضی اوقات هیچ اطلاعاتی به ما نمی‌دهد، در حالیکه یک رویداد فازی با ماکزیم Credibility بدین معنی است که رویداد با بالاترین شانس اتفاق خواهد افتاد. بنابراین معتقدیم که Credibility برای نشان دادن شانس رویداد فازی مناسبتر از Possibility است.

چنانچه متغیر فازی مثلثی را به عنوان حالت خاصی برای نشان دادن این موضوع بکار ببریم، طبق فرمول‌های (۳ و ۲ و ۱) و قتیکه  $r \geq b$  باشد، آنگاه  $Pos\{\xi \leq r\} = 1$  است و مقدار possibility رویدادهای فازی  $\{\xi \leq b_1\}$  و  $\{\xi \leq b_2\}$  برابر یک می‌شود، در نتیجه اطلاعات متفاوتی در مورد این دو رویداد فازی وجود ندارد.

با این وجود وقتی از Crilibility استفاده می‌شود،  $Cr\{\xi \leq b_1\} \leq Cr\{\xi \leq b_2\}$  این معنی را می‌دهد که رویداد فازی  $\{\xi \leq b_1\}$  شانس کمتری از رویداد فازی  $\{\xi \leq b_2\}$  برای اتفاق افتادن دارد. قتیکه  $r \geq c$  آنگاه  $Cr\{\xi \leq r\} = 1$  است. یعنی سطح اطمینان اگر و فقط اگر ۱۰۰٪ حالاتی که رویدادهای مطلوب اتفاق بیافتند، برابر ۱ است. در حقیقت مقدار Credibility هم در کاربرد (عمل) و هم در مطالعات تئوری بکار گرفته شده است [۱۷،۳].

#### ۳. ساخت مدل

شرکتی را در نظر بگیرید که  $k$  پروژه ناسازگار برای سرمایه‌گذاری دارد، مدت زمان سرمایه‌گذاری همه پروژه‌ها  $u$  و دوره بازگشت سرمایه آنها  $v$  سال است. با توجه به محدودیت بودجه در طول دوران سرمایه‌گذاری  $(a_m)$ ، شرکت باید تصمیم بگیرد کدام پروژه را در شروع اولین سال انتخاب کند به طوریکه سرمایه برگشت‌پذیر ماکزیم شود.

در این مدل  $(a_{mj})$  نشان‌دهنده مخارج سرمایه‌گذاری پروژه  $z$  در آغاز  $m$  امین سال،  $m = 1, \dots, u$  و  $d_{nj}$  نشان‌دهنده جریان نقدینگی خالص پروژه  $z$  در پایان  $n$  امین سال،  $n = 1, 2, \dots, v$  است. هدف، تعیین ماکزیم مقدار سرمایه برگشت‌پذیر و متغیر تصمیم از نوع صفر و یک می‌باشد. بنابراین مدل نهایی مساله به صورت زیر است [۱۶،۳]:

$$\begin{aligned} \max : & \sum_{j=1}^k \sum_{n=1}^v \frac{d_{nj}}{(1+i)^n} x_j \\ & \sum_{m=1}^u a_{mj} x_j \leq a_m \quad m = 1, 2, \dots, u \\ & x_j = 1, 0 \quad j = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (4)$$

چنانچه  $l_{nj}$  متغیرهای فازی با توابع عضویت  $\mu_j$  و  $x_j$  متغیرهای تصمیم ( $j=1,2,\dots,k$ ) باشند، به منظور حل مدل پیشنهادی، باید دو نوع تابع غیرمعیین زیر را بکار ببریم:

$$U_1 : (x_1, x_2, \dots, x_k)$$

$$\max \left\{ f \mid \begin{aligned} &Cr\{f(x_1, x_2, \dots, x_k, \eta_{1j}, \eta_{2j}, \dots, \eta_{kj}) \geq \bar{f}\} \\ &\geq \alpha \\ &Cr\left\{\sum_{j=1}^k \sum_{n=1}^v \frac{\eta_{nj}}{(1+i)^n} x_j \geq \bar{f}\right\} \geq \alpha \end{aligned} \right.$$

$$\max \bar{f}$$

s.t;

$$Cr\left\{\sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_1}{(1+0.06)^n} x_1 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_2}{(1+0.06)^n} x_2 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_3}{(1+0.06)^n} x_3 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_4}{(1+0.06)^n} x_4 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_5}{(1+0.06)^n} x_5 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_6}{(1+0.06)^n} x_6 \geq \bar{f}\right\} \geq 0.09$$

$$U_2 : (x_1, x_2, \dots, x_k) -$$

$$Cr\{g(x_1, x_2, \dots, x_k, \xi_{m1}, \xi_{m2}, \dots, \xi_{mk}) \leq 0\} \geq \beta$$

$$\rightarrow Cr\left\{\sum_{j=1}^k \xi_{mj} x_j \leq a_m\right\} \geq \beta$$

$$Cr\{\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \xi_4 x_4 + \xi_5 x_5 + \xi_6 x_6 \leq 15\} \geq 0.95$$

$$x_j = 0, 1$$

فرآیند شبیه‌سازی فازی جهت محاسبه  $U_1 : (x_1, x_2, \dots, x_k)$  به طور خلاصه در زیر آمده است:

**گام ۱-** اعداد حقیقی  $u_{ji}$  را که  $\mu_j(u_{ji}) \geq \varepsilon, j=1,2,\dots,k$  و  $\varepsilon$  یک عدد بقدر کافی کوچک و  $N$  یک عدد بقدر کافی بزرگ است را به طور تصادفی تولید کنید.

$$D(\bar{f}) = \frac{1}{2} (\max\{\min_j \mu_j(u_{ji}) \mid f(x_1, x_2, \dots, x_k, u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ki}) \geq \bar{f}\} + 1 - \max\{\min_j \mu_j(u_{ji}) \mid f(x_1, x_2, \dots, x_k, u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ki}) \geq \bar{f}\})$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq j$$

**گام ۲-** با آزمون دوطرفه ماکزیمم مقدار  $\bar{f}$  را پیدا کنید که  $D(\bar{f}) \geq \alpha$

**گام ۳-** به  $\Gamma$  بازگردید.

فرآیند شبیه‌سازی جهت محاسبه  $U_2 : (x_1, x_2, \dots, x_k)$  نیز به صورت زیر است:

$$e^{\pm \frac{\Delta E}{T}} \geq \text{Random}[0,1] \quad (6)$$

در رابطه (۱)،  $T$  دمای کنونی و  $\Delta E = E_N - E_C$  است، چنانچه  $E_C$  از  $E_B$  بهتر باشد،  $S_C$  به عنوان  $S_B$  جدید پذیرفته می‌شود. در غیر این صورت  $S_B$  بدون تغییر باقی می‌ماند.  $SA$  این فرآیند را به تعداد  $L_n$  (طول زنجیره مارکوف) در هر سطح از دما تکرار و پارامتر  $T$  به آرامی با استفاده از تابع کاهش دما تا هنگامیکه شرط توقف برقرار گردد کاهش می‌یابد. لازم بذکر است که از علامت منفی برای مسائل مینیمم‌سازی و علامت مثبت برای مسائل ماکزیمم‌سازی استفاده می‌شود. در این روش باید یک الگوی سرد کردن<sup>۱</sup> شامل: دمای اولیه، شرط تعادل، تابع کاهش دما و معیار توقف تعیین کرد. همچنین، باید نحوه تعیین جواب اولیه و چگونگی حرکت به نقاط همسایه نیز مشخص شود. در الگوهای استاتیک، که کارایی بیشتری دارند پارامترها در طول اجرای الگوریتم ثابت هستند [۲۳-۱۴]. برای مطالعه بیشتر در این زمینه می‌توانید مراجع [۲۷-۲۵] را ببینید. گام‌های لازم جهت شبیه‌سازی  $SA$  به صورت زیر می‌باشد:

Step 1. Input parameters:  $T_0; T_{final}; \gamma; L_n$ , set  $T = T_0$ .

Step 2. Generate an  $S_0$  and calculate  $E_0$ .

Step 3. Set  $S_c = S_0; S_B = S_0; E_C = E_0; E_B = E_0$ ; iter = 1:

Step 4. Generate an  $S_N$  from  $S_C$  and calculate  $E_N$ .

Step 5. Let  $\Delta E = E_N - E_C$ .

Step 6. If  $\Delta E \leq 0$  then accept the neighbor solution as new current solution, set  $S_C = S_N; E_C = E_N$  and go to Step 9.

Step 7. If  $\Delta E > 0$  then generate a random value, rnd, in [0, 1].

Step 8. If  $\exp(-\Delta E / T) > \text{rnd}$  then accept the neighbor solution as new current solution, set  $S_C = S_N; E_C = E_N$ ; otherwise,  $S_C$  and  $E_C$  remain unchanged and go to Step 10.

Step 9. If  $E_C < E_B$  then  $S_B = S_C; E_B = E_C$ ; otherwise,  $S_B$  and  $E_B$  remain unchanged.

Step 10. If iter = IT then go to Step 11; otherwise, set iter = iter + 1 and go to Step 4.

Step 11. Set  $T_{r+1} = \gamma T_r$  and iter = 1.

Step 12. If  $T \geq T_{final}$  then go to Step 4; otherwise, report  $S_B$  and  $E_B$  and Stop [19].

#### ۵-۱. شبیه‌سازی فازی

در این مقاله از شبیه‌سازی فازی تبرید برای بدست آوردن یک جواب عمومی استفاده شده است. ابتدا تکنیک شبیه‌سازی فازی برای محاسبه مقدار تابع هدف و مقدار اعتبار متغیرهای فازی بکار گرفته شده و سپس از الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ برای تولید الگوریتم هوشمند ترکیبی جهت حل مدل فازی بهره گرفته شده است.

<sup>۱</sup>. Cooling Schedule

گام سوم\_ انتخاب دمای اولیه: انتخاب دمای اولیه تاثیر زیادی در جواب نهایی مسئله دارد، چنانچه دمای اولیه پایین باشد، احتمال پذیرش جواب‌های بدتر کاهش یافته و ممکن است سیستم در جواب بهینه محلی باقی بماند. اگر بخواهیم جواب نهایی مستقل از جواب شروع باشد، دمای اولیه باید به اندازه کافی زیاد در نظر گرفته شود، تا امکان تعویض تقریباً آزاد جواب‌های همسایگی وجود داشته باشد، در غیر اینصورت جواب نهایی به سمت جواب شروع نزدیک خواهد شد. وایت نظریه معادل بودن  $T_0$  با انحراف استاندارد هزینه-های سیستم از میانگین هزینه را مطرح نمود [28]. در این روش دمای اولیه را معادل انحراف استاندارد مقادیر ارزش تابع هدف به تعداد دفعات معین اجرای برنامه در حالت ناپایدار<sup>1</sup> در نظر گرفته شده و در هر مرحله براساس 5 نمونه دمای اولیه محاسبه شده است (رابطه ۱).

$$T_0 = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (obj(j) - Mean)^2}{N-1}} \quad (7)$$

**گام چهارم\_** مکانیزم کاهش دما: ضابطه کاهش دما و حرکت به سمت سرد شدن سیستم، معمولاً به صورت تابعی به شکل زیر نشان داده می‌شود. (Cooling Function) [19]:

$$T_{r+1} = \gamma T_r, 0.5 \leq \gamma \leq 0.99, \forall r = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

چنانچه  $\gamma$  مقدار بالایی داشته باشد، سیستم دیرتر سرد می‌شود و تعداد نقاط بیشتری از فضای جواب بررسی می‌شوند، که خود سبب افزایش زمان حل مساله خواهد شد. از اینرو در این مثال  $\gamma$  برابر 0.95 در نظر گرفته شده است.

**گام پنجم\_** طول زنجیره مارکوف: ساده‌ترین پیشنهاد برای تعیین مقدار طول زنجیره مارکوف انتخاب یک مقدار مبتنی بر اندازه مساله است [23]. پیشنهاد دیگر این است که به صورت پویا تعداد تکرارها، با پیشروی الگوریتم تغییر یابد. در حل این مثال طول زنجیره مارکوف برابر 60 در نظر گرفته شد.

**گام ششم\_** مکانیزم پذیرش جواب‌های نامزد شده: فرض کنید حل جاری منجر به تابع هدفی معادل  $E_C$  شده و نیز جواب همسایگی ایجاد شده دارای مقدار تابع هدف  $E_N$  باشد. در حالت ماکزیم‌سازی اگر

۱.  $\Delta E = E_N - E_C \geq 0$  باشد، جواب همسایگی جایگزین جواب جاری می‌شود و چنانچه  $E_N > E_B$  باشد،  $S_B = S_N$  قرار داده، در غیر اینصورت  $S_B$  و  $E_B$  بدون تغییر باقی می‌مانند.

**گام ۱\_** اعداد حقیقی  $u_{ji}$  را که  $\mu_j(u_{ji}) \geq \varepsilon, j = 1, 2, \dots, k$  و  $\varepsilon$  یک عدد بقدر کافی کوچک و  $N$  یک عدد بقدر کافی بزرگ است را به طور تصادفی تولید کنید.

$$D(\bar{f}) = \frac{1}{2} (\max \{ \min_j \mu_j(u_{ji}) | g(x_1, x_2, \dots, x_k, u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ki}) \leq 0 \} + 1 - \max \{ \min_j \mu_j(u_{ji}) | g(x_1, x_2, \dots, x_k, u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ki}) > 0 \})$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq j$$

**گام ۲\_** از طریق فرمول تخمینی به  $U_2; (x_1, x_2, \dots, x_k)$  بازگردید.

## ۲-۵. اجزاء و پارامترهای الگوریتم SA

پس از شبیه‌سازی فازی مدل، حال باید پارامترهای لازم جهت الگوریتم SA را مشخص کرد. تمامی گام‌ها جهت حل مسئله با توجه به مثال زیر و مدل قسمت سوم بیان شده‌اند.

مثال\_ فرض کنید که شش پروژه مستقل از هم با دوره سرمایه‌گذاری یکساله در دست باشد. ارزش اسقاط برای 6 پروژه در پایان عمر اقتصادی آنها صفر و هزینه سرمایه‌گذاری هر پروژه در آغاز سال و جریان نقدینگی خالص سالیانه آن در پایان هر سال متغیرهای فازی مثلثی هستند که در جدول (۱) آورده شده‌اند. نرخ بهره 6٪ در سال منظور شده است.

## جدول ۱. مخارج سرمایه‌گذاری و جریان نقدینگی خالص فازی (میلیون دلار)

پروژه	مخارج سرمایه-گذاری در آغاز هر سال	جریان نقدینگی خالص سالیانه	دوره بازگشت سرمایه (سال)
۱	$\xi_1 = (3.4, 5)$	$\xi_1 = (3.4, 5)$	۱۰
۲	$\xi_2 = (2.5, 4.5, 5)$	$\xi_2 = (2.5, 4.5, 5)$	۱۰
۳	$\xi_3 = (2.5, 3, 5.5)$	$\xi_3 = (2.5, 3, 5.5)$	۱۰
۴	$\xi_4 = (3, 4.5, 5.5)$	$\xi_4 = (3, 4.5, 5.5)$	۱۰
۵	$\xi_5 = (3, 3.5, 4)$	$\xi_5 = (3, 3.5, 4)$	۱۰
۶	$\xi_6 = (2.5, 3, 3.5)$	$\xi_6 = (2.5, 3, 3.5)$	۱۰

**گام اول\_** انتخاب جواب اولیه: انتخاب تصادفی یکی از جواب‌های موجه:

$$S_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

**گام دوم\_** مکانیزم ایجاد جواب همسایگی: در این مثال از مکانیزم ساده و تصادفی تبدیل یک به صفر و یا برعکس، استفاده شده است.

<sup>1</sup> .None\_Stable

جدول ۳. نتایج حاصل از الگوریتم ژنتیک [1]

اندازه جمعیت	نرخ تقاطع	نرخ جهش	زایش	سود <sup>۱</sup>	سود <sup>۲</sup>	درصد خطا(%)
۳۰	۰.۱	۰.۳	۶۰۰۰	۷۸.۶۷	۷۸	۰.۸۶
۳۰	۰.۳	۰.۲	۶۰۰۰	۷۸.۸۸	۷۸	۱.۱۳
۳۰	۰.۳	۰.۵	۶۰۰۰	۷۹.۰۱	۷۸	۱.۲۹
۵۰	۰.۱	۰.۳	۶۰۰۰	۷۸.۸۰	۷۸	۱.۰۳
۵۰	۰.۱	۰.۵	۶۰۰۰	۷۸.۹۸	۷۸	۱.۲۶
۵۰	۰.۳	۰.۵	۶۰۰۰	۷۸.۵۶	۷۸	۰.۷۲

با توجه به شاخص خطای نسبی تعریف شده<sup>۲</sup>، می‌توان نتیجه گرفت که خطاهای نسبی روش GA در مقایسه با روش شاخه و حد از ۲٪ و در روش SA از ۴٪ تجاوز نموده است. این مطلب نشان‌دهنده این موضوع است که الگوریتم ترکیبی طراحی شده برای حل مسائل بودجه‌بندی سرمایه‌ای در مقایسه با روش GA در مسائل ابعاد کوچک قوی عمل نمی‌کند.

در روش SA  $X^* = [1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0]$  با ماکزیمم اعتبار ۰.۹۱۸۹ و در روش GA  $X^* = [1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0]$  با مقدار ماکزیمم اعتبار ۰.۹۷۹ مشابه روش شاخه و حد بدست آمده است [۱]. این تفاوت اعتبار الگوریتم‌های SA و GA می‌تواند ناشی از کوچک بودن ابعاد مساله باشد.

همانطور که گفته شد از نقاط قوت الگوریتم SA می‌توان به بررسی جواب‌های بدتر با احتمال مشخص اشاره کرد که این رویکرد در مسائل با ابعاد کوچک سبب قرار گرفتن در جواب بهینه محلی می‌گردد اما در مسائل با ابعاد بزرگ این دو الگوریتم تقریباً جواب‌های یکسانی تولید خواهند کرد و حتی شاید استفاده از SA بهتر از GA باشد (برای اثبات این موضوع می‌توانید به مرجع [۲۳] مراجعه کنید).

### ۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله، براساس مقدار اعتبار، مسئله‌ی بودجه‌بندی با متغیرهای فازی مخارج سرمایه‌ای و جریان‌های نقدینگی خالص مورد مطالعه قرار گرفت. شبیه‌سازی فازی براساس الگوریتم SA

<sup>۱</sup> سودهای وارد شده در ستون سود<sup>۱</sup> ماکزیمم سودهای بدست آمده از روش GA و سودهای وارد شده در ستون سود<sup>۲</sup> ماکزیمم سودهای بدست آمده از روش شاخه و حد هستند.

<sup>۲</sup>  $\{1 - (1 - \text{مقدار سود بدست آمده از روش شاخه و حد} / \text{مقدار سود بدست آمده از روش پیشنهادی})\}$

۲.  $\Delta E = E_N - E_C < 0$  باشد، مقدار  $y = e^{+(\frac{\Delta E}{T})}$  با یک عدد تصادفی بین صفر و یک مورد مقایسه قرار می‌گیرد و اگر از آن عدد تصادفی بزرگتر بود، جواب همسایگی به عنوان  $S_C$  پذیرفته می‌شود، اما در غیر اینصورت جواب همسایگی دیگری تولید می‌شود.

**گام هفتم** - معیارهای توقف الگوریتم: معیار توقف، رسیدن به یک دمای نهایی از پیش تعیین شده در جهت پایان دادن به الگوریتم، پس از یافتن جواب‌هایی موثر با خطای پذیرفته شده پس از یک سری تکرارهای داخل الگوریتم می‌باشد. در این مثال جهت محاسبه دمای نهایی از رابطه زیر استفاده شده است، که مقدار  $\beta$  برابر ۰.۰۱ در نظر گرفته شده است [۲۳-۱۴]:

$$T_{final} = \beta T_0, \beta \leq 0.01 \quad (9)$$

**گام هشتم** - ارزیابی جواب‌های تولید شده: جهت ارزیابی کارایی الگوریتم ترکیبی هوشمند طراحی شده، آزمایش‌های عددی با مقادیر مختلف پارامترها در GA و SA انجام و با مقادیر بدست آمده از روش شاخه و حد مقایسه شدند.

با توجه به اینکه هدف سرمایه‌گذار، ماکزیمم کردن سود با حداقل سطح اطمینان ۹۰٪ و محدودیت مخارج سرمایه‌گذاری به میزان ۱۵ میلیون دلار در سطح اطمینان ۹۵٪ است، مدل حل و نتایج زیر حاصل گردید (پارامترها و نتایج در جداول (۲) و (۳) نشان داده شده‌اند).

جدول ۲. نتایج حاصل از شبیه‌سازی تبرید

دمای اولیه	ضریب کاهش دما	دمای نهایی	سود <sup>۱</sup>	سود <sup>۲</sup>	درصد خطا(%)
۱۹.۵	۰.۰۵	۰.۱۹۵	۷۵.۷۲	۷۸	۲.۹۲
۱۸.۵	۰.۰۵	۰.۱۸۵	۷۶.۱	۷۸	۲.۴۳
۲۱	۰.۰۵	۰.۲۱	۷۵.۳۱	۷۸	۳.۴۵
۲۵.۵	۰.۰۵	۰.۲۵۵	۷۶.۳	۷۸	۲.۱۸
۲۹	۰.۰۵	۰.۲۹	۷۷.۱	۷۸	۱.۱۵
۳۳	۰.۰۵	۰.۳۳	۷۶.۵۲	۷۸	۱.۹

<sup>۱</sup> سودهای وارد شده در ستون سود<sup>۱</sup> ماکزیمم سودهای بدست آمده از روش SA و سودهای وارد شده در ستون سود<sup>۲</sup> ماکزیمم سودهای بدست آمده از روش شاخه و حد هستند.

- Environments*", Journal of Oper. Res. Soc. 49, 1998, pp. 854–860.
- [12] Liu, B., Liu, Y.K., "Expected Value of fuzzy Variable and Fuzzy Expected Value Models", IEEE Trans. Fuzzy Systems 10, 2002, pp. 445–450.
- [13] Zadeh, L., "Fuzzy Sets", Information and Control 8, 338–353, 1965.
- [14] Shahidi, L., Borhani Darian, A., "Application of fuzzy modeling and simulation annealing algorithm in the optimal utilization of water resources", First Joint Congress on Fuzzy & Intelligent Systems, Ferdosi University of Mashad, Iran, 29-31 Aug 2007.
- [15] Azar, A., Faraji, H., "Fuzzy Management Science", Ejtema Press, Tehran, 2002.
- [16] Huang, X., "Optimal Project Selection with Random Fuzzy Parameters", International Journal of Production Economics 106, 2007, 513–522.
- [17] Liu, B., "Theory and Practice of Uncertain Programming", 2009.
- [18] Charnes, A., Cooper, W.W., "Chance-Constrained Programming", Management Science 6, 73-79, 1959.
- [19] Ozcan, U., "Balancing Stochastic Two-Sided Assembly Lines: A Chance Constrained, Piecewise-Linear, Mixed Integer Program and a Simulated Annealing Algorithm", European Journal of Operational Research 205, 2010, pp. 81–97.
- [20] Birge, J.R., Louveaux, F., "Introduction to Stochastic Programming", Springer-Verlag, New York, 1997.
- [21] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., and Vecchi, M.P., "Optimization by Simulated Annealing", Science, 220, 1983, pp. 671-680.
- [22] Teegavarapu, R.S.V., Simonovic, S.P., "Optimal Operation of Reservoir Systems Using Simulated Annealing", Water Resource Research, 16(5), 2009, pp. 401-428.
- [23] Taghavifard, M.T., Shahsavari, A., "Solving Multi-Objective Location-Allocation Problems Using Simulated Annealing", International Journal of Industrial Engineering & Production Research, 19(4), 2009, pp.93-105
- [24] Jeong, S.J., Kim, K.S., Lee, Y.H., "The Efficient Search Method of Simulated Annealing Using Fuzzy Logic Controller", Expert Systems with Applications 36, 2009, pp. 7099–7103.
- [25] Reeves C.R., "Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems", Oxford, Blackwell Scientific Publications, 1993.
- برای بدست آوردن جواب عمومی ارائه و سپس جهت اعتبارسنجی با GA و یکی از روش‌های سنتی (شاخه و حد) مقایسه گردید. نتایج بدست آمده نشان داد که جواب بدست آمده از الگوریتم GA در حل مسائل با ابعاد کوچک از جواب SA بهتر است.
- اگرچه شبیه‌سازی فازی تنها یک محاسبه تخمینی را نتیجه می‌دهد اما برای زمانی که مقادیر تابع هدف و اعتبار با استفاده از روش‌های سنتی به راحتی قابل محاسبه نیستند روش مناسبی محسوب می‌شود.

### مراجع

- [1] Huang, X., "Chance\_Constrained Programming Models for Capital Budgeting with NPV as Fuzzy Parameters", Journal of Computational and Applied Mathematics 198, 2007, pp. 149\_159.
- [2] Oskunejhad, M.M., "Engineering Economic or Economic Evaluation of Industrial Projects", Amir Kabir University Press, 2006.
- [3] Weingartner, H.M., "Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1963.
- [4] Bernhard, R.H., "Mathematical Programming Models for Capital Budgeting", Journal of Financial Quant. Anal. 4, 111–158, 1969.
- [5] De, P.K., Acharya, D., Sahu, K.C., "A Chance-Constrained Goal Programming Model for Capital Budgeting", Journal of Oper. Res. Soc. 33, 1982, pp. 635–638.
- [6] Keown, A.J., Martin, J.D., "A Chance Constrained Goal Programming Model for Working Capital Management", Eng. Econ. 22, 1977, pp. 153–174.
- [7] Keown, A.J., Taylor, B.W., "A Chance-Constrained Integer Goal Programming Model for Capital Budgeting in the Production Area", Journal of Oper. Res. Soc. 31, 1977, pp. 579–589.
- [8] Avineri, E., Prashker, J., Ceder, A., "Transportation Projects Selection Process Using Fuzzy Sets Theory", Fuzzy Sets and Systems 116, 2000, pp.35–47.
- [9] Liu, B., Iwamura, K., "Chance Constrained Programming with Fuzzy Parameters", Fuzzy Sets and Systems 94, 2000, pp. 227–237.
- [10] Liu, B., "Minimax Chance Constrained Programming Models for Fuzzy Decision Systems", Information. Sci. 112, 1998, pp. 25–38.
- [11] Iwamura, K., Liu, B., "Chance Constrained Integer Programming Models for Capital Budgeting in Fuzzy

- [26] Aarts E.H.L., Lenstra, J.K., "*Local Search in Combinatorial Optimization*", New York, Wiley, 1997.
- [27] Vasan, A., Komaragiri Srinivasa, R., "*Comparative Analysis of Simulated Annealing, Simulated Quenching and Genetic Algorithms for Optimal Reservoir Operation*", Applied Soft Computing 9, 274–281, 2009.
- [28] White, S.R., "*Concept of Scale in Simulated Annealing*", Proceeding IEEE International Conference on Computer Design, Portchester, 1983