



## تعیین شاخصهای قابلیت فرایند برای پارامتر شیب در یک پروفایل خطی یک متغیره

حمیده رضوی، عادلہ اسدزاده و زهره ناصری

### کلمات کلیدی

قابلیت فرایند  
پروفایل خطی  
شاخصهای قابلیت فرایند

### چکیده:

در بسیاری از کاربردهای عملی، کیفیت یک فرایند یا محصول بوسیله تابعی بین متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر توصیفی بهتر نشان داده می‌شود. پایش پروفایل‌ها به منظور درک و بررسی پایداری فرایند در طول زمان صورت می‌گیرد. به همین دلیل بررسی قابلیت مربوط به یک پروفایل ضروری به نظر می‌رسد. مبحث قابلیت فرایند نیز مبحثی گسترده در کنترل آماری فرایند است که جایگاه مهمی در کاربردهای عملی دارد، شاخصهای قابلیت نیروی بالقوه و عملکرد فرایند را توصیف کرده و ابزارهایی سودمندی برای فعالیتهای بهبود کیفیت موفق و پیاده‌سازی برنامه‌های کیفی می‌باشند. در این مقاله، شاخصهای قابلیت برای یک پروفایل خطی با مستقل نمودن دو پارامتر عرض از مبدا و شیب محاسبه می‌گردد. از آنجایی که شاخص قابلیت برای عرض از مبدا یک پروفایل خطی را می‌توان با روشهای عمومی تعیین قابلیت فرایند تعیین نمود، در این مقاله فقط رویکردی برای تعیین قابلیت شیب یک پروفایل خطی ارائه می‌شود. بنابراین پس از مستقل نمودن پارامترها، کلیه مقادیر مربوط به شیبهای اجزاء یک پروفایل محاسبه شده و تحت کنترل بودن و نرمال بودن این مقادیر بررسی می‌شود. در نهایت شاخصهای قابلیت برای داده‌های نمونه بدست آمده و تفسیر می‌شود...

### ۱. مقدمه

بحث‌ها و نظریه‌های مرتبط با پایش پروفایل‌ها به طور منسجم از سال ۲۰۰۰ با ارائه مقاله‌ای توسط کنگ و آلباین شروع شد، هر چند قبل از آن نیز محققان در مورد این موضوع تحقیقاتی را انجام داده بودند. مستک و همکاران [۱]، استور و بریل [۲] و کنگ و آلباین [۳] در این مبحث جدید، محققان به جای پایش یک مشخصه منفرد توسط نمودارهای کنترل، روی پایش پروفایلی که ارتباط بین

این مشخصه کیفی تحت بررسی و متغیرهای مستقل (پارامترهای طراحی یا عوامل قابل کنترل) که روی آن اثر می‌گذارند را نشان می‌دهد، تمرکز کرده‌اند. موارد متعددی وجود دارند که در آنها کیفیت یک محصول توسط رابطه بین دو یا چند متغیر بیان می‌شود. بنابراین در مواردی که خروجی فرایند به صورت پروفایل باشد، مسئله مورد بررسی همان مسئله متداول کنترل آماری فرایند، یعنی بررسی نمونه‌های اولیه برای کشف انحراف با دلیل و برآورد پارامترهای فرایند در حالت تحت کنترل (در فاز I) و استفاده از حدود کنترل برآورد شده در فاز I برای پایش پروفایل در طول زمان (فاز II) می‌باشد. در این راستا، کنگ و آلباین دو نمودار کنترل را برای فاز II پایش پروفایل‌های خطی پیشنهاد کردند. بعد از آن محمود و همکاران [۴] متدی را بر پایه ترکیب سه نمودار EWMA برای کشف یک شیفت در عرض از مبدا، شیب و انحراف استاندارد به طور همزمان ارائه دادند. بحث گسترده‌ای در مورد مشکلات

تاریخ وصول: ۸۸/۱۲/۵

تاریخ تصویب: ۸۹/۳/۲۶

دکتر حمیده رضوی، استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه فردوسی مشهد،  
h-razavi@um.ac.ir  
عادلہ اسدزاده، گروه آمار، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران.  
asadzadeh2000@gmail.com  
زهره ناصری، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه غیرانتفاعی الغدیر، تبریز.  
z\_naseri@yahoo.com

اووت و با رویکردی جدید به محاسبه قابلیت مربوط به شیب در یک پروفایل خطی ساده می‌پردازیم، بدین صورت که بعد از محاسبه کلیه شیب‌های احتمالی برای داده‌ها نرمال بودن و تحت کنترل بودن آن‌ها بررسی شده و سپس با توجه به نرمال بودن یا نبودن داده‌ها، شاخص‌های قابلیت نرمال یا غیرنرمال محاسبه می‌شود.

## ۲. پروفایل‌های کیفیت

در چند سال اخیر، مبحث پروفایل‌ها (نیمرخ‌ها) و کاربردهای وسیع و عملی آن در کنترل آماری فرایند، افراد بسیاری را به مطالعه و بسط این مبحث از جوانب مختلف تشویق کرده است. تا پیش از ارائه مبحث پروفایل در SPC، بیشتر تحقیقات بر روی تکنیک نمودارهای آماری متمرکز شده و چنین فرض می‌شد که کیفیت یک فرایند می‌تواند به وسیله توزیع یک مشخصه کیفی نشان داده شود. کنترل آماری فرایند یک متدولوژی برای پیش‌بینی‌ها به منظور تشخیص تغییرپذیری و دادن هشدارهای لازم در مواقع رخداد تغییر در فرایند است. اما باید به این نکته مهم توجه داشت که نمودارهای SPC در رابطه با کنترل کل یک فرایند از دو جنبه کامل نیستند، یکی اینکه نمودارهای SPC توانایی بیان این موضوع که آیا تولید در فرایند بر طبق مشخصات طراحی انجام می‌پذیرد یا نه را ندارند و دیگر اینکه نمودارهای کنترل توانایی شناسایی علل غیرتصادفی و حذف آنها را نیز ندارند. به منظور حل این مشکل، در سال‌های اخیر محققان به جای پیش یک مشخصه منفرد توسط نمودارهای کنترل، روی پیش پروفایلی که ارتباط بین مشخصه کیفیت تحت بررسی و متغیرهای مستقل (پارامترهای طراحی یا عوامل قابل کنترل) که روی آن اثر می‌گذارند را نشان می‌دهد، تمرکز کرده‌اند. هنگامی که یک فرایند به صورت پروفایل باشد، مسئله مورد بررسی همان مسئله متداول کنترل آماری فرایند، یعنی بررسی نمونه‌های اولیه برای ارزیابی و کشف انحرافات با دلیل و برآورد نمودن پارامترهای فرایند تحت کنترل (در فاز I) و استفاده از حدود کنترل برآورد شده در فاز I برای پیش پروفایل‌ها در طول زمان (فاز II) می‌باشد.

به عبارت دیگر هدف در فاز I شامل پیدا کردن اطلاعات در مورد پراکندگی فرایند در طول زمان، ارزیابی پایداری فرایند و مدل کردن عملکرد فرایند پایدار یا تحت کنترل آماری است. در فاز II با پیش‌بینی با استفاده از داده‌های حین ساخت برای کشف سریع شیفت‌ها در فرایند از خط یا منحنی مرجعی که در فاز اول شناسایی شده است استفاده می‌شود و هدف در این مرحله نظارت بر فرایند است. در مبحث پروفایل‌ها، در پاره‌ای اوقات رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای مستقل و به تبع آن ضرایب منحنی برازش شده برای داده‌های نمونه‌ای، دارای مرتبه بالاتر از یک می‌باشد. بیشتر مدل‌هایی که در این وضعیت تعریف می‌شوند غیرخطی می‌باشد که با استفاده از روش‌های رگرسیون غیرخطی می‌توان آنها را مدل‌سازی کرد.

تحقیق در پایش پروفایل‌های خطی توسط وودال و همکاران [۵] ارائه شده است.

محمود و وودال [۶] به مطالعه یک متد فاز I برای پایش پروفایل‌های خطی پرداختند. علاوه بر آن نورالسنا و همکاران نیز [۷] طی مقاله‌ای پایش مشخصه‌های کیفیت با استفاده از پروفایل‌های خطی را مورد بررسی قرار دادند. در پاره‌ای اوقات رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای مستقل و به تبع آن ضرایب منحنی برازش شده برای داده‌های نمونه‌ای، دارای مرتبه بالاتر از یک می‌باشند. بیشتر مدل‌هایی که در این وضعیت تعریف می‌شوند غیرخطی می‌باشند که با استفاده از روش‌های رگرسیون غیرخطی می‌توان آنها را مدل کرد. در ادبیات کنترل آماری فرایند این دسته از مسائل تحت عنوان پروفایل‌های غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرند. ویلیامز، وودال و بیرچ [۸] استفاده از نمودار  $T^2$  چند متغیره را برای پایش چنین فرایندهایی در فاز I توسعه دادند. روش آنها توسط واقفی [۹] به فاز II تعمیم داده شده است. بحث‌ها و تحقیقات و نظریه‌ها در مبحث پروفایل‌ها همچنان رو به گسترش است که نشان از کارایی فوق‌العاده این مبحث در شناسایی علل غیرتصادفی و کشف شیفت‌ها در بحث کنترل آماری فرایند دارد.

سال‌های زیادی است که اندازه‌گیری قابلیت فرایند در مبحث کنترل آماری فرایند (SPC) مطرح شده و محققان به دلیل استفاده گسترده این معیارها در صنعت، همواره سعی در بهبود و توسعه آن داشته‌اند. معمول‌ترین کلاس اندازه‌های قابلیت فرایند یک معیار قابل قبول از گستردگی فرایند را به فرم یک نسبت مرتبط می‌کند. شاخص قابلیت فرایند  $C_p$  متعلق به این کلاس از معیارها بوده و به عنوان نسبت مجاز گستردگی فرایند به نسبت واقعی گستردگی فرایند تعریف می‌شود. بحث‌های مطرح شده توسط سالیوان [۱۰ و ۱۱] آغازگر حرکت از  $C_p$  به سمت  $C_{pk}$  بود. کن [۱۲ و ۱۳] تحقیقات جامعی را در زمینه قابلیت فرایند با نگرشی تازه نسبت به کاربردها و خصوصیات آماری چندین معیار قابلیت فرایند انجام داد. تحقیقات چان، چنگ و اسپرینگ [۱۴] توسط بویلز [۱۵] ادامه یافت و در ادامه خصوصیات یک معیار پایدار دیگر با استفاده از فلسفه تاگوچی در کیفیت بحث شد. مارکوسی و بیزلی [۱۶] انواع مختلفی از معیارها و خصوصیات آماری مربوط به آنها را مطرح کردند، در مبحث شاخص‌های قابلیت چند متغیره نیز پیشرفت‌های زیادی حاصل شده است که می‌توان به مقاله شهریاری و همکاران [۱۷] در این زمینه اشاره نمود. کاتز و جانسون [۱۸] نیز به جمع‌بندی کارها و تحقیقات انجام شده در مورد شاخص‌های قابلیت پرداختند. در این راستا اووت [۱۹] با استفاده از داده‌های مربوط به یک پروفایل خطی، حدود کنترل جدید مربوط به عرض از مبدأ را برای این پروفایل به دست آورد. کاتز و پیرن [۲۰] نیز در مبحث مربوط به پوشش ابزار به آزمون فرض شیب مربوط به یک پروفایل خطی پرداختند. در این مقاله با استفاده از داده‌های ارائه شده توسط

در موارد بسیار زیادی نیز رابطه بین متغیر پاسخ و تنها یک متغیر مستقل در نظر گرفته شده و به این ترتیب مدل رگرسیون خطی بررسی می‌شود.

تاکنون جنبه‌های مختلفی از مبحث پروفایل‌ها در کنترل کیفیت آماری مورد بررسی قرار گرفته و بحث‌ها و نظریه‌های زیادی در این زمینه مطرح شده است. وودال [۲۱] طی مقاله‌ای به جنبه‌های دیگری از کنترل فرایند که تا کنون برای پروفایل‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است، اشاره کرده است. از جمله این موضوعات، بررسی قابلیت فرایند برای پروفایل می باشد که در این مقاله آن را برای یک پروفایل خطی یک متغیره مورد مطالعه قرار می دهیم.

### ۳. قابلیت فرایند

شاخص‌های قابلیت فرایند به عنوان یک معیار عملکرد فرایند در ارزیابی قابلیت فرایندهای ساخت در عمل بسیار موثر بوده‌اند، و در این راستا تلاش‌های فراوانی برای تعریف شاخص‌های قابلیت فرایند صورت گرفته است. به طور کلی قابلیت با مقایسه پهنای پراکندگی فرایند با پهنای حدود مشخصات قابل قبول بدست می‌آید. [۲۰] مطالعات قابلیت فرایند نیز به منظور پایش قابلیت یک فرایند استفاده می‌شود. به همین دلیل قبل از ارزیابی قابلیت مربوط به یک فرایند، تحت کنترل بودن فرایند مورد نظر باید بررسی شود. در صورتیکه فرایند تحت کنترل نباشد، برآوردهای نادرستی از قابلیت فرایند به دست خواهد آمد. فرض دیگری نیز که در مطالعه شاخص‌های قابلیت فرایند باید بررسی شود، نرمال بودن توزیع داده‌هاست. تمامی شاخص‌های معمول  $C_p$ ،  $C_{pk}$  و  $C_{pmk}$  برای استفاده از داده‌هایی که دارای توزیع نرمال هستند، طراحی شده‌اند.

این فرض، یک فرض اساسی برای شاخص‌های قابلیت می‌باشد، و بدین معنی است که تمامی خصوصیات آماری، شامل رابطه این شاخص‌ها با بازده فرایند، به این فرض وابسته است. بنابراین در مواقعی که داده‌ها دارای توزیع نرمال نیستند، یا باید با استفاده از روش تبدیل، توزیع داده‌ها را به توزیع نرمال تبدیل نمود. و یا از بعضی از متدهای پیشنهادی برای محاسبه قابلیت مربوط به داده‌های غیرنرمال استفاده کرد.

### ۴. بررسی لزوم نرمال بودن و تحت کنترل بودن فرایند

همان طور که اشاره شد، نسبت قابلیت فرایند معیاری از توانایی فرایند برای تولید محصولی است که در داخل حدود مشخصات قابل قبول قرار می‌گیرد و مقادیر واحدهای نامنطبق با استفاده از سه فرض بسیار مهم زیر محاسبه می‌شود:

۱. مشخصه کیفیت دارای توزیع نرمال است.

۲. فرایند تحت کنترل آماری می‌باشد.

۳. در مواردی که فرایند دارای حدود مشخصات دو طرفه است، میانگین فرایند بین حدود مشخصات بالایی و پایینی قرار می‌گیرد.

این مفروضات برای دقت و اعتبار مقادیر گزارش شده کاملاً بحرانی بوده و اگر معتبر نباشند آنگاه کمیت‌های گزارش شده ممکن است به طور جدی اشتباه باشد. به عنوان مثال، سامرویل و مونتگمری [۲۲] تحقیق گسترده‌ای را در رابطه با خطاها با استفاده از فرض نرمال بودن، برای استنباط در مورد سطح واحدهای نامنطبق هنگامی که توزیع تحت بررسی نرمال نباشد، انجام دادند. آنها توزیع‌های غیرنرمال را بررسی کرده و مشاهده نمودند که بزرگی خطاهای پی در پی می‌تواند به پیش‌بینی واحدهای نامنطبق که به اشتباه دارای توزیع نرمال فرض شده‌اند، منجر شود. حتی هنگام استفاده از یک توزیع  $t$  با درجه آزادی به بزرگی ۳۰، خطاهای قابل توجهی حاصل می‌شود.

بنابراین با وجود اینکه یک توزیع  $t$  با درجه آزادی ۳۰ متقارن و از لحاظ گرافیکی شبیه توزیع نرمال است، دمه‌های بلندتر توزیع  $t$ ، هنگام برآورد واحدهای نامنطبق باعث ایجاد تفاوت قابل توجهی می‌شود. در نتیجه تقارن به تنهایی در خروجی توزیع فرایند برای اطمینان از اینکه هر پیش‌بینی معتبری از واحدهای نامنطبق فرایند تولید می‌کند، کافی نمی‌باشد.

پایداری یا کنترل آماری فرایند نیز برای ارائه تفسیر صحیحی از هر شاخص قابلیت فرایند ضروری است. متأسفانه، محاسبه یک شاخص قابلیت با استفاده از نمونه‌ای از داده‌های گذشته فرایند بدون در نظر گرفتن اینکه آیا فرایند تحت کنترل آماری بوده یا نه، نسبتاً معمول است. اگر فرایند تحت کنترل نباشد آنگاه حتماً پارامترهای فرایند ناپایدار بوده و مقدار این پارامترها در آینده قطعی نیست. بنابراین جنبه‌های پیشگوینا شاخص قابلیت فرایند راجع به عملکرد واحدهای نامنطبق فرایند در نظر گرفته نمی‌شود. [۲۳]

### ۵. کاستی‌های شاخص‌های قابلیت

در اکثر مواقع نمی‌توان تنها با استناد به شاخص  $C_p$  به تعیین قابلیت فرایند پرداخت. شاخص  $C_p$  قابلیت بالقوه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند که توسط پهنای واقعی فرایند تعریف می‌شود و میانگین واقعی فرایند را در نظر نمی‌گیرد. بنابراین  $C_p$  دلالتی بر عملکرد واقعی فرایند نداشته و همچنین تأثیری از جابجایی میانگین فرایند بر روی توانایی فرایند برای تولید محصول در داخل مشخصات قابل قبول منعکس نمی‌کند. به این دلیل شاخص اصلاح شده  $C_{pk}$  توسعه یافت. هرگاه شاخص‌های  $C_p$  و  $C_{pk}$  با هم استفاده شوند، دلالت صحیحی از قابلیت فرایند را با توجه به هر دو مورد پهنای و مکان فرایند فراهم می‌کنند.

اگرچه  $C_{pk}$  به طور وسیع به کار می‌رود، ضعف‌های ذاتی آن بسیاری از محققان را بر آن داشته که استفاده از آن را محدود کنند.

مربوط به شیب استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که برای محاسبه قابلیت مربوط به عرض از مبدا مشابه با متغیرهای معمولی از روش‌های پیشین در منابع می‌توان بهره برد. [۲۳] سپس اگر مقادیر شاخص‌های قابلیت به دست آمده برای هر دو پارامتر قابل قبول بود، می‌توان نتیجه گرفت که فرایند توانا است. به همین علت و به منظور اجتناب از تکرار موضوع و اطاله کلام فقط قابلیت مربوط به شیب در این مقاله بررسی می‌شود.

همان‌طور که اشاره شد، در مبحث پروفایل‌های خطی ساده هدف در فاز I ارزیابی پایداری فرایند می‌باشد، و از آنجایی که یکی از شروط اساسی در محاسبه شاخص‌های قابلیت بررسی تحت کنترل بودن و نرمال بودن فرایند است. پس در این مقاله، در ابتدا اهداف فاز I با بررسی این دو شرط اساسی تأمین شده و سپس به محاسبه قابلیت فرایند در فاز II پرداخته می‌شود. محاسبه قابلیت فرایند در فاز II نیز، با محاسبه قابلیت مربوط به عرض از مبدا و شیب امکان پذیر می‌باشد که در این مقاله بحث چگونگی محاسبه قابلیت مربوط به شیب مرحله به مرحله به صورتی که در زیر بیان شده ارائه خواهد شد.

#### ۱.۶ استقلال پارامترها

با توجه به اینکه هدف اصلی در این رویکرد پیشنهادی برآورد قابلیت مربوط به شیب می‌باشد، پس در ابتدا مقادیر  $x$  در هر نمونه کدگذاری می‌شود تا بدین طریق برآوردگرهای شیب و عرض از مبدا  $y$  از هم مستقل شوند. با استفاده از روش کدگذاری می‌توان قابلیت مربوط به هر پارامتر مدل را به طور جداگانه و همچنین قابلیت توأم این دو پارامتر را محاسبه نمود. اگر در ابتدا مقادیر  $x$  را در هر نمونه کدگذاری کنیم به طوری که میانگین مقادیر کد شده برابر صفر شود آنگاه نتیجه مدل رگرسیون خطی به فرم زیر خواهد بود:

$$y_{ij} = b_{0j} + b_{1j}x'_i + \varepsilon_{ij} \quad i=1, \dots, m \quad j=1, \dots, n \quad (2)$$

که در آن  $x'_i = (x_i - \bar{x})$ ،  $b_{0j} = a_{0j} + a_{1j}\bar{x}$  و  $b_{1j} = a_{1j}$  می‌باشد، و بدین ترتیب  $\hat{b}_{0j} = \bar{y}_j$  و  $\hat{b}_{1j} = \hat{a}_{1j}$  و  $\text{cov}(\hat{b}_{0j}, \hat{b}_{1j}) = 0$ .

#### محاسبه داده‌های شیب

در ادامه، به منظور محاسبه مقادیری که نمایانگر شیب‌های مربوط به فرایند باشد، در هر گروه از مقادیر داده (یعنی مقادیر  $y$ ) با ازای هر دو مقدار متوالی  $x$  ( $i=1, \dots, m$ ) دو مقدار  $y_{ij}$  متناظر با آن را در نظر گرفته و کلیه شیب‌های موجود را بدین روش محاسبه می‌کنیم. (جدول ۲) از بین تمامی روش‌های آزمون شده در این مرحله روش فوق بهترین شیوه برای بدست آوردن مقادیر مربوط به شیب به نظر می‌رسد. بعد از محاسبه کلیه حالات ممکن برای

بویلز<sup>۱</sup> تأکید کرد که  $C_{pk}$  به طور اثربخش موفق نشده است تأثیر مرکزیت فرایند در قابلیت فرایند را اندازه‌گیری کند. در واقع  $C_{pk}$  هیچ تفاوت آشکاری بین فرایندهای "روی هدف"<sup>۲</sup> و "خارج از هدف"<sup>۳</sup> ایجاد نمی‌کند و نباید به تنهایی به کار رود. بنا بر گفته میرابلا<sup>۴</sup>،  $C_{pk}$  و دیگر معیارهای عملکرد دارای مشکلات مشابهی هستند زیرا سعی در اندازه‌گیری دو اثر (مرکزیت و پراکندگی) در یک شاخص منفرد دارند. به همین دلیل لزوم پیدایش شاخص دیگری به نام  $C_{pm}$  احساس شد. این شاخص بر مبنای ایده مربع خطای زیان<sup>۵</sup> است و تمرکز بر اندازه‌گیری توانایی فرایند به منظور جمع شدن اطراف هدف دارد، که میزان روی هدف بودن (مرکزیت) فرایند را منعکس می‌کند. کاربردهای بسیار زیاد این شاخص در عمل نشان می‌دهد که  $C_{pm}$  به طور واضح بهترین شاخص قابلیت است که با توجه به فاصله از مقدار هدف، اندازه‌گیری شده است. [۲۰]

#### ۶. رویکرد پیشنهادی

در یک پروفایل خطی ساده که به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$y_{ij} = a_{0j} + a_{1j}x_i + \varepsilon_{ij} \quad i=1, \dots, m \quad j=1, \dots, n \quad (1)$$

چنین فرض می‌شود که  $\varepsilon_{ij}$ ها متغیرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع (*i.i.d*) نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  هستند. در بسیاری از کاربردهای فاز I پروفایل‌های خطی، مقادیر  $x$  ثابت‌های معلوم فرض شده و در تمام نمونه‌ها مقادیر یکسانی می‌گیرند. همان‌طور که قبلاً به آن اشاره شد هدف اصلی در فاز I، ارزیابی پایداری فرایند و برآورد پارامترهای فرایند در حالت تحت کنترل است. به دست آوردن یک مجموعه داده که منعکس کننده واقعیت یک فرایند تحت کنترل باشد معمولاً از طریق حذف نمونه‌هایی که دارای علل غیرتصادفی هستند در یک مجموعه داده انجام می‌گیرد.

ما در اینجا در صدد محاسبه قابلیت مربوط به یک پروفایل خطی ساده می‌باشیم. از آنجا که پیش یک پروفایل خطی ساده با پیش پارامترها یعنی عرض از مبدا و شیب مربوط به آن انجام می‌گیرد، پس محاسبه قابلیت یک پروفایل با برآورد شاخص‌های قابلیت مربوط به عرض از مبدا و شیب آن منطقی به نظر می‌رسد. در این راستا رویکردی برای محاسبه قابلیت مربوط به شیب یک پروفایل خطی ساده در فاز II ارائه می‌شود. بحثی در راستای محاسبه تولرانس مربوط به عرض از مبدا توسط اووت<sup>۶</sup> [۱۹] بیان شده است. در این مقاله از داده‌های ارائه شده توسط اووت در محاسبه قابلیت

1 Boyles

2 On-target

3 Off-target

4 Mirabella

5 Squared error loss

6 - Ott

شیب در داده‌های پروفایل، قدم بعدی محاسبه قابلیت مربوط به این شیب‌ها می‌باشد.

#### ۳-۶. محاسبه بررسی تحت کنترل بودن و نرمال بودن

همان طور که به آن اشاره شد، قبل از محاسبه قابلیت مربوط به یک فرایند (و همچنین در مبحث پروفایل‌ها به منظور تامین اهداف فاز I) باید تحت کنترل بودن و نرمال بودن داده‌های مربوط به آن فرایند بررسی شود. در این مقاله برای بررسی تحت کنترل بودن داده‌های مربوط به شیب از نمودار میانگین متحرک موزون نمایی EWMA با  $r=0.8$  استفاده شده است. (شکل ۱) در نمودار EWMA، داده‌های جدید وزن بیشتر و داده‌های قدیمی‌تر وزن کمتری می‌گیرند. در نتیجه EWMA بیشتر منعکس کننده عملکرد اخیر فرایند است. بنابراین وقتی  $r$  مقداری کوچک است، میانگین متحرک به تغییرات کوتاه مدت در فرایند نسبتاً غیرحساس بوده و وقتی عکس‌العمل‌های سریع در قبال شیفت‌های توزیع فرایند مد نظر باشد، مقدار  $r$  تقریباً بزرگ در نظر گرفته می‌شود. و برای بررسی نرمال بودن داده‌های مربوط به شیب از نمودار احتمال نرمال استفاده می‌شود.

اگر دو شرط بالا برای داده‌های محاسبه شده صدق کند، می‌توان شاخص‌های  $C_p$ ،  $C_{pk}$  و  $C_{pm}$  را محاسبه و تفسیر نمود. اما در صورتیکه داده‌ها تحت کنترل نباشند، ابتدا باید با حذف نقاط خارج از کنترل، تحت کنترل بودن فرایند را تضمین کرد و سپس به محاسبه شاخص قابلیت پرداخت. علاوه بر این در صورتیکه داده‌ها دارای توزیع نرمال نباشند، می‌توان از دو طریق این مشکل را حل نمود، بدین منظور یا باید با اعمال یک تبدیل داده‌ها را به داده‌های نرمال تبدیل نمود و سپس به محاسبه شاخص‌های قابلیت مربوط به داده‌های نرمال پرداخت و در صورتیکه این روش موثر نباشد، از تکنیک‌های مربوط به داده‌های غیرنرمال (که توسط کاتز و لاولیس کاملاً به آن پرداخته شده است). برای محاسبه شاخص‌های قابلیت می‌توان استفاده نمود. [۲۴]

#### ۴.۶. تعیین حدود مشخصات قابل قبول

در کنترل کیفیت آماری برای محاسبه شاخص‌های قابلیت، حدود مشخصات قابل قبول معمولاً توسط کاربر تعریف شده و به صورت مفروض در مدل و محاسبات وارد می‌گردد. این حدود معمولاً برای پارامترهای کمی با روش‌های GD&T<sup>1</sup> و بر مبنای استانداردهای بین‌المللی تعیین می‌گردد. [۲۵] بنابراین جزئیات آن از محدوده تحقیق حاضر خارج است. لیکن از آنجایی که حدود مذکور برای پروفایل‌ها به خصوص حدود مربوط به شیب را تعیین نمی‌کند لازم

است تا برای تعیین  $USL$  و  $LSL$  داده‌های مربوط به شیب از روش‌های ابتکاری استفاده کرد.

به این منظور در برخی از پژوهش‌ها از داده‌های مربوط به شیب که در فاز I تحت کنترل در آمده است، استفاده شده و با اضافه و کم کردن ضریبی از انحراف استاندارد به بیشترین و کمترین شیب مقادیر  $USL$  و  $LSL$  را بدست می‌آورد. [۱۹] در سایر منابع با توجه به داده‌های به دست آمده برای شیب مقادیر مفروضی را برای این دو معیار به طور تخمینی در نظر گرفته اند. [۲۶] در این تحقیق از روش اول استفاده شده و نتایج آن در ادامه ارائه گردیده است.

#### ۷. شاخص‌های قابلیت برای داده‌های غیرنرمال

در مواقعی که داده‌ها دارای توزیع نرمال نیستند، ساده‌ترین راه تغییر یا تبدیل داده‌ها به داده‌های نرمال یا حداقل نزدیک کردن توزیع داده‌ها به توزیع نرمال، با استفاده از توابع ریاضی می‌باشد. به طور مثال، بسیاری از نویسندگان مانند سامرویل و مونتگمری [۲۲] چنین بیان کرده‌اند که یک توزیع چوله ممکن است با استفاده از یک تبدیل ریشه دوم به توزیع نرمال تبدیل شود. اگر با این تبدیل داده‌ها دارای توزیع نرمال شوند آنگاه می‌توان از داده‌های تبدیل شده برای برآورد شاخص‌های قابلیت و تعیین فواصل اطمینان استفاده نمود. این روش یک راه مستقیم و ساده برای مواجهه با داده‌های غیرنرمال است. شیوه دیگر در مواجهه با داده‌های غیرنرمال استفاده از روش برآورد چارک‌های غیرنرمال می‌باشد که معمول‌ترین روش مورد استفاده برای اصلاح شاخص‌های قابلیت فرایند برای حالت‌های غیرنرمال است. ما در این قسمت از بین چندین رویکرد ارائه شده در این زمینه رویکرد کلمنتس<sup>۲</sup> را بیان می‌کنیم. [۲۷]

با در نظر گرفتن منحنی زنگوله‌ای شکل نرمال مشاهده می‌شود که در توزیع نرمال،  $0.135\%$  از داده‌های فرایند قبل از  $\mu - 3\sigma$ ،  $50\%$  از داده‌ها قبل از  $\mu$ ، و  $99.865\%$  از داده‌ها قبل از  $\mu + 3\sigma$  و به عبارت دیگر،  $99.73\%$  از داده‌ها بین حدود  $\mu \pm 3\sigma$  قرار گرفته است. که آن را می‌توان به فرم چارک به صورت زیر نوشت:

$$Pr(X \leq q_{(p)}) = p \quad \text{به طوریکه، } q_{(p)}$$

برای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و انحراف استاندارد  $\sigma$  داریم:

$$X_{0.00135} = \mu - 3\sigma$$

$$X_{0.50} = \mu$$

$$X_{0.99865} = \mu + 3\sigma$$

و برای موارد نرمال استاندارد با متغیر  $Z$ ،

$$P(Z \leq Z_{0.00135}) = 0.00135$$

$$P(Z \leq Z_{0.50}) = 0.50$$

$$P(Z \leq Z_{0.99865}) = 0.99865$$

<sup>2</sup> - Clements

<sup>1</sup> - Geometrical Dimensioning and Tolerancing

جدول ۱. داده‌های قطر قطعه در طول زمان ۹ ساعتی

| $x$ | Diameter( $y_{ij}$ ) |    |    |    |    | $\bar{y}_i$       |
|-----|----------------------|----|----|----|----|-------------------|
| 0   | 79                   | 78 | 78 | 77 | 75 | 77.4              |
| 1   | 79                   | 78 | 78 | 77 | 76 | 77.6              |
| 2   | 82                   | 81 | 80 | 80 | 79 | 80.4              |
| 3   | 83                   | 82 | 81 | 81 | 80 | 81.4              |
| 4   | 85                   | 85 | 84 | 84 | 83 | 84.2              |
| 5   | 86                   | 86 | 85 | 85 | 84 | 85.2              |
| 6   | 88                   | 87 | 87 | 86 | 85 | 86.6              |
| 7   | 89                   | 89 | 89 | 88 | 88 | 88.6              |
| 8   | 91                   | 91 | 90 | 90 | 89 | 90.2              |
| 9   | 94                   | 93 | 92 | 91 | 90 | 92.0              |
|     | $\bar{x} = 4.5$      |    |    |    |    | $\bar{y} = 84.36$ |

## ۸-۱. عرض از مبدا و شیب

در معادله رگرسیونی زیر با استفاده از روش کدگذاری به دست آمده و از هم مستقل هستند

$$y_{ij} = 73.33 + 1.68x'_i \quad i = 1, \dots, 10 \quad j = 1, \dots, 5 \quad (5)$$

## ۸-۲.

در ادامه مقادیر  $y_{ij}$  مربوط به هر دو سطح متوالی  $x$  در نظر گرفته شده و سپس کلیه مقادیر شیب مربوط به سطوح  $x (= 10)$  و  $y_{ij}$  دو به دو محاسبه می‌شود، که به این ترتیب در هر گروه ۹ مقدار شیب و در کل ۴۵ مقدار برای شیب خواهیم داشت. مقادیر به دست آمده برای شیب در جدول (۲) آورده شده است.

جدول ۲. مقادیر محاسبه شده برای شیب

| k | $b_{1k}$ | k  | $b_{1k}$ | k  | $b_{1k}$ | k  | $b_{1k}$ | k  | $b_{1k}$ |
|---|----------|----|----------|----|----------|----|----------|----|----------|
| 1 | 0        | 10 | 0        | 19 | 0        | 28 | 0        | 37 | 1        |
| 2 | 3        | 11 | 3        | 20 | 2        | 29 | 3        | 38 | 3        |
| 3 | 1        | 12 | 1        | 21 | 1        | 30 | 1        | 39 | 1        |
| 4 | 2        | 13 | 3        | 22 | 3        | 31 | 3        | 40 | 3        |
| 5 | 1        | 14 | 1        | 23 | 1        | 32 | 1        | 41 | 1        |
| 6 | 2        | 15 | 1        | 24 | 2        | 33 | 1        | 42 | 1        |
| 7 | 1        | 16 | 2        | 25 | 2        | 34 | 2        | 43 | 3        |
| 8 | 2        | 17 | 2        | 26 | 1        | 35 | 2        | 44 | 1        |
| 9 | 3        | 18 | 2        | 27 | 2        | 36 | 1        | 45 | 1        |

در نظر گرفته می‌شود. اما فرض نرمال بودن مربوط به داده‌های شیب با توجه به شکل (۲) و بر مبنای آزمون شاپیرو ویلک و نتایج حاصل از آن در جدول (۳) رد می‌شود. میانگین، انحراف استاندارد، چولگی و کشیدگی داده‌های شیب نیز در جدول (۴) محاسبه شده است. از آنجا که داده‌ها دارای توزیع غیرنرمال هستند، پس باید با استفاده از روش‌های غیرنرمال به محاسبه شاخص‌های قابلیت پرداخت، در اینجا از روش کلمنتس برای تعیین شاخص‌های قابلیت استفاده کرده و با اضافه و کم کردن مقدار انحراف استاندارد ( $s$ ) به مقادیر  $UCL$  و  $LCL$  حدود بالا و پایین مشخصات قابل قبول  $(USL, LSL)$  را تخمین می‌زنیم.

شاخص‌های قابلیت فرایند می‌تواند برحسب چارک‌ها برای اصلاحات ممکن در موارد غیرنرمال استفاده شده و به صورت زیر تعریف شود:

$$C_{p(q)} = \frac{USL - LSL}{X_{0.99865} - X_{0.00135}} \quad (3)$$

$$C_{pk(q)} = \min\left(\frac{USL - X_{0.50}}{X_{0.99865} - X_{0.50}}, \frac{X_{0.50} - LSL}{X_{0.50} - X_{0.00135}}\right) \quad (4)$$

معروف‌ترین روش تبدیل چارک توسط کلمنتس [۲۷] پیشنهاد شد، که از منحنی‌های پیرسون برای تهیه برآوردهای بهتری از این سه چارک استفاده کرد.

## ۸. مثال کاربردی

در اینجا از داده‌های به کار رفته توسط کاتز [۲۴] برای اجرای این رویکرد استفاده می‌کنیم. داده‌های کلاسیک ارائه شده توسط مانوئل برای یک مدل رایج سایش ابزار براده برداری، نشان داده شده در جدول (۱) را در نظر بگیرید. [۱۹]

در اینجا داده‌ها نشان دهنده قطر قطعه در طول زمان ۹ ساعتی است و با سایش ابزار افزایش می‌یابد. حدود مشخصات پایینی و بالایی ۰/۲۴۷۰ و ۰/۲۵۰۰ برای یک پهنای قابل قبول در تolerانس ۳۰ ده هزارم است. حال با در نظر گرفتن داده‌های جدول (۱) به اجرای مراحل ارائه شده در بالا پرداخته و شاخص‌های قابلیت مربوط به شیب را محاسبه می‌کنیم.

## ۸-۳.

سپس با استفاده از نمودار EWMA و نمودار احتمال نرمال، تحت کنترل بودن و نرمال بودن داده‌های مربوط به شیب مورد بررسی قرار می‌گیرد. نمودار EWMA مربوط به داده‌های شیب نشان می‌دهد که تمامی داده‌ها تحت کنترل هستند.

داده‌های ارائه شده در این مثال قطر قطعه‌های تولیدی است و همان طور که می‌دانیم در اثر سایش ابزار قطر قطعه بیشتر می‌شود، اما نمودار EWMA رسم شده در بالا که نشان دهنده شیب مربوط به قطر این داده‌ها است،  $LSL$  منفی را نشان می‌دهد که در این مورد قابل قبول نمی‌باشد، به همین دلیل برای محاسبات بعدی  $LSL = 0$

$\bar{x} = 1.622 \quad s = 0.936$

$$\begin{cases} UCL=3.9 \\ LCL=-0.7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} USL=UCL+s=3.9+0.936=4.84 \\ LSL=LCL-s=-0.7-0.936=-1.64 \Rightarrow LSL=0 \end{cases} \quad T = \frac{USL+LSL}{2} = 2.42$$

سایر روابط ریاضی به شرح ذیل می باشد:

$$\begin{cases} \alpha_3 \cong 0.2 \\ \alpha_4 = -0.95 \cong -1 \\ \begin{cases} Z'_{0.99865} = 2.134 \\ Z'_{0.00153} = 1.696 \\ Z'_{0.50} = 0.065 \end{cases} \end{cases}$$

$X_{0.00135} = \bar{X} - Z'_{0.00135} \times s = 1.622 - 1.696 \times 0.936 = 0.035$

$X_{0.50} = \bar{X} + Z'_{0.50} \times s = 1.622 + 0.065 \times 0.936 = 1.683$

$X_{0.99865} = \bar{X} + Z'_{0.99865} \times s = 1.622 + 2.134 \times 0.936 = 3.617$

و بنابراین شاخصهای قابلیت فرایند بر اساس معادلات زیر محاسبه می شوند:

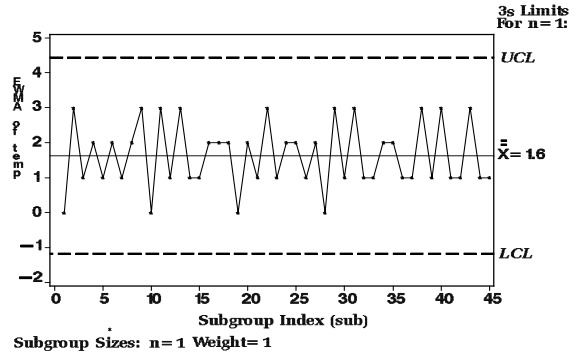
$$C_{p(q)} = \frac{USL - LSL}{X_{0.99865} - X_{0.00135}} = \frac{4.84 - 0}{3.617 - 0.035} = 1.35$$

$$C_{pk(q)} = \min\left(\frac{USL - X_{0.50}}{X_{0.99865} - X_{0.50}}, \frac{X_{0.50} - LSL}{X_{0.50} - X_{0.00135}}\right) = \min\left(\frac{4.84 - 1.683}{3.617 - 1.683}, \frac{1.683 - 0}{1.683 - 0.035}\right) = \min(1.631, 1.02) = 1.02$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6 \left[ \left( \frac{s(Z'_{0.99865} - Z'_{0.00135})}{6} \right)^2 + (\bar{X} + Z'_{0.50} \times s - T)^2 \right]^{1/2}} = \frac{4.84 - 0}{6 \left[ \left( \frac{0.936(2.134 - 1.696)}{6} \right)^2 + (1.622 + 0.065 \times 0.936 - 2.42)^2 \right]^{1/2}} = 1.09$$

در اینجا  $C_p = 1/35$  است، در کاربردهای ابتدایی و متداول  $C_p$ ، کمترین مقدار قابل قبول برای این شاخص مقدار  $1/33$  معرفی شده است. [۲۸] اما همان طور که می‌دانیم از آنجا که  $C_p$  تنها حدود تولرانس را به ۶۵ فرایند مرتبط می‌کند و تأثیری از جابجایی میانگین فرایند را بر روی توانایی فرایند منعکس نمی‌کند، بنابراین هیچ دلالتی بر عملکرد واقعی فرایند ندارد و شاخص مناسبی نمی‌باشد.

شاخص  $C_{pk}$  نیز که باید به طور معمول بیشتر از  $1/33$  باشد، تنها مقادیر هدف را در نظر می‌گیرد اما با این حال هیچ تفاوت آشکاری بین فرایندهای "روی هدف" و "خارج از هدف" ایجاد نمی‌کند پس استفاده تنها از این شاخص برای بررسی عملکرد فرایند صحیح نبوده و به همین دلیل باید همزمان دو شاخص  $C_p$  و  $C_{pk}$  را در نظر

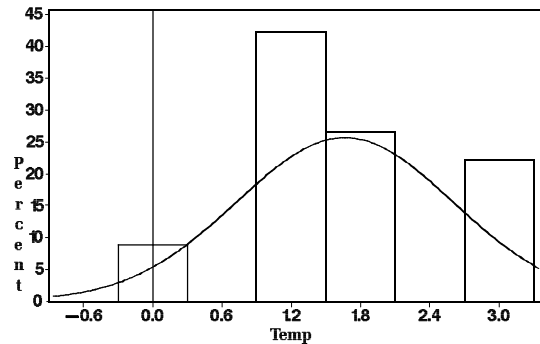


شکل ۱. نمودار EWMA مربوط به داده‌های شیب

جدول ۳. آزمون نرمال بودن مقادیر شیب

| Tests for Normality |               |           |              |
|---------------------|---------------|-----------|--------------|
| Test                | --Statistic-- | --        | -p Value---- |
| Shapiro-Wilk        | W 0.859495    | Pr < W    | 0.000        |
| Kolmogorov-Smirnov  | D 0.257930    | Pr > D    | <0.010       |
| Cramer-von Mises    | W-Sq 0.457062 | Pr > W-Sq | <0.005       |
| Anderson-Darling    | A-Sq 2.700213 | Pr > A-Sq | <0.005       |

Warning: Normality is rejected for alpha = 0.05 using the Shapiro-Wilk test



شکل ۲. نمودار هیستوگرام مقادیر شیب

جدول ۴. کشیدگی و چولگی مقادیر شیب

| The MEANS Procedure             |     |          |       |
|---------------------------------|-----|----------|-------|
| Analysis Variable : Observation |     |          |       |
| N                               | 45  | Mean     | 1.622 |
| Maximum                         | 3.0 | Std Dev  | 0.936 |
| Minimum                         | 0   | Skewness | 0.149 |
|                                 |     | Kurtosis | -0.95 |

**روش دوم:**

روش زیر بیانگر حالتی است که در آن  $LSL$  منفی در نظر گرفته می‌شود. (هر چند در این مثال  $LSL$  منفی قابل قبول نمی‌باشد ولیکن برای عمومیت دادن به مسئله در مواردی مانند تغییر متغیر که حالت منفی هم روی می‌دهد، این وضعیت را نیز با داده های نمونه بررسی می‌کنیم.)

$$\bar{x}=1.622 \quad s=0.936$$

$$\begin{cases} UCL=39 \\ LCL=-07 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} USL=UCL-s=39+0.936=484 \\ LSL=LCL-s=-07-0.936=-1.64 \end{cases} \quad T=\frac{USL-LSL}{2}=1.6$$

$$\begin{cases} \alpha_3 \cong 0.2 \\ \alpha_4 = -0.95 \cong -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z'_{0.99865} = 2.134 \\ Z'_{0.00153} = 1.696 \\ Z'_{0.50} = 0.065 \end{cases}$$

$$X_{0.00135} = \bar{X} - Z'_{0.00135} \times s = 1.622 - 1.696 \times 0.936 = 0.035$$

$$X_{0.50} = \bar{X} + Z'_{0.50} \times s = 1.622 + 0.065 \times 0.936 = 1.683$$

$$X_{0.99865} = \bar{X} + Z'_{0.99865} \times s = 1.62 + 2.134 \times 0.936 = 3.617$$

$$C_{p(q)} = \frac{USL-LSL}{X_{0.99865}-X_{0.00135}} = \frac{4.84+1.64}{3.617-0.035} = 1.81$$

$$C_{pk(q)} = \min\left(\frac{USL-X_{0.50}}{X_{0.99865}-X_{0.50}}, \frac{X_{0.50}-LSL}{X_{0.50}-X_{0.00135}}\right) = \min\left(\frac{4.84-1.683}{3.617-1.683}, \frac{1.683+1.64}{1.683-0.035}\right) = \min(1.63, 2.02) = 1.63$$

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pm} &= \frac{USL-LSL}{6 \left[ \left( \frac{s(Z'_{0.99865}-Z'_{0.00135})}{6} \right)^2 + (\bar{X} + Z'_{0.50} \times s - T)^2 \right]^{1/2}} \\ &= \frac{4.84+1.64}{6 \left[ \left( \frac{0.936(2.134-1.696)}{6} \right)^2 + (1.622 + 0.065 \times 0.936 - 1.6)^2 \right]^{1/2}} = 10.06 \end{aligned}$$

است. در این مقاله، قابلیت فرایند برای پروفایل‌های خطی یک متغیره مورد مطالعه قرار گرفته است. به این منظور با تبدیلات ریاضی پارامترهای شیب و عرض را از مبدا از هم مستقل می‌کنیم تا بتوان قابلیت فرایند را به طور جداگانه برای هر پارامتر تحلیل نمود. از آنجایی که پارامتر عرض از مبدا در بردارنده تمایز خاصی نسبت به مدل‌های سنتی نمی‌باشد، تمرکز در این پژوهش بر قابلیت فرایند برای پارامتر شیب می‌باشد.

گرفت. اگر شاخص  $C_p$  به تنهایی به کار رود اطلاعاتی از منطبق با هدف بودن فرایند به دست نمی‌آید، و اگر تنها شاخص  $C_{pk}$  نیز استفاده شود نمی‌توان تشخیص داد که یک مقدار خوب یا بد  $C_{pk}$  به دلیل مرکزیت فرایند است یا به دلیل گستردگی (واریانس) فرایند. بنابراین بهتر است که برای بررسی بهتر قابلیت یک فرایند از هر دو این شاخص‌ها استفاده شود، اگر هر دو آنها مقادیری بیشتر از  $1/33$  را نشان دهند، فرایند مورد نظر توانا و سازگار معرفی می‌شود.

در این مثال، تنها با در نظر گرفتن این دو شاخص مشاهده می‌شود که  $C_p > 1/33$  و  $C_{pk} < 1/33$  است، پس فرایند در حفظ پارامتر شیب توانا بوده اما میانگین فرایند باید تنظیم (تعدیل) شود. شاخص  $C_{pm}$  بهترین شاخص برای تعیین قابلیت فرایند به نظر می‌رسد و از تعریف آن چنین برمی‌آید که اگر واریانس فرایند افزایش یابد (کاهش یابد) آنگاه مخرج  $C_{pm}$  افزایش (کاهش) خواهد یافت و در نتیجه  $C_{pm}$  کاهش (افزایش) خواهد یافت. همچنین اگر میانگین فرایند از مقدار هدف دور شود (به مقدار هدف نزدیک شود)، آنگاه مخرج افزایش (کاهش) خواهد یافت و در نتیجه  $C_{pm}$  کاهش (افزایش) می‌یابد. البته این شاخص، در صورتی شاخص مناسبی برای اندازه‌گیری قابلیت فرایند است که مقدار هدف برابر نقطه میانی حدود مشخصات قابل قبول (یعنی  $T = \frac{1}{2}(USL+LSL)$ ) باشد. این شاخص بر مبنای ایده مربع خطای زیان محاسبه شده و میزان پراکندگی فرایند اطراف مقدار هدف و همین طور میزان روی هدف بودن (مرکزیت) فرایند را منعکس می‌کند.

در این قسمت هر دو شاخص  $C_p$  و  $C_{pk}$  بیشتر از  $1/33$  و نشان دهنده این مطلب است که فرایند در تولید پارامتر شیب پروفایل پایدار و توانا است.

**۹. نتیجه گیری**

در این مقاله تعیین شاخص‌های رایج برای قابلیت فرایند در حالتی که روابط بین متغیرها (پروفایل) دارای اهمیت است، بررسی شده



- [11] Sullivan, L.P., "*Cp and Cpk (Letters)*". Quality Progress, 18(4), April, 7-8, 1985.
- [12] Kane, V.E., "*Process Capability Indices*". Journal of Quality Technology, Vol 18, 1986a , pp.41-52.
- [13] Kane, V.E., "*Corrigenda*". Journal of Quality Technology, Vol 18, 1986b , pp.265-276.
- [14] Chan, L.k., Cheng, S.W., Spiring, F.A., "*A New Measure of Process Capability:  $C_{pm}$* ". Journal of Quality Technology, Vol 20, 2004, pp.162-175.
- [15] Boyles, R.A., "*The Taguchi Capability Index*". Journal of Quality Technology, Vol 23, Issue 1, 1991, pp.17-26.
- [16] Marcucci, M.O., Beazley, C.C., "*Capability Indices: Process Performance Measures*". ASQC Quality Congress Transaction, Dallas, 1988, pp.516-523.
- [17] Shariari, H., Hubele, N.F., Lawrence, F.P., "*A Multivariate Process Capability Vector*", Proceedings of the 4th Industrial Engineering Research Conference, Institute of Industrial Engineers, 1995 , pp. 304-309.
- [18] Kotz, S., Pearn, W.L., Johnson, N.L., "*Some Process Capability Indices Are More Reliable than One Might Think*". Journal of the Royal Statistical Society, Series C: Applied Statistics, Vol 42, 1993, pp.55-62.
- [19] Ott, E.R. Schilling, E.G., Neubauer, D.V., "*Process Quality Control Troubleshooting and Interpretation of Data*", 3rd Ed. Mc Graw Hill, 2000.
- [20] Kotz, S. and Pearn, W.L., "*Encyclopedia and Handbook of Process Capability Indices, a Comprehensive Exposition of Quality Control Measures*". World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2006.
- [21] Woodall, W.H., "*Current Research on Profile Monitoring*". Produção, Vol.17, 2007 , pp.420-425.
- [22] Somerville, S.E., Montgomery, D.C., "*Process Capability Indices and Non-Normal Distributions*". Quality Engineering, 9(2), 1996-97, 305-316.
- [23] Montgomery, D.C., "*Introduction to Statistical Quality Control*". John Wiley, New York, 1997.
- [24] Kotz, S., Lovelace, C.R., "*Process Capability Indices in Theory and Practice*". Arnold, London, U.K, 1998.
- [25] Drake P., "*Dimensioning and Tolerancing Handbook*", McGraw-Hill Professional, 1999.
- [26] Scagliarini, M., Vermiglio, R., "*Computing Multivariate Process Capability Indices with Microsoft Excel*", Journal of Modern Applied Statistical Methods, Vol. 7, No. 1, 2008, pp.346-357.
- [27] Clements, J.A., "*Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions*". Quality Progress, September, 1989, 95-100.

در این رابطه، داده‌های شیب از طریق اتصال نمونه‌های متوالی حاصل شده و شرایط اولیه لازم بر روی آن آزموده می‌شود. این شرایط شامل تست نرمال بودن داده‌ها و تحت کنترل بودن آنهاست. چنانچه این شرایط برقرار باشد با فرمول‌های مرسوم می توان شاخص‌ها را محاسبه نمود.

در غیر این صورت از تکنیک‌های خاص مانند روش کلمنتس استفاده می‌شود. کلیه مراحل علاوه بر تشریح آن در متن مقاله در قالب یک مثال کاربردی نیز ارائه گردیده است.

## مراجع

- [1] Mestek, O., Pavalik, J., Suchanek, M., "*Multivariate Control Charts: Control Charts for Calibration Curves*". Journal of Analytical Chemistry. Vol 350, No 6, 1994, pp.344-351.
- [2] Stover, F.S., Brill, R.V., "*Statistical Quality Control Applied to Ion Chromatography Calibration*". Journal of Chromatography. Vol 804, Issues 1-2 (24), 1998, pp.37-43.
- [3] Kang, L., Albin, S.L., "*On-Line Monitoring When the Process Yields a Linear Profile*". Journal of Quality Technology, Vol 32, No.4, 2000 , pp.418-426.
- [4] Kim, K., Mahmoud, M.A., Woodall, W.H., "*On the Monitoring of Linear Profiles*". Journal of Quality Technolgy, Vol 35, No.3, 2003, pp.317-328.
- [5] Woodall, W.H., Spitzner, D.J., Montgomery, D.C., Gupta, S., "*Using Control Charts to Monitor Process and Product Quality Profiles*", Journal of Quality Technology, Vol 36, Issue 3, 2004 , pp. 309-320.
- [6] Mahmoud, M.A., Woodall, W.H., "*Phase I Analysis of Linear Profiles with Calibration Applications*". Technometrics, Vol 46, No.4, 2004.
- [7] Noorossana, R.; Amiri, A.; Vaghefi, A.; Roghanian, E., "*Monitoring Quality Characteristics Using Linear Profiles*". Proceeding in Third International Industrial Conference. Tehran, Iran, 2004.
- [8] Williams, J.D., Woodall, W.H., Birch, J.B., "*Phase I Monitoring of Nonlinear Profiles*", paper presented at the 2003 Quality and Productivity Research Conference, Yorktown Heights, New York, 2003.
- [9] Vaghefi, A., "*Phase Two Monitoring Of Nonlinear Profiles*", M.Sc Thesis.IUST University.Tehran,Iran, 2003.
- [10] Sullivan, L.P., "*Reducing Variability, a New Approach to Quality*". Quality Progress, Vol 17, Issue 7, 1984, pp.15-21.

- [28] Rezaie, K., Ostadi, B., Taghizadeh, M.R., "Applications of Process Capability and Process Performance Indices". Journal of Applied Sciences Vol 6, Issue 5, 2006, pp.1186-1191.

### پیوست ۱

#### - رویکرد کلمنتس [۲۱]

کلمنتس یک روش جدید را برای اصلاح  $C_p$  و  $C_{pk}$  در داده‌های غیرنرمال با استفاده از منحنی‌های پیرسون برای تهیه برآوردهای صحیح‌تری از  $X_{0.00135}$ ،  $X_{0.50}$  و  $X_{0.99865}$  ارائه داد. روش کلمنتس از مراحل ساده زیر برای برآورد  $C_p$  و  $C_{pk}$  غیرنرمال استفاده می‌کند:

۱. برآورد میانگین ( $\bar{X}$ )، انحراف استاندارد ( $s$ )، چولگی ( $\alpha_3^2$ ) و کشیدگی ( $\alpha_4 - 3$ ) برای داده‌های فرایند. همچنین ذکر مقادیر  $USL$  و  $LSL$  برای فرایند.

۲. بر مبنای برآوردهای چولگی و کشیدگی بدست آمده در (۱)، و با استفاده از جداول ارائه شده توسط کلمنتس، مقادیر  $Z'_{0.00135}$  و  $Z'_{0.99865}$  محاسبه می‌شود. (که در آن،  $Z'_p =$  متغیر نرمال استاندارد تعدیل شده برای داده‌های غیر نرمال است.)

۳. مقدار  $Z'_{0.50}$  با استفاده از جدول (۳) (که در پیوست آمده) و برآوردهای چولگی و کشیدگی به دست آمده در مرحله اول:

(a) برای چولگی مثبت علامت را برعکس کنید؛

(b) برای چولگی منفی علامت را مثبت بگذارید؛

۴. برآورد  $X_{0.00135} = \bar{X} - Z'_{0.00135} \times s$

۵. برآورد  $X_{0.50} = \bar{X} + Z'_{0.50} \times s$

۶. برآورد  $X_{0.99865} = \bar{X} + Z'_{0.99865} \times s$

۷. برآورد شاخص‌های قابلیت با استفاده از معادلات (۳) و (۴).

پیرن و کاتز [۱۰] روش کلمنتس را برای سایر شاخص‌ها نیز استفاده نموده و برآوردهای  $C_{pm}$  و  $C_{pmk}$  را برای داده‌های غیرنرمال به صورت زیر به دست آوردند:

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6 \left[ \left( \frac{s(Z'_{0.99865} - Z'_{0.00135})}{6} \right)^2 + (\bar{X} + Z'_{0.50} \times s - T)^2 \right]^{1/2}}$$

$$\hat{C}_{pmk} = \min \left[ \frac{USL - (\bar{X} + Z'_{0.50} \times s)}{3 \sqrt{\left( \frac{s(Z'_{0.99865} - Z'_{0.50})}{3} \right)^2 + (\bar{X} + Z'_{0.50} \times s - T)^2}}, \frac{(\bar{X} + Z'_{0.50} \times s) - LSL}{3 \sqrt{\left( \frac{s(Z'_{0.50} - Z'_{0.00135})}{3} \right)^2 + (\bar{X} + Z'_{0.50} \times s - T)^2}} \right]$$