



Robust Optimization of Stochastic Revenue Management in Hotel Industry

Mohammad Modarres* & Mehdi Najafi

Mohammad Modarres Sharif University of Technology,
Mehdi Najafi, Sharif University of Technology

Keywords

Robust Optimization;
Revenue Management;
Robust Solution;
Robust Model,
Stochastic Problem,
Hotel Management

ABSTRACT

The successful application of "revenue management" in airline industry motivated hotel industry management as well as some researchers to apply the concept and techniques of revenue management to enhance the income of hotels. In this paper, we develop a multi objective model for hotel management in stochastic environments. Since demand for rooms, and in some cases the supply, is random we introduce a robust model, in order to manage its uncertain parameters. Therefore, the objectives of the model are robustness as well as income enhancement. Furthermore, some other new assumptions such as overbooking, early (or late) departure of a passenger and different prices are also included in the model

© (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید) شماره ۴، جلد ۴۰، ۱۳۸۸

برنامه‌ریزی تصادفی بهینه‌سازی پایدار درآمد هتل

محمد مدرس و مهدی نجفی

چکیده:

گسترش روزافزون و کاربردهای موفقیت‌آمیز "مدیریت درآمد" در صنایع هواپیمایی و شباهت زیاد این صنعت با صنعت هتل‌داری، پژوهشگران و مدیران را برانگیخت تا جهت مدیریت بهتر و افزایش درآمد، مدل‌ها و مفاهیم مدیریت درآمد را برای صنعت هتل‌داری نیز مورد استفاده قرار دهند و با توجه به ویژگی‌های این صنعت، مدل‌های ریاضی مدیریت درآمد متناسب با این صنعت رانیز توسعه دهند. در این مقاله، به ارائه مدل‌های چند هدفه جهت بررسی مدیریت درآمد هتل در محیط‌های تصادفی پرداخته می‌شود. از طرفی، با توجه به تصادفی بودن میزان تقاضا و درموردی عرضه، در این مقاله بهینه‌سازی پایدار این مدل‌ها توسعه می‌یابد. به این ترتیب، اهداف این مدل‌ها عبارتند از پایداری جواب و پایداری مدل به‌همراه حداکثر کردن در آمد حاصل. ضمناً، با در نظر گرفتن فرضیات جدید نظیر خروج زودهنگام-دیرهنگام؛ رزرو مضاعف و همچنین متفاوت بودن قیمت‌ها تحت شرایط مختلف، مدل‌های ریاضی دیگری در چارچوب مدیریت درآمد توسعه می‌یابد.

کلمات کلیدی

مدیریت درآمد،
بهینه‌سازی پایدار،
برنامه‌ریزی تصادفی،
پایداری جواب،
پایداری مدل،
مدیریت هتل

تاریخ وصول: ۸۸/۶/۸

تاریخ تصویب: ۸۸/۱۱/۶

دکتر محمد مدرس، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، Modarres@sharif.edu

مهدی نجفی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، M_Najafi@ie.sharif.edu

۱. مقدمه

مدیریت درآمد عبارت از فروش محصول یا خدمات مناسب به مشتری مناسب، در زمان مناسب از طریق کانال مناسب و با قیمت مناسب است. کاربرد این مقوله جهت حداکثر کردن درآمد در صناعی است که کالا (یا خدمات) آن در هر دوره از بین‌رفتنی بوده و قابلیت ذخیره شدن برای دوره بعد را ندارند. مدیریت درآمد برای اولین بار پس از آزاد سازی قیمت‌ها در صنعت هواپیمایی مطرح شده و تا کنون بیش از ۴۰ سال در این صنعت مورد استفاده قرار گرفته [۴] و کاربردهای موفقیت‌آمیز آن موجب بهبود میلیون دلاری در درآمد این صنعت شده است [۵، ۶].

اگرچه این مفاهیم ابتدا برای صنعت هواپیمایی مطرح شد ولی کاربردهای آن تنها به این صنعت محدود نگردید. صنایع مشابه دیگر نیز از این مفاهیم جهت بهبود درآمد خود استفاده نموده‌اند. یکی از صنایع با پتانسیل بسیار زیاد جهت بکارگیری مباحث مدیریت درآمد، صنعت هتل‌داری است. دلیل این امر در شباهت بسیار زیاد این صنعت با صنعت هواپیمایی نهفته است. به‌عنوان نمونه (الف) بهره برداری از اتاقهای هتل مانند صندلی‌های هواپیما از نوع کالاهای از بین‌رفتنی بوده و قابل ذخیره برای دوره بعد نیست. (ب) ظرفیت هتل نیز مانند ظرفیت هواپیما در کوتاه مدت ثابت بوده و افزایش آن تنها در دراز مدت و با هزینه ثابت زیادی همراه است. (ج) امکان رزرو از پیش برای هر دو وجود دارد. (د) تقاضا در هر دو مورد تصادفی است.

بنابراین دور از انتظار نیست که بکارگیری ابزارهای موفق مدیریت درآمد نظیر رزرو مضاعف^۲ [۶] و تخصیص موجودی برای مدل‌های تودرتو^۳ و یا غیر تودرتو^۴ [۵] برای این صنعت نیز امکان‌پذیر باشد.

اگرچه تحقیقات انجام شده در حوزه مدیریت درآمد صنایع هواپیمایی بسیار گسترده است لیکن با توجه به ویژگیهای صنعت هتل‌داری و تمایز آن با صنعت هواپیمایی، تحقیقات بیشتری جهت توسعه مدل‌ها مدیریت درآمد در صنعت هتل‌داری باید انجام شود [۱]. بعضی از تحقیقات انجام شده در این حوزه را می‌توان به طور خلاصه به شرح زیر بیان کرد. ویدرفورد [۷] و بیتران و مودسجین [۸] به استفاده از مدل‌های شبیه‌سازی جهت آزمایش روش‌های ابتکاری ارائه شده توسط خودشان برای تصمیم درمورد پذیرش یا رد تقاضاها پرداخته‌اند. بیکر [۹] به توسعه مطالعات انجام شده فوق پرداخته و به مقایسه این مدل‌ها با مدل‌های ابتکاری خود در مورد رزرو مضاعف پرداخته است. استید و گیو [۱۰] به مقایسه روش‌های مختلف قیمت‌گذاری در هتل پرداخته و نشان دادند که قیمت‌گذاری بر اساس مفاهیم مدیریت درآمد باید در شرایط بازار رقابتی صورت پذیرد. هوانگ [۱۱] نیز در مطالعه خود به بررسی اجزای اصلی مدیریت درآمد در هتل پرداخته و شش جزء اصلی آن

را، سیاست‌گذاری، کنترل موجودی اتاق‌ها، سیستم‌های مکانیزه مدیریت درآمد، بهینه‌سازی تصمیمات، تجزیه و تحلیل سهم درآمد قسمت‌های بازار و ارزیابی عملکرد براساس پیشرفت تحقیقات، کمبود و روند معرفی می‌کند. ژانگ [۱۲] به مرور و بررسی روشهای مختلف قیمت‌گذاری هتل از قبیل هزینه محور، بازار محور و یا ترکیبی پرداخته است. کینگ کونگ و ون‌لونگ [۱] به توسعه یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی تک‌هدفه جهت مدیریت درآمد هتل در محیط تصادفی پرداخته‌اند.

اگرچه این تحقیق در راستای مقاله [۱] است لیکن ابعاد جدیدی در نظر گرفته شده است تا با واقعیات تطابق بیشتری داشته باشد. از همین رو، مدل‌های پیشنهادی نیز متفاوت است. وجوه تمایز این تحقیق عبارتند از: (الف) چند هدفه بودن مدل‌های ارائه شده؛ (ب) علاوه بر تصادفی بودن تقاضاها (مشابه با [۱]) میزان ظرفیت هتل نیز بصورت نامطمئن و تحت سناریوهای مختلف در نظر گرفته می‌شود؛ (ج) در نظر گرفتن خروج زود هنگام-دیر هنگام و همچنین رزرو مضاعف؛ (د) امکان متفاوت بودن قیمت‌ها در سناریوهای مختلف و میزان فروش برای هر قیمت نیز در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد. ساختار این مقاله به شرح زیر است. بخش ۲ به بیان فرضیات و قراردادهای مدل‌ها می‌پردازد. در بخش ۳، مدل پایه برنامه‌ریزی تصادفی مدیریت درآمد هتل معرفی می‌گردد. بهینه‌سازی پایدار مدل برنامه‌ریزی تصادفی با دو هدف "پایداری جواب" و "پایداری مدل" در بخش ۴ توسعه می‌یابد. از آنجاییکه برخی از مسافرها مطابق برنامه اولیه خود عمل نموده و زودتر یا دیرتر از زمان پیش‌بینی شده در هتل اقامت می‌نمایند، مباحث خروج زود هنگام-دیر هنگام مطرح می‌شود که متعاقباً رزرو مضاعف را در پی خواهد داشت. از اینرو در بخش ۵، به بررسی این مقوله و بکارگیری آن در مدل پرداخته می‌شود. علاوه بر مباحث فوق، در بسیاری از موارد سناریوهای مختلف تقاضا دارای قیمت‌های مختلف هستند که می‌توانند بصورت "تودرتو" و یا "غیرتودرتو" در نظر گرفته شوند. در بخش ۶ این مقاله مدل چند هدفه برنامه‌ریزی تصادفی با خروج زود هنگام-دیر هنگام و امکان رزرو مضاعف درحالتی که سناریوها دارای قیمت‌های متفاوت و بصورت تودرتو هستند توسعه می‌یابد. در بخش ۷ مثالی نمونه ارائه می‌شود و نهایتاً در بخش ۸ جمع‌بندی و پیشنهاد تحقیقات آتی مطرح می‌گردد.

۲. مدل مدیریت درآمد هتل

قبل از ارائه مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی، در این بخش فرضیات، شناساگرها، پارامترها و متغیرهای مدل معرفی می‌گردد.

۲-۱. فرضیات مدل

بطور کلی فرضیات انجام شده در این تحقیق را می‌توان به دو دسته تقسیم نمود. دسته اول مجموعه فرضیات عمومی هستند که

^۲ Overbooking

^۳ Nested

^۴ Non-Nested

است که تابع مربوطه تابع غیرصعودی نسبت به مسافران ورودی در آن روز است.

■ مسافران ورودی مازاد بر ظرفیت (در سیستم رزرو مضاعف) به هتل‌های دیگر فرستاده می‌شوند و هیچ جریمه‌ای به آن‌ها پرداخت نمی‌شود.

۲-۲. شناساگرهای مدل

با توجه به فرضیات مطرح شده، شناساگرهای مدل عبارتند از:

- I : مجموعه روزهای ورودی در دوره مورد بررسی
 J : مجموعه روزهای خروجی در دوره مورد بررسی
 K : مجموعه روزها در دوره مورد بررسی
 T : طول دوره مورد بررسی
 S : مجموعه سناریوهای مختلف تقاضا
 M : مجموعه سناریوهای مختلف ظرفیت هتل
 i : شناساگر مربوط به روز ورود مسافران در دوره مورد بررسی
 j : شناساگر مربوط به روز خروج مسافران در دوره مورد بررسی
 k : شناساگر مربوط به روز مورد بررسی
 s : شناساگر مربوط به سناریوی تقاضا
 m : شناساگر مربوط به سناریوی ظرفیت

۲-۳. پارامترها

پارامترهای مدل عبارتند از:

- R_{ij} : درآمد ناشی از ورود مسافر در روز i ام و خروج در روز j ام در حالت قیمت یکسان
 R_{ij}^s : درآمد ناشی از ورود مسافر در روز i ام و خروج در روز j ام تحت سناریو s
 C : ظرفیت اصلی هتل
 C^m : ظرفیت هتل تحت سناریوی m ام
 U_{ij} : میزان تقاضا برای ورود در روز i ام و خروج در روز j ام (حالت پایه)
 U_{ij}^s : میزان تقاضا برای ورود در روز i ام و خروج در روز j ام تحت سناریو s ام

۲-۴. متغیرهای تصمیم

- با توجه به این که سناریوها دارای قیمت یکسان و یا متفاوت باشند متغیرهای تصمیم عبارتند از:
- x_{ij} : تعداد مسافران پذیرفته شده جهت ورود در روز i ام و خروج در روز j ام در حالت قیمت یکسان
 x_{ij}^s : تعداد مسافران پذیرفته شده جهت ورود در روز i ام و خروج در روز j ام تحت سناریو در حالت قیمت متفاوت
از اینرو می‌توان گفت تعداد کل مسافرانی که در روز k ام وارد می‌شوند برابر است با

کلیه مدلها را شامل می‌شوند. دسته دوم فرضیاتی هستند که مربوط به برخی از مدل‌های ارائه شده در این تحقیق هستند.

فرضیات دسته اول عبارتند از:

- قبل از زمان صفر هیچ مسافر در هتل حضور نداشته و همچنین کلیه مسافران ورودی باید تا انتهای دوره از هتل خارج گردند به-عبارت دیگر در انتهای دوره نباید هیچ مسافر در هتل وجود داشته باشد.
 ■ در روز (زمان) صفر تنها ورود مسافران امکان‌پذیر است و هیچ مسافر از هتل خارج نمی‌گردد.
 ■ تابع توزیع تقاضا برای ورود و خروج در روزهای دوره برنامه‌ریزی (به‌عنوان مثال تعداد تقاضا برای ورود در روز پنجم و خروج در روز نهم) مشخص با توجه به داده‌های گذشته قابل پیش‌بینی است.
 ■ سناریوهای مختلف تقاضا می‌توانند دارای قیمت‌های یکسان یا متفاوت باشند.

فرضیات دسته دوم مربوط به بخشهای ۴ تا ۶ عبارتند از:

- سناریوهای مختلفی برای تقاضا وجود دارد که در هر روز از دوره هر یک از آن‌ها با احتمال خاصی امکان وقوع دارد. البته لازم به ذکر است که وقوع یک سناریو در یک روز مشخص از دوره به معنی تکرار آن سناریو در روزهای بعد نیست. به عبارت دیگر ممکن است که در روز t سناریو k ام رخ دهد ولی در روز $t+1$ سناریوی s' به وقوع بپیوندد.
 ● با توجه به برنامه‌های ویژه پیش‌بینی نشده که در زمان برنامه‌ریزی مشخص نیست، نظیر تعمیر اضطراری و یا به دلیل اختصاص اجباری برخی از اتاق‌های هتل به ارگان‌های دولتی، تعداد اتاق‌های قابل استفاده برای مسافران کاملاً مشخص نیست. لیکن، سناریوهای مختلفی با احتمالات مشخص را می‌توان منظور نمود. وقوع یک سناریو در یک روز مشخص از دوره به معنی تکرار آن در روزهای دیگر نیست.

از دیگر فرضیات دسته دوم، فرضیات زیر هستند که در قسمت‌های پنجم و ششم مقاله به کار گرفته می‌شوند.

- امکان کوتاه‌تر یا طولانی کردن مدت اقامت حداکثر به مدت دو روز برای مسافرین وجود دارد که به ترتیب خروج زودهنگام و خروج دیرهنگام نامیده می‌شوند. به‌عنوان مثال مسافرهای ورودی در روز پنجم که قصد اقامت تا روز نهم (یعنی خروج در روز نهم) را دارند ممکن است تا روز هفتم یا هشتم حضور داشته باشند (خروج زودهنگام) و یا مدت اقامت خود را طولانی‌تر کرده و تا روز دهم یا یازدهم خارج شوند (خروج دیرهنگام).
 ■ احتمال تغییر در زمان اقامت به مدت یک روز برابر با $0/1$ و به مدت دو روز برابر با $0/05$ فرض می‌شود.
 ■ از آنجاییکه تقاضاها بطور کامل مشخص نیست امکان رزرو مضاعف نیز برای مدیریت هتل وجود دارد که مقدار آن برای روز مشخص وابسته به تقاضای مسافران ورودی در آن روز است. بدیهی

ظرفیت وجود دارد که هر یک از آن‌ها دارای احتمال وقوع مشخص هستند بطوریکه

$$\sum_{s=1}^S P_s = 1 \quad (10)$$

$$\sum_{m=1}^M \pi_m = 1 \quad (11)$$

از اینرو می‌توان گفت مدل برنامه‌ریزی تصادفی مدیریت درآمد هتل دو هدف را در پی دارد که عبارتند از پایداری پاسخ و پایداری مدل. حال با توجه به فرض تساوی قیمت‌ها برای سناریوهای مختلف تقاضا، مدل برنامه‌ریزی تصادفی مدیریت هتل بصورت معادلات (۱۲) تا (۱۷) است.

پارامترهای λ و w_{ij} پارامترهای وزنی غیرمنفی بوده که به ترتیب بیانگر میزان ریسک‌گریزی و جریمه انحراف از تقاضای مشخص

است. همانطور که مشاهده می‌شود تابع هدف اول (۱۲) دارای دو قسمت است. قسمت اول بیانگر سود حاصل از سرویس‌دهی به مسافران و قسمت دوم بیانگر متوسط قدرمطلق انحراف از متوسط درآمد برای سناریوهای مختلف است. بدیهی است که چنانچه اختلاف درآمد حاصله از سناریوهای مختلف زیاد باشد میزان جریمه (مقدار کاهش یافته از متوسط درآمد) افزایش می‌یابد. از اینرو مدل به دنبال کمینه کردن این اختلاف است. ضریب λ نیز به عنوان ضریب ریسک‌گریزی است. هرچه میزان ریسک پذیری مدیریت بیشتر باشد مقدار λ کوچکتر انتخاب می‌شود. به این ترتیب، این تابع هدف به دنبال حداکثر کردن میزان پایداری پاسخ است. تابع هدف دوم (۱۳) نیز دارای دو قسمت است قسمت اول بیانگر میزان انحراف از تقاضای سناریوهای مختلف $s \in S$ بوده و قسمت دوم نیز بیانگر میزان انحراف از ظرفیت این سناریوها $m \in M$ است. از ضریب β نیز جهت یکسان کردن این دو انحراف استفاده می‌شود.

$$\text{Max } Z_1 = \sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s x_{ij} - \lambda \sum_{s=1}^S P_s \left| \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s x_{ij} - \left(\sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s x_{ij} \right) \right| \quad (12)$$

$$\text{Min } Z_2 = \sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T w_{ij} |U_{ij}^s - x_{ij}| + \beta \left(\sum_{m=1}^M \pi_m C^m - \left(\sum_{m=1}^M \pi_m C^m \right) \right) \quad (13)$$

قضیه ۱. برنامه‌ریزی آرمانی

$$\text{Min } Z = |f(x) - g| \quad (18)$$

s.t.

$$X \in F \quad (19)$$

که در آن F مجموعه جواب‌های موجه است را می‌توان به صورت زیرخطی کرد.

$$\text{Min } Z' = f(x) - g + 2\theta \quad (20)$$

S.T.

$$g - f(x) - \theta \leq 0 \quad (21)$$

$$\theta \geq 0 \quad (22)$$

$$X \in F \quad (23)$$

اثبات:

همانطور که در مدل دوم مشاهده می‌شود θ یک ضریب مثبت در تابع هدف است از طرفی تابع هدف بصورت مینیمم‌سازی است

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=k+1}^T x_{ij} \leq C^{\max} \quad \forall k = 1, \dots, T \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^T x_{0j} \leq C^{\max} \quad (15)$$

$$x_{ij} \leq U_{ij}^{\max} \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad (16)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad (17)$$

بنابراین، تابع هدف دوم نیز در پی حداکثر کردن پایداری مدل است. سایر محدودیت‌های ارائه شده در این مدل مشابه مدل قبلی است با این تفاوت که به دلیل وجود سناریوهای مختلف حداکثر مقدار ممکن برای پارامترهای C و U_{ij} به ترتیب مقادیر U_{ij}^{\max} و C^{\max} منظور می‌گردد.

واضح است که مدل ارائه شده فوق مدلی غیرخطی است. جهت خطی کردن این مدل می‌توان از قضیه زیر که توسط یو و لی [۳] ارائه شده است استفاده نمود.

طرف دیگر چنانچه $f(x) - g < 0$ باشد با توجه به محدودیت (۲۱) کمترین مقدار ممکن برای θ برابر است با $g - f(x)$. از اینرو $Z' = f(x) - g + 2 \times (g - f(x)) = Z$ با استفاده از قضیه ۱ برنامه‌ریزی غیرخطی تصادفی (۲۳-۱۸) به مدل خطی تبدیل می‌گردد.

بنابراین حالت مطلوب این است که θ کمترین مقدار مثبت (یعنی مقدار صفر) را بگیرد. از طرف دیگر با توجه به محدودیت (۲۱) $\theta \geq g - f(x)$ است. حال چنانچه $f(x) - g \geq 0$ باشد محدودیت (۲۱) به ازای کلیه مقادیر θ برقرار است بنابراین کمترین مقدار ممکن یعنی مقدار صفر را می‌گیرد. از اینرو در این حالت $Z' = f(x) - g + 2 \times 0 = Z$ خواهد بود. از

$$\text{Max } Z_1 = \sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s x_{ij} - \lambda \sum_{s=1}^S P_s \left[\sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s x_{ij} - \left(\sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s x_{ij} \right) + 2\gamma^s \right] \quad (24)$$

$$\text{Min } Z_2 = \sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T w_{ij} [U_{ij}^s - x_{ij} + 2\delta_{ij}^s] + \beta \left(\sum_{m=1}^M \pi_m \left[C^m - \left(\sum_{m=1}^M \pi_m C^m \right) + 2\xi^m \right] \right) \quad (25)$$

St :

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=k+1}^T x_{ij} \leq C^{\max} \quad \forall k = 1, \dots, T-1 \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^T x_{0j} \leq C^{\max} \quad (27)$$

$$x_{ij} \leq U_{ij}^{\max} \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad (28)$$

$$\sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s x_{ij} - \gamma^s \leq \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s x_{ij} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (29)$$

$$x_{ij} - \delta_{ij}^s \leq U_{ij}^s \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (30)$$

$$\sum_{m=1}^M \pi_m C^m - \xi^m \leq C^m \quad \forall m = 1, \dots, M \quad (31)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad (32)$$

و ممکن است کمتر یا بیشتر از زمان برنامه‌ریزی شده اولیه در هتل حضور داشته باشند. طبیعتاً آزاد سازی این محدودیت منجر به واقعی‌تر شدن مدل برنامه‌ریزی از یک جهت و پیچیده‌تر شدن آن از جهت دیگر می‌گردد. فرض می‌کنیم که هر مسافر حداکثر به میزان دو روز برنامه اقامت خود را تغییر (افزایش یا کاهش) می‌دهد. احتمال تغییر برنامه به مدت یک و دو روز به ترتیب برابر با ۰/۱ و ۰/۰۵ فرض می‌شود. در این حالت به تعریف متغیرهای زیر می‌پردازیم.

Y_{ij} : تعداد واقعی مسافرانی که در روز i ام وارد و در روز j ام از هتل خارج می‌گردند.

E_{iej} : تعداد مسافرانی که طبق برنامه اولیه قصد ورود در روز i و خروج در روز j را داشته‌اند ولی زودتر خارج شده‌اند.

۵. مدل برنامه‌ریزی تصادفی با خروج زود هنگام -

دیر هنگام و رزرو مضاعف

در مدل‌های ارائه شده قبلی فرض شده است که مسافران دقیقاً مطابق برنامه اولیه در هتل حضور دارند و همچنین امکان رزرو مضاعف وجود ندارد در حالیکه در واقعیت اینگونه نیست. از اینرو در این قسمت به بررسی حالت‌هایی پرداخته می‌شود که مسافران امکان کوتاه‌تر کردن و یا طولانی‌تر نمودن مدت اقامت خویش را دارا هستند و همچنین امکان رزرو مضاعف برای مدیریت هتل وجود دارد.

۵-۱. خروج زود هنگام - دیر هنگام

همانطور که در فرضیات نیز مطرح شد در بسیاری از موارد مسافران پذیرفته شده جهت اقامت در هتل دچار تغییر برنامه شده

بیش از ظرفیت آن است تا به این ترتیب بتوان با استفاده از این استراتژی خالی بودن اتاقهای رزرو شده را کاهش داد.

همانطور که در فرضیات مطرح شد میزان رزرو مضاعف برای یک روز مشخص k تابعی غیرصعودی از تعداد مسافران ورودی در آن روز است. به عبارت دیگر چنانچه O_k ظرفیت رزرو مضاعف برای برای روز k ام باشد داریم

$$O_k = h(\bar{I}_k) \quad (36)$$

که در آن \bar{I}_k میزان متوسط ورود مسافران در روز k و h تابعی غیرصعودی از \bar{I}_k است. یکی از توابعی که می‌توان برای h در نظر گرفت بصورت معادله (۳۷) است.

$$h(\bar{I}_k) = \alpha(C - \bar{I}_k) \quad (37)$$

که در آن α ضریبی وزنی است که در ظرفیت خالی قابل پیش‌بینی ضرب می‌شود.

با توجه به مطالب فوق، ظرفیت قابل رزرو برای هتل در یک روز مشخص k بصورت زیر قابل محاسبه است.

$$C + O_k = C + \alpha \left(C - \sum_{s=1}^S \sum_{j=k+1}^T P_s \cdot Y_{kj}^s \right) \quad (38)$$

$$= (1 + \alpha)C - \alpha \sum_{s=1}^S \sum_{j=k+1}^T P_s \cdot Y_{kj}^s$$

بنابراین مدل برنامه‌ریزی تصادفی با خروج زود هنگام-دیر هنگام و رزرو مضاعف در حالت خطی بصورت زیر است.

$$\text{Max } Z_1 = \sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij} - \lambda \sum_{s=1}^S P_s \left[\sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij} - \left(\sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij} \right) + 2\gamma^s \right] \quad (39)$$

$$\text{Min } Z_2 = \sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T w_{ij} [U_{ij}^s - Y_{ij} + 2\delta_{ij}^s] + \beta \left(\sum_{m=1}^M \pi_m \left[C^m - \left(\sum_{m=1}^M \pi_m C^m \right) + 2\xi^m \right] \right) \quad (40)$$

S, T .

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=k+1}^T Y_{ij} \leq (1 + \alpha)C^{\max} - \alpha \sum_{s=1}^S \sum_{j=k+1}^T P_s \cdot Y_{kj}^s \quad \forall k = 1, \dots, T-1 \quad (41)$$

$$\sum_{j=1}^T Y_{0j} \leq (1 + \alpha)C^{\max} - \alpha \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^T P_s \cdot Y_{0j}^s \quad (42)$$

$$x_{ij} \leq U_{ij}^{\max} \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad (43)$$

$$\sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij} - \gamma^s \leq \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij} \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (44)$$

$$Y_{ij} - \delta_{ij}^s \leq U_{ij}^s \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (45)$$

$$\sum_{m=1}^M \pi_m C^m - \xi^m \leq C^m \quad \forall m = 1, \dots, M \quad (46)$$

V_{ijv} : تعداد مسافرانی که طبق برنامه اولیه قصد ورود در روز i و خروج در روز j را داشته‌اند ولی دیرتر خارج شده‌اند.
با توجه به فرضیات انجام شده مقادیر E_{iej} و V_{ijv} بصورت زیر قابل محاسبه هستند.

$$E_{iej} = \begin{cases} \cdot & j = i+1 \\ \cdot / \cdot 1 \times x_{ij} & j = i+2 \quad e = j-1 \\ \cdot / \cdot 1 \times x_{ij} & j \geq i+3 \quad e = j-1 \\ \cdot / \cdot 0.5 \times x_{ij} & j \geq i+3 \quad e = j-2 \end{cases} \quad (33)$$

$$V_{ijv} = \begin{cases} \cdot & j = T \\ \cdot / \cdot 1 \times x_{ij} & j = T-1 \quad v = j+1 \\ \cdot / \cdot 1 \times x_{ij} & j \leq T-2 \quad v = j+1 \\ \cdot / \cdot 0.5 \times x_{ij} & j \leq T-2 \quad v = j+2 \end{cases} \quad (34)$$

بنابراین تعداد واقعی مسافرانی که در روز i وارد و در روز j خارج می‌گردند بصورت زیر قابل محاسبه هستند.

$$Y_{ij} = X_{ij} - \sum_{e=i+1}^{j-1} E_{iej} + \sum_{k=i+1}^{j-1} V_{ikj} \quad (35)$$

۲-۵. رزرو مضاعف

در برخی از موارد مسافر رزرو خود را لغو می‌نماید و یا با وجود رزرو قبلی مراجعه نمی‌نماید که این امر منجر به کاهش سود بالقوه می‌گردد. منظور از رزرو مضاعف این است که تعداد رزروهای هتل

$$Y_{ij} = x_{ij} - \sum_{e=i+1}^{j-1} E_{iej} + \sum_{k=i+1}^{j-1} V_{ikj} \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad (47)$$

$$x_{ij}, Y_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad (48)$$

x_{ij}^s : تعداد مسافرانی که مطابق برنامه اولیه در روز i وارد و در روز j خارج شده و فروش به آن‌ها مطابق قیمت سناریوی s است.
 Y_{ij}^s : تعداد واقعی مسافرانی که در روز i وارد و در روز j خارج شده و فروش به آن‌ها مطابق قیمت سناریوی s است.
 بنابراین کامل‌ترین مدل یعنی برنامه ریزی تصادفی با خروج زود هنگام-بیرهنگام و رزرو مضاعف تحت سناریوهای قیمت متفاوت در حالت خطی بصورت زیر است.

۶. مدل برنامه ریزی تصادفی با خروج زود هنگام-

دیرهنگام و رزرو مضاعف و قیمت‌های متفاوت

در کلیه مدل‌های قبلی فرض شده است که سناریوهای مختلف دارای قیمت فروش یکسان هستند (یعنی $R_{ij}^s = R_{ij}$). در این قسمت به بررسی حالتی پرداخته می‌شود که در آن سناریوها دارای قیمت متفاوت هستند (یعنی $R_{ij}^s \neq R_{ij}^{s'} \quad \forall i, j$)، لذا، هدف تعیین میزان فروش از هر قیمت در حالت "تودرتو" علی‌رغم تصادفی بودن آن‌ها است.

متغیرهای مدل به شرح زیر تعریف می‌گردند.

$$Max Z_1 = \sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij}^s - \lambda \sum_{s=1}^S P_s \left[\sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij}^s - \left(\sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij}^s \right) + 2\gamma^s \right] \quad (49)$$

$$Min Z_2 = \sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T w_{ij} [U_{ij}^s - Y_{ij}^s + 2\delta_{ij}^s] + \beta \left(\sum_{m=1}^M \pi_m \left[C^m - \left(\sum_{m=1}^M \pi_m C^m \right) + 2\xi^m \right] \right) \quad (50)$$

S.T.

$$\sum_{s=1}^S \sum_{i=0}^k \sum_{j=k+1}^T Y_{ij}^s \leq (1 + \alpha) C^{\max} - \alpha \sum_{s=1}^S \sum_{j=k+1}^T P_s . Y_{kj}^s \quad \forall k = 1, \dots, T-1 \quad (51)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^T Y_{0j}^s \leq (1 + \alpha) C^{\max} - \alpha \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^T P_s . Y_{0j}^s \quad (52)$$

$$x_{ij}^s \leq U_{ij}^s \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (53)$$

$$\sum_{s=1}^S P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij}^s - \gamma^s \leq \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T R_{ij}^s Y_{ij}^s \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (54)$$

$$Y_{ij}^s - \delta_{ij}^s \leq U_{ij}^s \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (55)$$

$$\sum_{m=1}^M \pi_m C^m - \xi^m \leq C^m \quad \forall m = 1, \dots, M \quad (56)$$

$$\sum_{s=1}^S Y_{ij}^s = \sum_{s=1}^S x_{ij}^s - \sum_{e=i+1}^{j-1} E_{iej} + \sum_{k=i+1}^{j-1} V_{ikj} \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad (57)$$

$$x_{ij}^s, Y_{ij}^s \geq 0 \quad \forall i = 0, \dots, T-1 \quad \forall j = 1, \dots, T \quad (58)$$

مختلف در هر روز است و به دنبال نحوه پذیرش مسافران به گونه‌ای است که درآمد حاصل از ارائه خدمت به مسافران را حداکثر نماید. سناریوهای مختلف تقاضا برای هتل در یک دوره ۱۰ روزه بصورت زیر است.

۷. بکارگیری مدل در یک مثال

جهت بکارگیری مدل فوق به بررسی یک مثال می‌پردازیم. فرض کنید یک هتل دارای ۴ سناریوی مختلف تقاضا با قیمت‌های

سناریو شماره ۱										سناریو شماره ۳									
۲۶	۴۶	۱۱۷	۱۵۶	۱۳۰	۲۶	۲۳	۱۳	۱۰	۱۰	۱۲	۱۸	۷۲	۹۶	۷۲	۷	۱۰	۴	۵	۴
.	۲۶	۳۳	۱۵۶	۱۸۲	۲۶	۱۳	۱۳	۱۰	۷	.	۱۰	۱۴	۸۴	۱۲۰	۱۱	۶	۶	۴	۴
.	.	۲۲	۳۹	۱۵۶	۱۳	۱۰	۲۶	۱۳	۱۳	.	.	۱۰	۱۴	۹۶	۱۰	۶	۱۴	۵	۵
.	.	.	۶۵	۱۸۲	۲۰	۲۹	۳۳	۱۶	۱۴	.	.	.	۳۰	۷۲	۸	۱۰	۱۸	۶	۶
.	.	.	.	۳۴	۱۶	۳۳	۱۳	۱۳	۱۰	۲۶	۱۰	۸	۷	۷	۱۰
.	۱۰	۲۰	۲۰	۱۰	۱۰	۷	۱۰	۱۲	۱۰	۶
.	۱۶	۲۶	۲۶	۱۳	۷	۱۴	۱۸	۴	۴
.	۲۰	۴۶	۵۲	۱۰	۲۴	۳۰	۳۰
.	۲۳	۳۶	۱۲	۲۲
.	۵۲	۲۴

سناریو شماره ۲										سناریو شماره ۴									
۱۹	۳۸	۹۴	۱۲۵	۱۰۰	۱۹	۱۹	۱۰	۶	۵	۶	۱۷	۴۶	۶۹	۴۶	۶	۶	۲	۲	۲
.	۱۸	۲۰	۱۲۵	۱۵۰	۱۹	۱۳	۱۳	۶	۶	.	۶	۱۴	۵۸	۶۹	۶	۳	۳	۲	۲
.	.	۱۶	۳۱	۱۲۵	۱۳	۱۰	۲۰	۱۰	۱۰	.	.	۶	۱۴	۵۸	۶	۶	۶	۲	۲
.	.	.	۵۰	۱۵۰	۱۹	۲۵	۲۵	۱۳	۱۳	.	.	.	۲۳	۴۶	۶	۶	۶	۳	۳
.	.	.	.	۳۱	۱۳	۲۵	۱۰	۱۰	۱۰	۲۳	۶	۶	۲	۳	۳
.	۱۰	۱۵	۱۵	۱۰	۸	۵	۶	۶	۲	۱
.	۱۳	۱۹	۱۹	۱۰	۵	۶	۶	۰
.	۱۰	۳۸	۴۴	۵	۶	۶
.	۱۵	۲۵	۶	۱۷
.	۳۱	۱۷

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱
۱	.	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
۲	.	.	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸
۳	.	.	.	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷
۴	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶
۵	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
۶	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴
۷	۰/۱	۰/۲	۰/۳
۸	۰/۱	۰/۲
۹	۰/۱

مسافر حداکثر برای دو روز امکان پذیر است و هر مسافر ممکن است تا دو روز زودتر یا دیرتر از هتل خارج گردد که احتمالات مربوط به این تغییر برابر با ۰/۱ برای یک روز و ۰/۰۵ برای دو روز فرض می شود. از اینرو داریم

$$E_{iej} = \begin{cases} 0 & j=i+1 \\ 0/1 \times \sum_{s=1}^S x_{ij}^s & j=i+2 \quad e=j-1 \\ 0/1 \times \sum_{s=1}^S x_{ij}^s & j \geq i+3 \quad e=j-1 \\ 0/05 \times \sum_{s=1}^S x_{ij}^s & j \geq i+3 \quad e=j-2 \end{cases} \quad (59)$$

احتمال رخداد سناریوهای فوق به ترتیب ۰/۲، ۰/۴، ۰/۲۵ و ۰/۱۵ و قیمت هر شب اقامت برای هر سناریو به ترتیب ۰/۶، ۰/۷۵، ۰/۸۵ و ۱ فرض می شود. علاوه بر این، بنا به قراردادهای قبلی موظف است در صورت تقاضای برخی از ارگان‌های دولتی قسمتی از هتل را در صورت اعلام نیاز ارگان مربوطه در اختیار آنها قرار دهد از این رو پیش‌بینی می‌شود که ظرفیت هتل در هر روز با احتمال ۰/۲، ۰/۵ و ۰/۳ به ترتیب ۳۰۰، ۲۷۰ و ۲۲۰ است. از طرفی پذیرش بیش از ظرفیت مسافر (در صورت مراجعه) و یا کمتر از ظرفیت مسافر این هتل را متحمل هزینه‌هایی می‌نماید که بصورت W_{ij} نشان داده شده است. علاوه بر این فرض می‌شود که امکان لغو رزرو و تغییر در برنامه

مقادیر مربوط به λ, β, α نیز به ترتیب $1, 0.1$ و 1 فرض می‌شود. با توجه به داده‌های فوق جواب‌های پارتو با ترکیب وزنی مختلف توابع هدف بصورت زیر بدست آمده است.

$$V_{ijv} = \begin{cases} 0 & j = T \\ 0.1 \times \sum_{s=1}^S x_{ij}^s & j = T-1 \quad v = j+1 \\ 0.1 \times \sum_{s=1}^S x_{ij}^s & j \leq T-2 \quad v = j+1 \\ 0.05 \times \sum_{s=1}^S x_{ij}^s & j \leq T-2 \quad v = j+2 \end{cases} \quad (6.0)$$

مقدار وزنی تابع هدف	مقدار تابع هدف ۲	مقدار تابع هدف ۱	وزن تابع هدف ۲	وزن تابع هدف ۱
۵۶۵/۴۵۵۷	۵۶۵/۴۵۵۷	۶۰۴/۶۰۷۲	۰	۱
۵۶۹/۳۷۰۹	۵۶۵/۴۵۵۷	۶۰۴/۶۰۷۲	۰/۱	۰/۹
۵۷۳/۲۸۶	۵۶۵/۴۵۵۷	۶۰۴/۶۰۷۲	۰/۲	۰/۸
۶۹۰/۸۲۳۱	۶۴۳/۸۱۵۷	۸۰۰/۵۰۷۲	۰/۳	۰/۷
۷۸۹/۹۵۶۷	۷۰۵/۱۴۸	۹۱۷/۱۶۹۷	۰/۴	۰/۶
۸۵۷/۸۲۱۹	۷۴۵/۲۰۸۶	۹۷۰/۴۳۵۲	۰/۵	۰/۵
۸۹۳/۱۷۸۸	۷۵۹/۳۸۲۶	۹۸۲/۳۷۶۳	۰/۶	۰/۴
۹۱۸/۰۴۸۳	۷۶۳/۶۰۱۱	۹۸۴/۲۴	۰/۷	۰/۳
۹۴۲/۴۶۴۲	۷۶۸/۱۶۱۱	۹۸۶/۰۴	۰/۸	۰/۲
۹۶۴/۲۵۲۱	۷۶۸/۱۶۱۱	۹۸۶/۰۴	۰/۹	۰/۱
۹۸۶/۰۴	۷۶۸/۱۶۱۱	۹۸۶/۰۴	۱	۰

گشت. به همین منظور، در این مقاله نیز به توسعه چند مدل چندهدفه برنامه‌ریزی تصادفی جهت مدیریت درآمد هتل پرداخته شده است. در این مدلها، ضمن حداکثر کردن درآمد، حداکثر کردن پایداری پاسخ و پایداری مدل نیز منظور گردیده است. مدل‌های ارائه شده در این مقاله به ترتیب به بررسی مدیریت درآمد در محیط تصادفی، مدیریت درآمد در محیط تصادفی با خروج زودهنگام-دیرهنگام و امکان رزرو مضاعف در حالت یکسان بودن قیمت سناریوهای مختلف و نهایتاً مدیریت درآمد در محیط تصادفی با خروج زودهنگام-دیرهنگام و امکان رزرو مضاعف در حالت متفاوت بودن قیمت سناریوهای مختلف پرداخته است.

از جمله مواردی که می‌توان در تحقیقات آتی منظور نمود، در نظر گرفتن خسارت مسافرنی است که با وجود رزرو قبلی به دلیل اجرای رزرو مضاعف امکان پذیرششان وجود ندارد. در مدل‌های این مقاله چنین خسارتی منظور نشده است. در صورتی که در واقعیت باید به مسافران مازاد بر ظرفیت جریمه‌ای پرداخت گردد که این خود منجر به کاهش درآمد هتل می‌گردد (علاوه بر زیان‌های غیر مادی که به همراه دارد).

در این تحقیق، میزان ظرفیت رزرو مضاعف تابعی خطی از ظرفیت خالی قابل پیش‌بینی در نظر گرفته شده است. در عمل ممکن است که این تابع خطی نباشد. از این رو، بررسی جهت تعیین تابعی دقیق‌تر برای ظرفیت رزرو مضاعف نیز می‌تواند به عنوان پیشنهادی جهت تحقیقات آتی مطرح گردد. علاوه بر موارد فوق، بررسی میزان پیچیدگی مدل و ارائه رویکردی برای حل آن برای مسائل با اندازه

همانطور که مشاهده می‌شود شکل توابع (در این مثال) به گونه‌ای است که جواب‌های بدست آمده در ترکیب وزنی $(0, 1)$ تا $(0, 1/8)$ و همچنین $(0, 3/7)$ تا $(0, 1)$ ثابت باقی می‌ماند که این پاسخ‌ها برای حالت اول عبارتند است از:

$$\begin{aligned} x_{f_4}^1 &= 156 & x_{10}^1 &= 182 & x_{f_6}^1 &= 13 & x_{r_7}^1 &= 29 \\ x_{f_8}^1 &= 13 & x_{09}^1 &= 10 & x_{f_{10}}^1 &= 13 & x_{f_4}^2 &= 125 \\ x_{10}^2 &= 150 & x_{f_6}^2 &= 13 & x_{r_7}^2 &= 25 & x_{f_8}^2 &= 10 \\ x_{09}^2 &= 10 & x_{f_{10}}^2 &= 10 & x_{f_4}^3 &= 96 & x_{10}^3 &= 120 \\ x_{f_6}^3 &= 10 & x_{r_7}^3 &= 10 & x_{f_8}^3 &= 7 & x_{09}^3 &= 10 \\ x_{f_{10}}^3 &= 4 & x_{f_4}^4 &= 69 & x_{10}^4 &= 69 & x_{f_6}^4 &= 6 \\ x_{r_7}^4 &= 6 & x_{f_8}^4 &= 2 & x_{09}^4 &= 2 \end{aligned}$$

همانطور که مشاهده می‌شود جهت حداکثر کردن درآمد حاصل با فرض امکان لغو رزرو و تغییر در برنامه در برخی از روزها مسافران پذیرفته شده جهت رزرو اولیه بیش از ظرفیت هتل است. البته باید توجه داشت با توجه به محدودیت‌های اول و دوم مقادیر Y_{ij} به گونه‌ای خواهد بود که مسافران واقعی موجود در هتل از ظرفیت هتل بیشتر نباشد.

۸. جمع‌بندی و پیشنهاد تحقیقات آتی

همانطور که گفته شد گسترش روزافزون مباحث مدیریت درآمد در صنعت هواپیمایی و شباهت زیاد صنعت هتل‌داری به آن، منجر به استفاده از مفاهیم مدیریت درآمد در صنعت هتل‌داری نیز

بزرگ، در صورت *NP-Hard* بودن، نیز می‌تواند به‌عنوان زمینه‌ای جهت تحقیقات آتی مطرح گردد.

منابع

- [1] Kin-Keung Lai, Wan-Lung Ng, "A Stochastic Approach to Hotel Revenue Optimization", Computers & Operations Research 32, 2005, pp. 1059–1072.
- [2] Mulvey, J.M., Vanderbei, R.J., Zenios, S.A., Robust Optimization of Large Scale Systems. Operations Research 1995; 43(2): 264–81.
- [3] Yu, C.S., Li, H.L., A Robust Optimization Model for Stochastic Logistic Problems. International Journal of Production Economics 2000; 64: 385–97.
- [4] McGill, J., Van Ryzin, G., Revenue Management: Research Overview and Prospects. Transportation Sciences 1999; 33(2): 233–56.
- [5] Belobaba PP. Application of a Probabilistic Decision Model to Airline set Inventory Control. Operations Research 1989; 37(2): 183–97.
- [6] Chatwin, R.E., Multiperiod Airline Overbooking With a Single Fare Class. Operations Research 1998; 46(6): 805–19.
- [7] Weatherford, L.R., Length of Stay Heuristics: Do They Really Make a Difference? Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly 1995; 36(6): 70–9.
- [8] Birtan, G.R., Modschin, S.V., An Application of Yield Management to the Hotel Industry Considering Multiple Day Stays. Operations Research 1995; 43(3): 427–43.
- [9] Baker, T.K., New Approaches to Yield Management: Comprehensive Overbooking/Allocation Heuristics for the Hotel Industry. Unpublished Doctoral dissertation, Fisher College of Business, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1994.
- [10] E. Steed., Z. Gu, "An Examination of Hotel Room Pricing Methods: Practiced and Proposed," Journal of Revenue and Pricing Management, Vol. 3, No.4, Jan. 2005, pp. 369-379.
- [11] Huang, Y.H., "The Latest Study and Analysis of Hotel Revenue Management," Tourism Tribune, 2005 (5).
- [12] Zhang, Y., "The Theoretical Research Summary of Hotel Room Pricing Method," Tourism Tribune, 2007 (3).