

# Multi-service healthcare network design with patients' choice to exchange between services

Maryam Radman, Kouros Eshghi

M.Radman: M.Sc student of Department of Industrial Engineering, Sharif University of Technology

K.Eshghi: Professor of Department of Industrial Engineering, Sharif University of Technology

## keywords

Location

Multi-service health center

Queueing theory

Utility

## ABSTRACT

Efficient location of medical services is an essential decision in healthcare strategic planning. In this research, we have developed a mathematical model for the location of multi-service health centers assuming probabilistic demand and service time. Since patients may be referred to another service after receiving a service by doctors' order, health system is considered as Jackson queue network. patients' utility to choose health centers is measured by the travel time between demand areas and health centers. The goal of the proposed mixed integer programming model is to maximize patients' accessibility to medical services and to minimize the waiting time in the system more than the standard time. In order to solve the large problems, a heuristic is developed. According to the results, the heuristic has an acceptable performance to solve the proposed model. Using this model, we can predict patients' choice pattern and their arrival rates at medical services and so we can provide suitable services in well-located health centers with appropriate number of servers

## طراحی شبکه درمانی چندخدمتی با فرض رفتار انتخابی بیماران و جابه‌جایی بین خدمات

مریم رادمان، کورش عشقی

### چکیده

یکی از مهم‌ترین برنامه‌های استراتژیک نظام سلامت هر کشور، طراحی مناسب سیستم درمانی است. در این پژوهش مسئله توسعه و احداث مراکز درمانی چندخدمتی با وجود تقاضا و مدت زمان خدمت‌رسانی احتمالی بررسی می‌شود. به این منظور خدمات ارائه شده توسط مراکز به دو دسته خدمات عادی و اورژانسی تقسیم‌بندی شده و فرض استفاده از چند نوع خدمت در هر بار مراجعه بیماران با تشکیل شبکه صف در مراکز درمانی لحاظ شده‌است. همچنین ترجیح بیماران برای مراجعه به مراکز درمانی با توجه به زمان سفر بیماران به این مراکز که بیانگر میزان دسترسی آنان است، اندازه‌گیری شده‌است. هدف مدل عدد صحیح مختلط ارائه‌شده، کمینه‌سازی زمان‌های سفر بیماران بین مناطق تقاضا و مراکز درمانی برای خدمات اورژانسی، زمان‌های سفر بین مراکز درمانی برای هر دو دسته خدمات و مجموع نرخ‌های مراجعه‌ی بیش از استاندارد تعیین‌شده برای خدمات است. برای حل ابعاد متوسط و بزرگ مدل، یک الگوریتم ابتکاری طراحی شده‌است. بر پایه نتایج به‌دست‌آمده، الگوریتم ابتکاری دارای عملکرد قابل‌قبولی برای حل مدل ارائه‌شده است. با استفاده از نتایج مدل پیشنهادی می‌توان الگو و نرخ‌های مراجعه بیماران به خدمات درمانی را پیش‌بینی و در مکان‌یابی مناسب خدمات درمانی با تعداد مناسب خدمت‌دهنده به کار برد.

### کلمات کلیدی

مکان‌یابی  
مرکز درمانی چندخدمتی  
شبکه صف  
مطلوبیت مشتری

مریم رادمان، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، [maryam.radman@ymail.com](mailto:maryam.radman@ymail.com)

کورش عشقی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، [eshghi@sharif.edu](mailto:eshghi@sharif.edu)

مدل‌های مکان‌یابی مراکز درمانی را می‌توان به سه دسته مدل‌های دسترس‌پذیر<sup>۱</sup>، سازگارپذیر<sup>۲</sup> و موجودپذیر<sup>۳</sup> تقسیم‌بندی کرد. به صورت خلاصه، مدل‌های دسترس‌پذیر، در پی حداکثرسازی توانایی بیماران در رسیدن به مراکز درمانی در زمان و مکان مناسب هستند. مدل‌های سازگارپذیر، شرایط متعدد آینده را در نظر گرفته و با ایجاد سناریوهای مختلف سعی در پیدا کردن راه‌حل‌های توافقی دارند. به همین خاطر نگاه آن‌ها بلند مدت است. مدل‌های موجودپذیر بیشتر در زمینه مکان‌یابی محل‌های استقرار آمبولانس‌ها به کار می‌روند و بر روی احتمال مشغول بودن خدمت‌دهنده‌ها در هنگام بروز تقاضا تمرکز دارند [۱].

پیش از تصمیم برای ایجاد مراکز درمانی باید فاکتورهای موثر در تصمیم‌های مکان‌یابی به طور کامل مورد بررسی قرار گیرند. در یک تحقیق در سال ۲۰۱۴ فاکتورهای میزان تقاضا، وضعیت مراکز درمانی موجود، نوع حوادث، میزان مرگ‌ومیر، منطقه جغرافیایی، زیرساخت‌های حمل‌ونقل، سطح درآمد، محدودیت بودجه و نیازهای فرهنگی به عنوان مهم‌ترین عوامل بیان شده‌اند [۲].

مهم‌ترین اهداف استفاده‌شده در مکان‌یابی مراکز درمانی شامل (۱) حداکثرسازی پوشش بیماران (۲) کمینه‌سازی هزینه‌های سیستم شامل هزینه‌های ثابت و متغیر (۳) کمینه‌سازی مجموع موزون فواصل طی‌شده (۴) کمینه‌سازی مجموع زمان‌ها شامل زمان‌های سفر، زمان‌های انتظار در صف و زمان خدمت‌گیری هستند. همچنین کاربرد مسائل چند هدفه که ترکیبی از اهداف بیان‌شده در بالا را به کار می‌برند را نیز می‌توان در تحقیق‌های پیشین مشاهده کرد.

از جمله مهم‌ترین محدودیت‌های استفاده‌شده در مکان‌یابی مراکز درمانی نیز می‌توان به (۱) محدودیت هزینه‌های سیستم (۲) تعداد مراکز درمانی احداثی (۳) محدودیت حداقل تقاضای بحرانی برای ایجاد یک مرکز (۴) محدودیت ظرفیت خدمت‌رسانی هر مرکز (۵) محدودیت فاصله بحرانی خدمت‌رسانی (۶) محدودیت کنترل ازدحام صف تشکیل‌شده در مراکز اشاره کرد.

سه دسته عدم قطعیت در مسائل مربوط به مکان‌یابی مراکز درمانی در پژوهش‌های مرور شده وجود دارد که عبارتند از: (۱) عدم قطعیت در تقاضا به علت عواملی مانند تولد، مرگ‌ومیر، مهاجرت و شرایط فصلی (۲) عدم قطعیت در زمان سفر به علت وجود ترافیک و عدم قطعیت در زمان خدمت‌رسانی به علت متفاوت بودن شرایط بیماران مختلف (۳) عدم قطعیت در ظرفیت خدمت‌رسانی. استفاده از مدل‌های چند دوره‌ای، تئوری صف، برنامه‌ریزی تصادفی برای لحاظ این عدم قطعیت‌ها رایج هستند [۳].

از جمله مسائل مهم مطرح در هر کشور، طراحی مناسب زیرساخت‌های درمانی آن کشور است که تاثیر حیاتی بر سلامتی و رفاه جامعه و هزینه‌های درمانی آن دارد. در هر شهر، مراکز درمانی متنوعی به منظور برآوردن نیازهای درمانی افراد جامعه احداث می‌شود. در این میان پلی‌کلینیک‌ها مراکز درمانی هستند که مجموعه‌ای از خدمات درمانی مرتبط مانند خدمات تخصصی پزشکی، بعضی عمل‌های جراحی سرپایی، خدمات اورژانسی، خدمات پاراکلینیکی مانند انواع آزمایش‌ها، تزریق‌ها و عکس‌برداری‌ها، خدمات پیش‌گیرانه و داروخانه‌ها را به صورت متمرکز ارائه می‌دهند.

امروزه اغلب بیماری‌ها دارای ماهیت چندگانه هستند، به این معنا که به منظور بهبود کامل بیماران، لازم است که آن‌ها هم‌زمان تحت نظر چندین متخصص قرار گیرند. مثلاً فردی که برای بیماری دیابت خود به یک متخصص مراجعه می‌کند، ممکن است که پس از آن برای دادن آزمایش به آزمایشگاه ارجاع داده شود، سپس به منظور بررسی وضعیت تغذیه به یک متخصص تغذیه مراجعه کند و در ادامه نیز نیاز به بررسی وضعیت بینایی خود توسط یک پزشک چشم داشته‌باشد. بر این اساس، پلی‌کلینیک‌ها با ارائه خدمات درمانی مختلف به صورت متمرکز در یک مجموعه از جایه‌جایی‌های غیر ضروری بیماران به مناطق مختلف شهر جلوگیری کرده و امکان ارائه کار تیمی پزشکان را فراهم کرده‌اند.

با توجه به توضیحات بیان‌شده، در این پژوهش در پی ارائه یک مدل ریاضی مناسب برای مکان‌یابی مراکز درمانی چندخدمتی مانند پلی‌کلینیک‌ها، مشخص کردن انواع خدمات ارائه‌شده در آن‌ها و در نهایت تعداد تجهیز درمانی یا خدمت‌دهنده‌ی مربوط به هر خدمت هستیم. با توجه به ادبیات موجود در این حوزه، این پژوهش را می‌توان اولین مدل احتمالی مکان‌یابی مراکز درمانی چند خدمتی با در نظر گرفتن جایه‌جایی بیماران بین خدمات و تشکیل شبکه صف در سیستم درمانی دانست. همچنین برای اولین بار مجموعه خدمات درمانی در دو دسته عادی و اورژانسی تقسیم‌بندی شده و رفتار انتخابی متفاوتی برای مراجعه بیماران برای هر دسته در نظر گرفته شده‌است.

ساختار مقاله به این صورت است که در بخش بعدی مرور مختصری بر تحقیق‌های پیشین انجام‌شده در این موضوع داریم. در بخش ۳ مدل پیشنهادی را ارائه می‌کنیم. در بخش ۴ به بیان روش‌های حل ارائه‌شده برای مدل پیشنهادی می‌پردازیم و در بخش ۵ عملکرد این روش‌ها را مقایسه می‌کنیم. در بخش آخر به بیان نتایج به‌دست‌آمده از پژوهش و پیشنهاد‌های آتی مربوط به آن می‌پردازیم.

<sup>1</sup> Accessibility models

<sup>2</sup> Adaptability models

<sup>3</sup> Availability models

۱. اگر  $N_1(t)$  و  $N_2(t)$  فرآیندهای پواسون مستقل با پارامترهای به ترتیب  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  باشند، در این صورت فرآیند  $N(t) = N_1(t) + N_2(t)$  نیز فرآیند پواسون با پارامتر  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$  خواهد بود.
۲. اگر در سیستمی ورود متقاضیان با توجه به فرآیند پواسون  $N(t)$  با پارامتر  $\lambda$  صورت پذیرد و متقاضیان از دو نوع ۱ و ۲ با احتمال  $p$  و  $1-p$  باشند، در این صورت ورود متقاضیان نوع ۱ و ۲ طبق فرآیند پواسون و مستقل از یکدیگر به ترتیب با نرخهای  $\lambda p$  و  $\lambda(1-p)$  است.

### ۳- تعریف مسئله و مدل سازی

فرض کنید  $G = (N, E)$  گرافی متشکل از گره‌های  $(N)$  و مجموعه‌ای از یال‌های ارتباطی  $(E)$  است. گره‌ها بیانگر مراکز جمعیتی و یال‌ها، مسیرهای اصلی حمل و نقل هستند. تعداد جمعیت ساکن در منطقه  $i$  که متقاضی خدمت نوع  $k$  هستند را  $h_{ik}$  نمایش می‌دهیم. فرض می‌کنیم که تعداد بیماران منطقه  $i$  متقاضی خدمت نوع  $k$ ، دارای توزیع پواسون با نرخ  $\lambda_{ik}$  در واحد زمان است. در نتیجه تعداد متقاضیان خدمت نوع  $k$  در منطقه  $i$  دارای توزیع پواسون با نرخ  $h_{ik}\lambda_{ik}$  در واحد زمان هستند. زمان سفر از منطقه  $i$  به منطقه  $j$  از کوتاه‌ترین مسیر را با  $t_{ij}$  نمایش می‌دهیم. زمان خدمت هر کدام از خدمت‌دهنده‌ها یا زمان مورد نیاز برای استفاده از تجهیزات نوع  $k$  دارای توزیع نمایی با آهنگ خدمت‌دهی  $\mu_k$  نفر در واحد زمان است. هر فرد برای دریافت خدمت مشخصی به هر مرکز درمانی مراجعه می‌کند، ولی ممکن است با احتمالی مشخص، به خدمت دیگری نیز ارجاع داده و یا از سیستم خارج شود. بنابراین در هر مرکز درمانی روابطی بین خدمات از لحاظ تعداد مراجعین برقرار است. همچنین فرض می‌کنیم که خدمات درمانی به سه دسته عادی و اورژانسی تقسیم می‌شوند. خدمات اورژانسی نیاز به مراجعه سریع به مراکز درمانی دارند مانند مسمومیت، گزیدگی و سایر پیشامدهای ناگوار. سایر خدمات درمانی مانند پزشک عمومی، دندان پزشکی و داروخانه در دسته خدمات عادی قرار دارند [۳]. سایر مفروضات به کار رفته در مدل پیشنهادی به شرح زیر هستند:

۱. فرض می‌کنیم که برای خدمات اورژانسی، بیماران به نزدیک‌ترین ایستگاه درمانی مراجعه می‌کنند. همچنین بیماران برای خدمات عادی دارای حق انتخاب برای مراجعه به مراکز درمانی هستند که در ادامه این رفتار بیماران را با تابع مطلوبیت لاجیت مدل سازی می‌کنیم.
۲. تنها فاکتور تاثیرگذار در رفتار انتخابی بیماران در تابع مطلوبیت لاجیت را زمان سفر بین مناطق تقاضا و مراکز درمانی در نظر می‌گیریم. این فرض در ادبیات مسئله مانند مقاله [۱۴] نیز به کار رفته است.

مراکز درمانی معمولاً با تشکیل صف همراه هستند. به منظور کنترل ازدحام این مراکز معمولاً از یکی از سه فاکتور (۱) متوسط تعداد افراد منتظر در صف برای خدمت‌گیری (۲) متوسط مدت زمان انتظار هر شخص (۳) احتمال خدمت‌دهی به هر فرد در یک زمان استاندارد، استفاده می‌شود [۴]، [۵]. این فاکتورها در رویکردهای محدودیت‌محور، بخشی از محدودیت‌ها و در رویکردهای هدف‌محور، بخشی از تابع هدف را تشکیل می‌دهند. از جمله کاربردهای دسته اول می‌توان به مقاله‌های [۶]، [۷] و دسته دوم به مقاله [۸] اشاره کرد.

در اکثر مقاله‌های موجود در ادبیات مسئله، بحث تخصیص بیماران به مراکز درمانی وجود دارد که به آن‌ها مدل "انتخاب سیستم" می‌گویند. در مقابل مدل انتخاب سیستم، مدل "انتخاب مشتری" را داریم که به دو دسته مدل "انتخاب احتمالی" و مدل "انتخاب بهینه" تقسیم می‌شود. در این مدل‌ها، مطلوبیت بیماران برای انتخاب مراکز درمانی توسط یک توزیع احتمالی بر پایه جذابیت مراکز محاسبه می‌شود. بر این اساس در مدل انتخاب بهینه، متقاضیان به مرکزی که دارای حداکثر مطلوبیت برای آن‌ها است، مراجعه می‌کنند. به عنوان مثال می‌توان به مقاله‌ای در سال ۲۰۰۸ اشاره کرد که در آن هر متقاضی به نزدیک‌ترین تسهیل احداث شده در اطرافش مراجعه می‌کند [۹]. در مدل انتخاب احتمالی، بیماران در هر بار مراجعه، به صورت احتمالی و با توجه به مقدار محاسبه‌شده برای هر مرکز به آن مراجعه می‌کنند [۵]، [۱۰]. اولین مقاله در زمینه انتخاب احتمالی مشتریان برای مراجعه به مراکز خرید در سال ۱۹۶۳ مطرح شده است [۱۱]. با توجه به مطالب بیان‌شده می‌توان گفت که ترجیح متقاضیان منطقه  $i$  برای دریافت خدمت از منطقه  $j$  را می‌توان به صورت  $p_{ij} = \frac{U_{ij}}{\sum_{k \in X} U_{ik}}$  بیان کرد که در آن  $U_{ij}$  مطلوبیت کسب‌شده توسط متقاضیان منطقه  $i$  برای خدمت‌گیری از مرکز منطقه  $j$  است. و  $X$  هم نشان‌دهنده مجموعه آلترناتیوهای ساخت مراکز است. تابع مطلوبیت فوق را می‌توان به صورت‌های متفاوتی مدل سازی کرد. یکی از مشهورترین مدل‌ها برای نمایش تابع مطلوبیت در سال ۱۹۷۴ تحت عنوان تابع لاجیت چند جمله‌ای ارائه شده است. اگر  $y_{ijl}$  را  $l$  امین عامل تعیین کننده جذابیت مرکز  $j$  برای منطقه تقاضای  $i$  بنامیم، در این صورت مدل لاجیت چند جمله‌ای به صورت  $U_{ij} = e^{\sum_{l \in L} \beta_l y_{ijl}}$  است. که در آن مجموعه  $L$  شامل تمام عوامل تعیین کننده مطلوبیت مراکز است و  $\beta_l$  پارامتری است که به صورت تجربی می‌تواند تخمین زده شود و میزان تاثیر عامل متناظرش را بر روی مطلوبیت نشان می‌دهد [۱۲]. برای مشاهده کاربردهای این مدل می‌توانید به مقاله‌های [۱۳]، [۱۴] مراجعه کنید.

قبل از شرح مسئله و مدل پیشنهادی، دو ویژگی فرآیند پواسون را که در ادامه از آن استفاده خواهیم کرد را بیان می‌کنیم:

<sup>4</sup> Multinomial logit (MNL)

1: در صورت مراجعه بیماران منطقه $l$ به خدمت اورژانسی $k$ در منطقه $j$ * در غیر این صورت	$x_{ikj}$
1: در صورت مراجعه بیماران ایستگاه درمانی منطقه $l$ به ایستگاه درمانی منطقه $j$ برای خدمت $k$ * در غیر این صورت	$q_{lkj}$
1: در صورت استقرار حداقل $w$ خدمت‌دهنده برای خدمت $k$ ایستگاه درمانی منطقه $j$ * در غیر این صورت	$s_{kj}^w$

با توجه به توضیحات بیان شده می‌توان سیستم درمانی فوق را مانند یک شبکه صف مدل‌سازی کرد. در این نوع شبکه چند نوع خدمت عرضه می‌شود. هر بیمار برای دریافت خدمت مشخصی به این شبکه مراجعه می‌کند، ولی ممکن است که پس از هر بار دریافت خدمت با احتمال معینی به یک خدمت دیگر ارجاع داده‌شود و یا این‌که از شبکه خارج شود. در واقع این شبکه مجموعه‌ای از چند سیستم فرعی است که هر کدام با داشتن چند خدمت‌دهنده، خدمت مشخصی را ارائه می‌کنند. مجموعه خدمت‌دهندگان که یک نوع خدمت را عرضه می‌کنند، یک ایستگاه خدمت نامیده می‌شوند.

در هر ایستگاه خدمت یک یا چند خدمت‌دهنده به صورت موازی کار می‌کنند. در این شبکه اگرچه هر ایستگاه خدمت از نظر ارائه خدمت، مستقل از سایر ایستگاه‌ها است ولی با توجه به این‌که مراجعین آن‌ها ممکن است که خروجی‌های سایر ایستگاه‌های خدمت باشند، لذا نمی‌توان هر ایستگاه خدمت را یک سیستم صف مستقل و جدا از سایر ایستگاه‌ها تلقی کرد [۱۶]. شبکه صف تشکیل شده در این حالت را می‌توان از نوع شبکه صف جاکسون<sup>۵</sup> در نظر گرفت. شبکه‌های صف جاکسون دارای چهار فرض اصلی هستند که در مورد شبکه صف این مدل نیز صدق می‌کند:

۱. این فرض بیان می‌کند که باید ورود افراد از خارج سیستم به هر ایستگاه خدمت طبق فرآیند پواسون انجام پذیرد. با توجه به ویژگی‌های فرآیند پواسون که بیان شد، می‌توان نشان داد که مراجعین خدمت  $k$  منطقه  $j$  دارای توزیع پواسون با نرخ  $\gamma_{kj}$  هستند که طبق روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\gamma_{kj} = \sum_{i \in N} h_{ik} \lambda_{ik} x_{ikj} \quad \forall k \in K_e, j \in N \quad (1)$$

$$\gamma_{kj} = \sum_{i \in N} h_{ik} \lambda_{ik} p_{ikj} \quad \forall k \in K_n, j \in N \quad (2)$$

روابط (۱) و (۲)، نرخ مراجعه مربوط به خدمات اورژانسی و عادی از مناطق تقاضا را محاسبه می‌کند. در ابتدای بخش ۳ نشان دادیم که متقاضیان خدمت نوع  $k$  در منطقه  $l$  دارای فرآیند پواسون هستند. با توجه به ویژگی ۱ فرآیند پواسون،

۳. ممکن است که بیماری پس از دریافت یک خدمت، به خدمت دیگری ارجاع داده‌شود. در این صورت فرض می‌کنیم که وی به نزدیک‌ترین ایستگاه درمانی اطرافش مراجعه می‌کند.

قیل از بیان روابط مربوط به مدل‌سازی، در جدول زیر تعریف نمادهای به‌کار رفته در مقاله را داریم:

جدول ۱- معرفی نمادهای استفاده‌شده در مدل

نماد	توضیح
<b>مجموعه‌های مدل</b>	
$N$	مجموعه کل مناطق تقاضا و درمانی
$K$	مجموعه کل خدمات ارائه شده
$K_n$	مجموعه خدمات عادی
$K_e$	مجموعه خدمات اورژانسی
<b>اندیس‌های مدل</b>	
$i$	اندیس مناطق تقاضا
$j, l, l'$	اندیس مناطق مربوط به مراکز درمانی
$k, k'$	اندیس خدمات درمانی
$w$	اندیس تعداد خدمت‌دهنده
<b>پارامترهای مدل</b>	
$t_{ij}$	زمان سفر از منطقه $i$ به منطقه $j$
$t'_{ij}$	زمان سفر از مرکز درمانی منطقه $l$ به مرکز درمانی منطقه $j$
$h_{ik}$	تقاضای منطقه $i$ برای خدمت نوع $k$
$\lambda_{ik}$	نرخ تقاضای هر فرد منطقه $i$ برای خدمت نوع $k$
$M_k$	حداکثر تعداد خدمت‌دهنده‌های مجاز برای استقرار برای خدمت $k$ در یک ایستگاه درمانی
$Z_k$	تعداد خدمت‌دهنده‌های در دسترس برای استقرار در ایستگاه‌های درمانی خدمت نوع $k$
$\mu_k$	نرخ خدمت‌دهی برای خدمت نوع $k$
$R_k$	حداقل نرخ مراجعه برای ایجاد خدمت نوع $k$
$w_{max,k}$	استاندارد زمانی متوسط زمان انتظار در سیستم خدمت $k$
$\bar{\lambda}_{ij}^k$	حداکثر نرخ ورود بیماران به ایستگاه خدمت $k$ با $w$ خدمت‌دهنده به‌طوری‌که متوسط زمان انتظار در ایستگاه برابر $w_{max,k}$ شود.
$p_{T_{kk'}}$	احتمال ارجاع بیمار از خدمت $k$ به $k'$
$\pi_i$	ضریب اهمیت بخش $i$ ام تابع هدف
<b>متغیرهای کمکی مدل</b>	
$p_{ikj}$	مطلوبیت بیماران منطقه $i$ برای دریافت خدمت عادی نوع $k$ از ایستگاه درمانی منطقه $j$
$U_{ik}$	مطلوبیت افراد منطقه $i$ برای دریافت خدمت $k$ از مراکز درمانی
$\Lambda_{kj}$	نرخ ورود به ایستگاه خدمت $k$ در منطقه $j$
$w_{kj}$	متوسط مدت زمان انتظار در ایستگاه خدمت $k$ در منطقه $j$
<b>متغیرهای تصمیم‌گیری مدل</b>	

<sup>5</sup> Jackson network

اگر در مدل فوق بازخورد وجود نداشته باشد، به این معنی که بیمار پس از خروج از یک ایستگاه خدمت به صورت مستقیم یا غیر مستقیم به آن ایستگاه بازنگردد، ورودی هر ایستگاه دارای توزیع پواسون است و هر ایستگاه خدمت را می توان مانند یک مدل  $M/M/c$  فرض کرد، در صورت وجود بازخورد، ورودی هر ایستگاه لزوما دارای توزیع پواسون نیست ولی برای محاسبه متوسط زمان های انتظار در صف یا سیستم و یا متوسط تعداد افراد منتظر در صف یا سیستم می توان از روابط مربوط به مدل های  $M/M/c$  استفاده کرد [۱۶].

به منظور تضمین کیفیت خدمت رسانی در هر مرکز درمانی، برای متوسط زمان انتظار در سیستم هر ایستگاه درمانی، مقدار استاندارد را تعیین می کنیم و از رابطه زیر که توسط کلینراک<sup>۶</sup> در سال ۱۹۷۵ ارائه شده است، برای محاسبه متوسط زمان انتظار در سیستم  $M/M/c'$  استفاده می کنیم [۱۴]. در این رابطه اگر  $\bar{w}$  برابر  $w_{max,k}$  قرار دهیم، حداکثر نرخ ورود به ایستگاه خدمت در صورتی که  $c'$  خدمت دهنده در آن مستقر باشد، به دست می آید.

$$\bar{w} = \frac{C(c', \mu)}{c'} \frac{1}{\mu(1-\rho)} + \frac{1}{\mu} \quad u = \frac{\lambda}{\mu}, \rho = \frac{\lambda}{c'\mu}$$

$$C(c', u) = \frac{1-K(u)}{1-\rho K(u)}, \quad K(u) = \frac{\sum_{l=0}^{c'-1} \frac{u^l}{l!}}{\sum_{l=0}^{\infty} \frac{u^l}{l!}} \quad (5)$$

$$W_{kj} \leq W_{max,k} \quad \forall k \in K, j \in N \quad (6)$$

به منظور برقراری رابطه (۶)، کافی است که نرخ ورود به ایستگاه خدمت  $k$  در منطقه  $j$  ( $\Lambda_{kj}$ ) از حداکثر نرخ ورود با وجود  $c'$  خدمت دهنده ( $\bar{\lambda}_{c'}^k$ ) که توسط رابطه (۵) تعیین می شود، کمتر باشد یعنی  $\Lambda_{kj} \leq \bar{\lambda}_{c'}^k$ . با توجه به این که در این مدل تعداد خدمت دهنده ها متغیر تصمیم گیری است، این رابطه را برای مراکز درمانی دولتی به شکل زیر می نویسیم:

$$\Lambda_{kj} \leq \sum_{w=1}^{M_k} (\bar{\lambda}_w^k - \bar{\lambda}_{w-1}^k) S_{kj}^w \quad \forall k \in K, j \in N \quad (7)$$

با توجه به رابطه بالا تعداد خدمت دهنده های مناسب برای برآوردن استاندارد زمانی توقف در سیستم ایستگاه خدمت  $k$  تعیین می شود.

لازم به ذکر است که ممکن است با تعداد خدمت دهنده یا تجهیز در دسترس برای یک نوع خدمت، نتوانیم استاندارد زمانی توقف در سیستم را برای یک نوع خدمت برآورده سازیم. به همین خاطر در این مدل، محدودیت (۷) را از حالت محدودیت سخت به محدودیت نرم تبدیل می کنیم و سعی می کنیم که انحراف های نامطلوب در تابع هدف را کمینه کنیم. بنابراین روابط زیر را داریم:

$$\sum_{w=1}^{M_k} (\bar{\lambda}_w^k - \bar{\lambda}_{w-1}^k) S_{kj}^w - \Lambda_{kj} = dev_{kj}^+ - dev_{kj}^- \quad \forall k \in K, j \in N \quad (8)$$

برای مدل سازی رفتار انتخابی بیماران نیز از رفتار انتخاب احتمالی و تابع مطلوبیت لاجیت استفاده شده است که به شرح زیر است:

$$p_{ikj} = \frac{U_{ikj}}{U_{ik}}, \quad U_{ikj} = e^{-t_{ij} S_{kj}^1} \quad \forall i, j \in N, k \in K_n \quad (9)$$

<sup>6</sup> Kleinrock L (1975) Queueing system I: theory. Wiley, New York

اجتماع افراد مناطق مختلف که به یک ایستگاه خدمت مراجعه می کنند نیز، تشکیل فرآیند پواسون را می دهد. بنابراین مراجعین رابطه (۱) تشکیل فرآیند پواسون را می دهند. همچنین با توجه به این که متقاضیان خدمت نوع  $k$  در منطقه  $i$  دارای فرآیند پواسون هستند، با توجه به ویژگی ۲ فرآیند پواسون،  $p_{ikj}$  درصد از آن ها هم که به منطقه  $j$  مراجعه می کنند نیز دارای فرآیند پواسون هستند، از طرفی با توجه به خاصیت ۱ این فرآیند، اجتماع این دسته از متقاضیان از مناطق مختلف نیز تشکیل فرآیند پواسون را می دهد. بنابراین مراجعین رابطه (۲) نیز، تشکیل فرآیند پواسون را می دهند.

۲. این فرض بیان می کند که مدت زمان خدمت در هر ایستگاه

باید متغیر تصادفی نمایی و مستقل از سایر ایستگاه ها باشد. در مدل پیشنهادی نیز مدت زمان خدمت در ایستگاه  $k$  متغیر تصادفی نمایی با پارامتر  $\mu_k$  و مستقل از مدت زمان خدمت در سایر ایستگاه ها است.

۳. این فرض بیان می کند که باید ظرفیت صف در همه

ایستگاه ها نامتناهی باشد. ما نیز در مدل پیشنهادی فرض می کنیم که ظرفیت صف در تمام ایستگاه های خدمت، نامتناهی است.

۴. طبق این فرض هر متقاضی بعد از خروج از هر ایستگاه

خدمت با احتمال های مشخصی به سایر ایستگاه های خدمت یا بیرون از سیستم ارجاع داده می شود. در مدل پیشنهادی نیز، بیماری که از ایستگاه خدمت  $k$  خارج می شود، با احتمال  $pr_{k'}$  برای دریافت خدمت به ایستگاه  $k'$  ارجاع داده می شود. احتمال این که بیمار پس از دریافت خدمت از ایستگاه  $k$  از شبکه خارج شود را با  $pr_k$  نمایش می دهیم. طبق فرضیات مدل، این افراد به نزدیک ترین مرکز درمانی که این خدمت را ارائه می دهد، مراجعه می کنند. متغیر  $q_{lkj}$  را از نوع صفر و یک تعریف می کنیم که در صورتی مقدار ۱ را دریافت می کنند که بیماران مرکز درمانی منطقه  $l$  برای دریافت خدمت  $k$  به مرکز درمانی منطقه  $j$  مراجعه کنند. در نتیجه نرخ مراجعه به ایستگاه  $k$  منطقه  $j$  از سایر ایستگاه های شبکه درمانی به شکل زیر است:

$$\sum_{l \in N} \sum_{k' \in K} \Lambda_{k'l} pr_{k'k} q_{lkj} \quad \forall k \in K, j \in N \quad (3)$$

در رابطه بالا مقدار  $\Lambda_{k'l}$  برابر نرخ مراجعه به ایستگاه درمانی منطقه  $l$  برای خدمت  $k'$  است که در قسمت زیر نحوه محاسبه آن را بیان می کنیم.

با توجه به توضیحات بالا در کل آهنگ ورود به ایستگاه  $k$  مرکز درمانی

منطقه  $j$  را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\Lambda_{kj} = \gamma_{kj} + \sum_{l \in N} \sum_{k' \in K} \Lambda_{k'l} pr_{k'k} q_{lkj} \quad \forall k \in K, j \in N \quad (4)$$

نرخ مراجعه به خدمات درمانی از حداقل تعیین شده برای آن به منظور ارایه آن خدمت است. رابطه (۱۵) بیان می کند که در صورتی بیماران مناطق تقاضا می توانند به منطقه  $j$  برای خدمت اورژانسی  $k$  مراجعه نمایند که آن خدمت در آن مرکز درمانی ارایه شود. رابطه (۱۶) تضمین می کند که بیماران برای خدمات اورژانسی به نزدیک ترین مرکز درمانی که آن خدمت را ارایه می دهد، مراجعه کنند. رابطه (۱۷) تضمین می کند که بیماران برای خدمات اورژانسی به یک و فقط یک مرکز درمانی مراجعه نمایند. رابطه (۱۸) بیان می کند که بیماران پس از خروج از یک مرکز درمانی برای خدمت بعدی به نزدیک ترین مرکز درمانی که آن خدمت را ارایه می دهد، مراجعه کنند. رابطه (۱۹) بیان می کند که مراجعه فوق به یک و فقط یک مرکز درمانی صورت گیرد. رابطه (۲۰) بیان می کند که مراجعه فوق در صورتی که آن خدمت در آن مرکز درمانی ارایه می شود، صورت پذیرد. رابطه (۲۱) مربوط به محاسبه مطلوبیت بیماران برای خدمات عادی است که قبلاً توضیح داده شد. روابط (۲۲) تا (۲۴) نیز مربوط به محاسبه نرخ ورود بیماران به خدمات مراکز درمانی هستند که نحوه محاسبه آن ها را پیش تر مشاهده کردید. رابطه (۲۵) مربوط به محاسبه انحراف های نرخ ورود بیماران به خدمات درمانی از استانداردهای تعیین شده برای آن ها است که نحوه محاسبه آن را نیز پیش تر مشاهده کردید. رابطه (۲۶) تضمین می کنند که در صورتی، خدمت دهنده های سطوح بالاتر ایجاد شوند که خدمت دهنده های سطوح پایین تر، ایجاد شده باشند. رابطه (۲۷) نیز بیان می کنند که حاصل ضرب انحراف های مثبت و منفی باید صفر شوند تا این دو متغیر به صورت هم زمان مقدار نگیرند.

#### ۴- بررسی روش های حل

مدل ارایه شده، یک مدل غیر خطی عدد صحیح مختلط است. می توان به راحتی نشان داد که مدل فوق همواره موجه است. وجود عبارت  $\Lambda_{k'l} q_{lkj}$  در بخش دوم و سوم تابع هدف و محدودیت (۲۲)، وجود عبارت  $p_{ikj} s_{kl}^1$  در محدودیت (۲۱) و حاصل ضرب دو انحراف مثبت و منفی در محدودیت (۲۷) سبب غیرخطی شدن مدل فوق، شده است. به منظور خطی سازی حاصل ضرب های  $\Lambda_{k'l} q_{lkj}$  و  $p_{ikj} s_{kl}^1$  از یک روش خطی سازی که در مقاله [۱۴] به کار گرفته شده است، استفاده می کنیم. در صورتی که کل مدل ارایه شده، خطی سازی شود، می توان محدودیت (۲۷) را نیز حذف کرد. همان طور که در مدل مشاهده می کنید، ستون های دو متغیر  $dev_{kj}^+$  و  $dev_{kj}^-$  قرینه هم هستند، در نتیجه این دو متغیر وابسته خطی هستند و نمی توانند به صورت هم زمان در پایه قرار داشته باشند. به همین خاطر همواره حداقل یکی از آن ها متغیر غیرپایه ای و دارای مقدار ۰ است. در نتیجه حاصل ضرب این دو متغیر همواره برابر ۰ است و نیازی به محدودیت (۲۷) نداریم.

حاصل ضرب دو متغیر صفر و یک  $q_{lkj}$  و متغیر پیوسته غیرمنفی  $\Lambda_{k'l}$  را برابر متغیر پیوسته غیر منفی  $c_{k'lkj}$  در نظر می گیریم و

$$U_{ik} = \sum_{l \in N} U_{ikl} = \sum_{l \in N} e^{-t_{il}} s_{kl}^1 \quad \forall i \in N, k \in K_n \quad (10)$$

$U_{ikj}$  ترجیح بیماران منطقه  $i$  را برای مراجعه به ایستگاه درمانی منطقه  $j$  برای خدمت  $k$  را نشان می دهد. مخرج رابطه نیز مجموع ترجیحات بیماران منطقه  $i$  را برای مراجعه به ایستگاه های درمانی تمام مناطق برای خدمت نوع  $k$  را نشان می دهد. برای محاسبه ترجیح بیماران نیز از فاکتور زمان سفر از منطقه  $i$  به منطقه  $j$  که بیانگر دسترسی بیماران است، استفاده شده است.

با توجه به توضیحات بیان شده، مدل ارایه شده به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} \min Z = & \pi_1 \sum_{i,j \in N, k \in K_e} h_{ik} \lambda_{ik} x_{ikj} t_{ij} \\ & + \pi_2 \sum_{l,j \in N, k \in K_n, k' \in K} \Lambda_{k'l} pr_{k'k} q_{lkj} t'_{lj} \\ & + \pi_3 \sum_{l,j \in N, k \in K_e, k' \in K} \Lambda_{k'l} pr_{k'k} q_{lkj} t'_{lj} + \pi_4 \sum_{j \in N, k \in K} w_{max,k} dev_{kj}^- \end{aligned} \quad (11)$$

s. t

$$\sum_{j \in N} \sum_w s_{kj}^w \leq Z_k \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$\sum_w s_{kj}^w \leq M_k \quad \forall k \in K, j \in N \quad (13)$$

$$\Lambda_{kj} \geq R_k s_{kj}^1 \quad \forall k \in K, j \in N \quad (14)$$

$$x_{ikj} \leq s_{kj}^1 \quad \forall k \in K_e, i, j \in N \quad (15)$$

$$t_{ij} x_{ikj} \leq t_{il} + M(1 - s_{kl}^1) \quad \forall i, j, l \in N, k \in K_e \quad (16)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ikj} = 1 \quad \forall i \in N, k \in K_n, k_p \quad (17)$$

$$t'_{lj} q_{lkj} \leq t'_{ll'} + M(1 - s_{kl}^1) \quad \forall k \in K, l, l' \in N \quad (18)$$

$$\sum_{j \in N} q_{lkj} = 1 \quad \forall k \in K, l \in N, \quad (19)$$

$$q_{lkj} \leq s_{kj}^1 \quad \forall k \in K, l, j \in N \quad (20)$$

$$p_{ikj} = \frac{U_{ikj}}{U_{ik}} = \frac{e^{-t_{ij}} s_{kj}^1}{\sum_{l \in N} e^{-t_{il}} s_{kl}^1} \quad \forall i, j \in N, k \in K_n \quad (21)$$

$$\Lambda_{kj} = \gamma_{kj} + \sum_{l \in N} \sum_{k' \in K} \Lambda_{k'l} pr_{k'k} q_{lkj} \quad \forall k \in K, j \in N \quad (22)$$

$$\gamma_{kj} = \sum_{i \in N} h_{ik} \lambda_{ik} p_{ikj} \quad \forall k \in K_n, j \in N \quad (23)$$

$$\gamma_{kj} = \sum_{i \in N} h_{ik} \lambda_{ik} x_{ikj} \quad \forall k \in K_e, j \in N \quad (24)$$

$$\sum_{w=1}^{M_k} (\bar{\lambda}_w^k - \bar{\lambda}_{w-1}^k) s_{kj}^w - \Lambda_{kj} = dev_{kj}^+ - dev_{kj}^- \quad \forall k \in K, j \in N \quad (25)$$

$$s_{kj}^{M_k} \leq \dots \leq s_{kj}^2 \leq s_{kj}^1 \quad \forall k \in K, j \in N \quad (26)$$

$$dev_{kj}^+ * dev_{kj}^- = 0 \quad \forall k \in K, j \in N \quad (27)$$

$$x_{ikj}, q_{lkj}, s_{kj}^w \in \{0,1\} \quad (28)$$

$$p_{ikj}, U_{ik}, \Lambda_{kj}, dev_{kj}^+, dev_{kj}^- \geq 0 \quad (29)$$

تابع هدف مدل پیشنهادی در پی کمینه کردن مجموع زمان های سفر توسط بیماران بین مناطق تقاضا و مراکز درمانی برای خدمات اورژانسی، زمان های سفر بین مراکز درمانی برای هر دو دسته خدمات و نرخ های مراجعه بیش از استاندارد تعیین شده (انحراف های نامطلوب) برای خدمات درمانی است. رابطه (۱۲) محدودیت ظرفیت مربوط به تعداد خدمت دهنده ها برای هر نوع خدمت را بیان می کند. رابطه (۱۳) محدودیت استقرار تعداد خدمت دهنده ها از یک نوع خدمت در یک مرکز درمانی را نشان می دهد. محدودیت (۱۴) مربوط به بیشتر بودن

محدودیت‌های زیر را به مدل اضافه می‌کنیم:

$$c_{k'lkj} \leq \Lambda_{k'l} \quad \forall_{k,k' \in K, l, j \in N} \quad (30)$$

$$c_{k'lkj} \leq M_1 q_{lkj} \quad \forall_{k,k' \in K, l, j \in N} \quad (31)$$

$$c_{k'lkj} \geq \Lambda_{k'l} - M_2(1 - q_{lkj}) \quad \forall_{k,k' \in K, l, j \in N} \quad (32)$$

$$c_{k'lkj} \geq 0 \quad \forall_{k,k' \in K, l, j \in N} \quad (33)$$

با توجه به محدودیت‌های بالا در صورتی که مقدار متغیر  $q_{lkj}$  برابر ۰ باشد، آن‌گاه با توجه به محدودیت‌های (۳۱) و (۳۳) مقدار متغیر  $c_{k'lkj}$  هم برابر ۰ می‌شود. اگر مقدار متغیر  $q_{lkj}$  برابر ۱ باشد، آن‌گاه با توجه به محدودیت‌های (۳۰) و (۳۲) مقدار متغیر  $c_{k'lkj}$  برابر  $\Lambda_{k'l}$  می‌شود. به همین ترتیب جهت خطی‌سازی محدودیت (۲۱)، ابتدا آن را از حالت کسری خارج می‌کنیم:

$$p_{ikj} = \frac{e^{-t_{ij} s_{kj}^1}}{\sum_{l \in N} e^{-t_{il} s_{kl}^1}} \Rightarrow e^{-t_{ij} s_{kj}^1} = \sum_{l \in N} e^{-t_{il} s_{kl}^1} p_{ikj} \quad \forall_{k \in K, n, i, j \in N} \quad (34)$$

مشابه حالت قبل حاصل ضرب دو متغیر صفر و یک  $s_{kl}^1$  و پیوسته غیر منفی  $p_{ikj}$  را برابر  $d_{ikjl}$  قرار می‌دهیم و محدودیت‌های زیر را به مدل اضافه می‌کنیم:

$$d_{ikjl} \leq p_{ikj} \quad \forall_{k \in K, i, l, j \in N} \quad (35)$$

$$d_{ikjl} \leq M_3 s_{kl}^1 \quad \forall_{k \in K, i, l, j \in N} \quad (36)$$

$$d_{ikjl} \geq p_{ikj} - M_4(1 - s_{kl}^1) \quad \forall_{k \in K, i, l, j \in N} \quad (37)$$

$$d_{ikjl} \geq 0 \quad \forall_{k \in K, i, l, j \in N} \quad (38)$$

با جایگزینی عبارت‌های  $c_{k'lkj}$  و  $d_{ikjl}$  در مدل پیشنهادی، حذف محدودیت (۲۷) و اضافه کردن محدودیت‌های (۳۰) الی (۳۳) و (۳۵) الی (۳۸) به مدل، یک مدل خطی خواهیم داشت.

به منظور حل مدل پیشنهادی از نرم‌افزار بهینه‌سازی Cplex استفاده می‌کنیم. همچنین برای محاسبه جواب در زمانی معقول برای ابعاد متوسط و بزرگ مسئله، یک الگوریتم ابتکاری طراحی شده است. الگوریتم ابتکاری ارائه شده بر پایه تجزیه مدل به سه زیربخش (۱) مکان‌یابی خدمات درمانی (۲) محاسبه نرخ‌های ورود به خدمات درمانی (۳) تخصیص خدمت‌دهنده‌ها به خدمات درمانی، طراحی شده‌اند. طراحی الگوریتم ارائه شده با الهام از مقاله [۱۴] انجام شده است.

#### ۴-۱- زیربخش مکان‌یابی خدمات درمانی

	خدمت ۱	خدمت ۲	خدمت k	
منطقه ۱			...	
منطقه ۲			...	
	⋮	⋮	⋮	⋮
منطقه n			...	

شکل ۱- ساختار جواب (کروموزوم) استفاده شده در الگوریتم‌های ابتکاری

در این زیربخش با استفاده از الگوریتم ژنتیک، جدول بالا را تکمیل و

مشخص می‌کنیم که خدمات درمانی در چه مکان‌هایی ارائه شوند

#### الگوریتم فراابتکاری ژنتیک

**قدم ۱ (تولید نسل اولیه):** به صورت تصادفی به تعداد جمعیت در نظر گرفته شده، کروموزوم موجه تولید می‌کنیم. در هر کروموزوم موجه باید علاوه بر رعایت محدودیت تعداد خدمت‌دهنده‌ها، برای هر خدمت عادی و اورژانسی حداقل یک مکان ارائه‌دهنده آن موجود باشد.

**قدم ۲ (محاسبه تابع برازش):** با اعمال زیربخش‌های محاسبه نرخ‌های ورود به خدمات درمانی و تخصیص خدمت‌دهنده‌ها (در ادامه توضیح داده می‌شود)، تابع هدف مربوط به کروموزوم‌های تولیدی را محاسبه و به عنوان تابع برازش به کار می‌بریم. لازم به ذکر است که اگر کروموزوم حاصل از لحاظ برآوردن حداقل نرخ ورودی لازم جهت ایجاد خدمات، موجه نباشد، با حذف تمام ایستگاه‌هایی که نرخ ورود بیماران برای آن‌ها ناموجه است، کروموزوم حاصل را موجه می‌کنیم.

#### قدم ۳ (تولید نسل جدید):

**۳-۱ (انتخاب والدین):** به صورت احتمالی و با استفاده از روش چرخ رولت<sup>۷</sup> انجام می‌شود.

**۳-۲ (عملگر تقاطع):** عملگر تقاطع تک‌نقطه‌ای<sup>۸</sup> برای تمام ستون‌های کروموزوم اعمال می‌شود.

**۳-۳ (عملگر جهش):** برای هر ستون جدول، یک مکان به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم. در صورتی که مقدار آن برابر ۰ باشد به یک تبدیل می‌کنیم و در صورتی که مقدار آن ۱ است، آن را تبدیل به ۰ می‌کنیم.

**قدم ۴ (جایگزینی نسل):** در بین والدین و فرزندان ایجاد شده برای نسل بعد، بهترین‌ها را انتخاب می‌کنیم.

**قدم ۵ (ضابطه توقف):** ضابطه توقف الگوریتم را رسیدن به همگرایی قوی در نظر گرفته‌ایم.<sup>۹</sup>

لازم به ذکر است که تنظیم پارامترهای الگوریتم‌ها با استفاده از طراحی آزمایش‌ها و روش تاگوچی<sup>۱۰</sup> در نرم‌افزار مینی‌تیب<sup>۱۱</sup> انجام شده است و بر اساس آن تعداد کروموزوم‌ها برابر ۱۰۰، نرخ تقاطع برابر ۰,۷ و نرخ جهش برابر ۰,۴ تنظیم شده است.

#### ۴-۲- زیربخش محاسبه نرخ‌های ورود به خدمات درمانی

**قدم ۱:** در زیر بخش مکان‌یابی خدمات مشخص کرده‌ایم که در چه مناطقی چه خدماتی ارائه شوند، حالا با توجه به مکان خدمات درمانی، تخصیص بیماران به مراکز درمانی را با توجه به رفتار انتخابی آن‌ها که در ابتدای بخش ۳ توضیح داده شد، انجام می‌دهیم و نرخ‌های مراجعه بیماران به صورت مستقیم از مناطق تقاضا به مراکز درمانی را محاسبه می‌کنیم.

<sup>7</sup> Roulette wheel selection method

<sup>8</sup> One-point crossover operator

<sup>9</sup> Strong convergence

<sup>10</sup> Taguchi method

<sup>11</sup> Minitab

## ۵- تجزیه و تحلیل نتایج

در این قسمت ۱۰ مثال نمونه که دارای ۱ تا ۱۰ منطقه تقاضا و ۴ خدمت، شامل سه خدمت عادی و یک خدمت اورژانسی هستند، را به صورت تصادفی تولید کرده‌ایم و عملکرد نرم‌افزار Cplex و الگوریتم ابتکاری را با اندازه‌گیری مقدار تابع هدف و زمان اجرا، مورد سنجش قرار داده‌ایم. همچنین در مورد هر کدام از مثال‌ها با تغییر تعداد خدمت‌دهنده‌های در دسترس، در مجموع ۷۵ حالت را بررسی کرده‌ایم. داده‌های استفاده‌شده در تمام مسئله‌ها به صورت تصادفی و تجربی در بازه‌های مشخص تولید شده‌اند. زمان‌های سفر بین مناطق مسکونی و مراکز درمانی در بازه [۰,۲۵-۱,۲۵] ساعت، زمان‌های سفر بین مراکز درمانی در بازه [۰,۲-۱] ساعت و نرخ تقاضا برای چهار نوع خدمت به ترتیب در بازه‌های [۰,۱۵-۲۵]، [۰,۲۰-۱۰]، [۰,۱۰-۵] و [۰,۳-۱۰] تولید شده‌اند. نرخ خدمت‌دهی چهار خدمت به ترتیب برابر ۶، ۵، ۵ و ۴ و استاندارد متوسط زمان انتظار در سیستم به ترتیب برابر ۰,۲۵، ۰,۳۰، ۰,۳۵ و ۰,۳۵ دقیقه در نظر گرفته شده‌است. حداقل تعداد مراجعان لازم برای احداث هر ایستگاه خدمت به ترتیب برابر ۴، ۳، ۳ و ۱ نفر در واحد زمان در نظر گرفته شده‌است.

الگوریتم ابتکاری ارائه‌شده توسط زبان برنامه‌نویسی C# کدنویسی شده‌است و کلیه اجراها توسط یک لب‌تاب با CPU برابر ۲,۲۷ GHz و RAM برابر ۳ GB انجام شده‌اند و نمودارهای مربوط به مهم‌ترین نتایج به‌دست‌آمده ترسیم شده‌اند.

**بررسی نمودار ۱:** برای کلیه حالات در نظر گرفته‌شده برای هر مثال، میانگین تابع هدف تولیدی را برای نرم‌افزار Cplex و الگوریتم ابتکاری اندازه‌گیری کرده‌ایم. در ۴ مثال اول که به ترتیب دارای ۱ تا ۴ منطقه تقاضا است، Cplex در حداکثر زمان ۱۰۰۰ ثانیه رسیدن به جواب بهینه را تضمین می‌کند ولی از آن‌جا به بعد، به علت عدم رسیدن به جواب بهینه در حداکثر زمان ۱۰۰۰ ثانیه، محدودیت زمانی بر روی زمان اجرای نرم‌افزار قرار داده‌ایم و بهترین جواب عدد صحیح حاصل در این محدوده زمانی را ثبت نموده‌ایم. این محدودیت زمانی برای مثال با ۵ منطقه تقاضا برابر ۱۰۰۰ ثانیه، ۶ منطقه تقاضا برابر ۳۰ دقیقه، ۷ و ۸ منطقه تقاضا برابر ۱ ساعت و ۹ و ۱۰ منطقه تقاضا برابر ۲ ساعت است. محور افقی نمودار، نمایش‌دهنده‌ی ۱۰ مثال و محور عمودی، میانگین انحراف تابع هدف نرم‌افزار و الگوریتم ابتکاری را برای حالت‌های مختلف هر مثال نشان می‌دهد.

در ۵ مثال اول و در تمامی حالات، Cplex جواب بهتری نسبت به الگوریتم ابتکاری تولید کرده‌است. البته همانطور که در نمودار مشاهده می‌کنید، انحراف جواب‌های تولیدی الگوریتم ابتکاری از جواب‌های تولیدی نرم‌افزار زیاد نیست و حداکثر برابر ۰,۷۳٪ است. برای ۶ و ۷ منطقه تقاضا، نرم‌افزار و الگوریتم تقریباً دارای عملکرد مشابهی هستند ولی با افزایش تعداد مناطق تقاضا به ۸، ۹ و ۱۰ منطقه، الگوریتم ابتکاری در تمامی حالات، جواب‌های بهتری نسبت به Cplex در

قدم ۲: در قدم ۱ تنها نرخ مراجعه‌هایی که به صورت مستقیم از مناطق تقاضا به خدمات درمانی انجام شده‌است را محاسبه کرده‌ایم ( $\gamma_{kj}$ ). به منظور محاسبه نرخ‌های واقعی ورود بیماران به خدمات درمانی ( $\Lambda_{kj}$ ) که شامل جابه‌جایی بیماران بین خدمات هم می‌شود، یک دستگاه معادلات متشکل از دسته متغیرهای  $\Lambda_{kj}$  تشکیل می‌دهیم. تعداد متغیرها و معادله‌های این دستگاه برابر ( $\times$  تعداد کل خدمات تعداد مناطق درمانی) است. این دستگاه معادلات در محدودیت (۲۲) قابل مشاهده است.

قدم ۳: در این قدم دستگاه معادلات را با روش حذفی گوس<sup>۱۲</sup> حل می‌کنیم و مقادیر  $\Lambda_{kj}$  را محاسبه می‌کنیم.

قدم ۴: در این گام موجه بودن جواب به‌دست‌آمده را بررسی می‌کنیم. برای این کار باید نرخ ورود به خدمات درمانی که تازه احداث کرده‌ایم ( $\Lambda_{kj}$ )، از حداقل تعیین‌شده برای آن ( $R_k$ ) بزرگتر یا مساوی باشد. لازم به ذکر است که اگر جواب حاصل موجه نباشد، تمام ایستگاه‌های خدمت که نرخ ورود به آن‌ها ناموجه است را حذف می‌کنیم و مجدداً به قدم ۱ بازمی‌گردیم. (لازم به ذکر است که در بدترین حالت ممکن، حداکثر یک ایستگاه برای ارایه هر خدمت باقی می‌ماند و تمام بیماران برای دریافت این خدمت، مجبور به مراجعه به این ایستگاه هستند. بدیهی است که نرخ تقاضای تمام بیماران برای یک خدمت از حداقل لازم برای ایجاد آن خدمت، بیشتر است.)

## ۴-۳- زیربخش تخصیص خدمت‌دهنده‌ها به خدمات درمانی

برای تخصیص خدمت‌دهنده‌ها از رویکرد حریصانه استفاده می‌کنیم. **قدم ۱:** برای هر خدمت درمانی (مقدار  $\bar{\lambda}_w^k - \Lambda_{kj}$ ) را محاسبه می‌کنیم. اگر این مقادیر مثبت شوند به این معنا است که نرخ ورود بیماران کمتر از استاندارد تعیین‌شده به آن است و پس تعداد خدمت‌دهنده‌هایی که برای این خدمت در این مرکز درمانی مستقر شده‌اند به اندازه کافی است. در غیر این صورت اگر این مقادیر منفی باشند، به این معنا است که نرخ ورود از استاندارد تعیین‌شده برای آن بیشتر است. پس می‌توان به این خدمت در این مرکز خدمت‌دهنده تخصیص داد.

قدم ۲: در این گام منفی‌ترین مقدار محاسبه‌شده برای آن خدمت را انتخاب می‌کنیم و به مرکز درمانی که آن خدمت را ارائه می‌دهد یک خدمت‌دهنده از آن نوع اضافه می‌کنیم.

قدم ۳: دو گام قبل را برای یک خدمت آن‌قدر تکرار می‌کنیم تا یا تعداد خدمت‌دهنده‌های باقیمانده برای آن خدمت برابر ۰ شود و یا این‌که مقادیر محاسبه‌شده برای تمام مراکز درمانی نامنفی شوند.

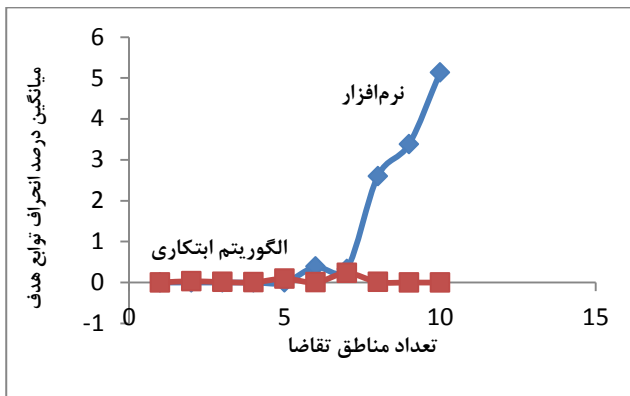
قدم ۴: سه گام قبلی را برای تمام خدمات تکرار می‌کنیم.

<sup>12</sup> Gaussian elimination method



منطقه تقاضا، وقتی که تعداد خدمت‌دهنده‌ها کم است، Cplex قادر به تولید جواب‌هایی با کیفیت بهتر نسبت به حالتی که تعداد خدمت‌دهنده‌ها زیاد است، می‌باشد. به عنوان مثال برای ۱۰ حالت بررسی شده برای مثال با ۱۰ منطقه تقاضا، درصد‌های انحراف جواب‌های تولیدی توسط Cplex از بهترین جواب موجود که توسط الگوریتم ابتکاری تولید شده‌است را در نمودار ۳ مشاهده می‌کنید.

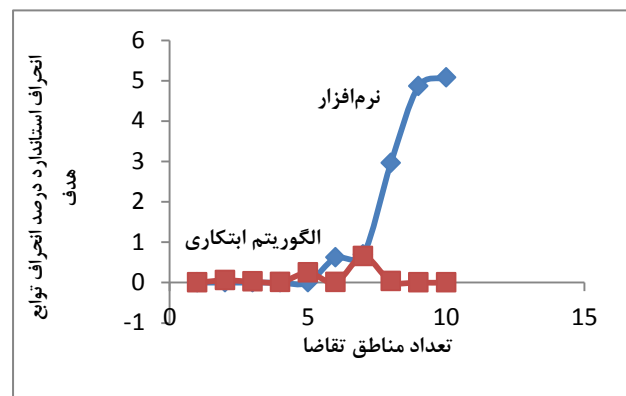
**بررسی نمودار ۴:** در این نمودار، میانگین زمان حل برای الگوریتم ابتکاری با افزایش تعداد مناطق تقاضا را مشاهده می‌کنید. این زمان، زمان رسیدن به همگرایی قوی را برای مثال‌ها نشان می‌دهد که همانطور که انتظار می‌رود، با افزایش ابعاد مسئله در حال افزایش یافتن است. حداکثر مقدار زمان سپری شده برای الگوریتم ابتکاری در ۷۵ حالت بررسی شده برابر ۱۵۰ ثانیه است که نسبت به نرم‌افزار Cplex که برابر ۷۲۰۰ ثانیه است، بسیار کمتر است، کما این‌که کیفیت جواب تولیدی توسط این الگوریتم نسبت به Cplex با افزایش مناطق تقاضا سریعاً در حال بهبود است.



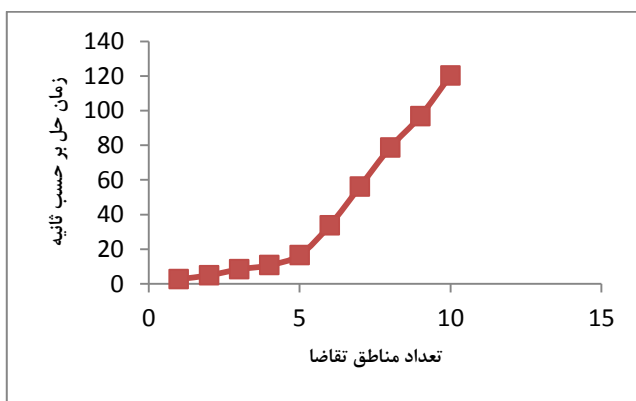
نمودار ۱- میانگین درصد انحراف‌های توابع هدف Cplex و الگوریتم ابتکاری از بهترین جواب موجود برای مثال‌های نمونه با ۱ تا ۱۰ منطقه تقاضا

محدوده زمانی تعیین شده، تولید کرده‌است. همانطور که مشاهده می‌کنید با افزایش مناطق تقاضا مقدار این انحراف، سریعاً در حال افزایش است.

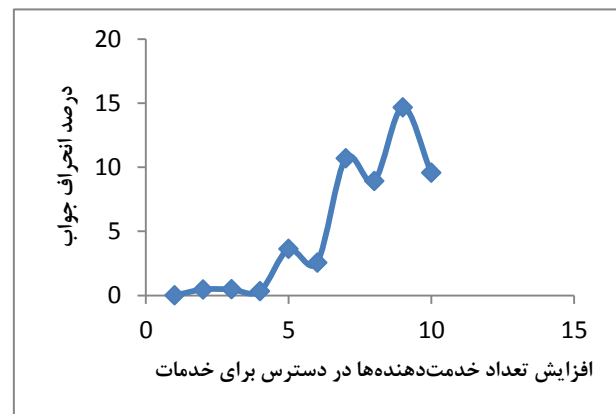
**بررسی نمودارهای ۲ و ۳:** به منظور مقایسه پراکندگی درصد انحراف‌های جواب‌های تولیدی نرم‌افزار و الگوریتم از بهترین جواب موجود، نمودار انحراف استاندارد این انحراف‌ها را رسم نموده‌ایم که تقریباً مشابه حالت قبل است (نمودار ۲). همانطور که مشاهده می‌کنید برای ۵ مثال اول که Cplex جواب‌های بهتری نسبت به الگوریتم ابتکاری تولید کرده‌است، پراکندگی درصد انحراف جواب‌های تولیدی الگوریتم ابتکاری بسیار کم است. به این معنا که تمامی جواب‌های تولیدی توسط الگوریتم ابتکاری دارای فاصله کمی از جواب‌های Cplex هستند و در نتیجه قابل اعتماد می‌باشند. ولی همانطور که مشاهده می‌کنید، از آن‌جا به بعد که الگوریتم ابتکاری دارای عملکرد بهتری است، با افزایش مناطق تقاضا پراکندگی درصد‌های انحراف از بهترین جواب برای Cplex در حال افزایش است. به این علت که در مثال‌ها با ۸،۹ و ۱۰



نمودار ۲- انحراف استاندارد درصد‌های انحراف توابع هدف Cplex و الگوریتم ابتکاری برای مثال‌های نمونه با ۱ تا ۱۰ منطقه تقاضا



نمودار ۴- میانگین زمان حل الگوریتم ابتکاری با افزایش تعداد مناطق تقاضا



نمودار ۳- درصد انحراف جواب Cplex از الگوریتم ابتکاری در حالت‌های مختلف مثال ۱۰ منطقه تقاضا

## ۷- مراجع

- [1] Daskin, M. and Dean, L. , location of healthcare facilities", A handbook of methods and applications, pp. 43-76, 2004.
- [2] Panwar, M. and Rathi, K. , "Social Sustainability: Contextual Facility Location Planning Model for Multi-facility Hierarchical healthcare system in India," *International Journal of Applied Engineering Research*, pp. 275-284, 2014.
- [3] Afshari, H. and Peng, Q. , "Challenges and solutions for location of healthcare facilities," *Industrial Engineering and Management*, 2014.
- [4] Vidyarthi, N. and Jayaswal, S. , "Efficient Solution of a Class of Location-allocation problems with stochastic demand and congestion," *Computers & Operations Research*, 2014.
- [5] Boffey, B. Galvão, R. and Espejo, L. , "A review of congestion models in the location of facilities with immobile servers," *European Journal of Operational Research* 178, pp. 643-662, 2007.
- [6] Marianov, V. and Serra, D. , "Probabilistic maximal covering location-allocation for congested system," *Journal of Regional Science* 38, pp. 401-424, 1998.
- [7] Marianov, V. and Serra, D. , "Location-allocation of multiple-server service centers with constrained queues or waiting times," *Annals of Operations Research* 111, p. Annals of Operations Research 111, 2002.
- [8] Pasandideh, H. and Akhavan Niaki, T. , "Genetic application in a facility location problem with random demand within queuing framework," *J Intell Manuf* (2012) 23, pp. 651-659, 2012.
- [9] Aboolian, R. Berman, O. and Drezner, Z. , "Location and allocation of service units on a congested network," *IIE Transactions* 40 422-433, p. 422-433, 2008.
- [10] Batty, M. , "Reilly's challenge: new laws of retail gravitation which define systems of central places," *Environ. planning A10*, pp. 185-219, 1978.
- [11] Huff, D. , "A Probabilist Analysis of Shopping Center Trade Areas," *Land Economics*, Vol. 39, No. 1, pp. 81-90, 1963.
- [12] McFadden, D. , "Conditional logit analysis of quantitative choice behavior. In: Zarembkar P (ed) *Frontiers in economics*," *Academic Press, New York*, 1974.
- [13] Marianov, V. Rios, M. Icaza, M. , "Facility location for market capture when users rank facilities by shorter travel and waiting times," *European Journal of Operational Research* 191, pp. 32-44, 2008.
- [14] Zhang, Y. Berman, D. and Verter, V. , "the impact of client choice on preventive healthcare facility network design", " *OR Spectrum* 34, pp. 349-370, 2012.
- [15] Zhang, Y. Berman, O. and Verter, V. , "Incorporating congestion in preventive healthcare facility network design," *European Journal of Operational Research* 198, pp. 922-935, 2009.

[۱۶] مدرس ، محمد؛ نظریه صف ، تیموری ، ابراهیم، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ویرایش اول، ۱۳۹۰.

## ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی

در این پروژه یک مدل ریاضی به منظور شبیه‌سازی رفتار انتخابی بیماران برای مراجعه به مراکز درمانی چندخدمتی مطرح شده‌است. به منظور مدل‌سازی دقیق‌تر رفتار انتخابی بیماران، خدمات درمانی را به دو دسته عادی و اورژانسی تقسیم کرده‌ایم. با توجه به این‌که هر بیمار پس از دریافت یک خدمت ممکن است که به خدمت درمانی دیگری نیز نیاز داشته‌باشد، فرض جابه‌جایی بیماران بین خدمات درمانی را نیز وارد مدل‌سازی نموده‌ایم و هدف مدل پیشنهادی را حداکثرسازی دسترسی بیماران به خدمات اورژانسی و کمینه کردن زمان‌های سفر بین مراکز درمانی و زمان‌های انتظار در سیستم درمانی در نظر گرفته‌ایم. با به‌کارگیری مدل پیشنهادی می‌توانیم، مکان‌های مناسب ساخت مراکز درمانی چندخدمتی نظیر پلی‌کلینیک‌ها، نوع خدمات ارائه‌شده در آن‌ها و تعداد خدمت‌دهنده مستقر برای هر خدمت را با توجه به محدودیت تعداد خدمت‌دهنده‌ها مشخص نماییم. مدل حاصل یک مدل غیرخطی است که با اعمال یک تبدیل خطی، آن را خطی‌سازی نموده‌ایم. به منظور حل مدل عدد صحیح مختلط ارائه‌شده در ابعاد کوچک از نرم‌افزار Cplex و در ابعاد بزرگ از یک الگوریتم ابتکاری بر پایه تقسیم‌بندی مسئله به سه زیربخش مکان‌یابی خدمات درمانی، محاسبه نرخ‌های ورود به خدمات درمانی و تخصیص خدمت‌دهنده‌ها به خدمات درمانی استفاده کرده‌ایم.

به منظور بررسی عملکرد Cplex و الگوریتم ابتکاری، از ۱۰ مثال نمونه و در مجموع ۷۵ مسئله استفاده شده‌است. در مجموع مسئله‌های بررسی‌شده، درصد انحراف الگوریتم ابتکاری از بهترین جواب به‌دست آمده، برابر ۰٫۳۸٪ و نرم‌افزار Cplex در حداکثر زمان در نظر گرفته‌شده برای آن برابر ۱٫۱۸۱٪ است. در مجموع، الگوریتم ابتکاری ارائه‌شده برای حل مدل پیشنهادی بسیار کارا است. به این علت که برای مثال‌های بررسی‌شده با ابعاد کم (۱ تا ۵ منطقه تقاضا) که Cplex جواب‌های بهتری تولید کرده‌است دارای انحراف کمی از جواب‌های تولیدی توسط نرم‌افزار است و در مثال با ابعاد متوسط و بزرگ (۶ تا ۱۰ منطقه تقاضا) در زمان کمتر جواب‌های بهتری نسبت به Cplex که بین ۱ تا ۲ ساعت اجرا شده‌است، تولید کرده‌است. پژوهش ارائه‌شده از جهات مختلفی قابل گسترش است. علاوه بر فاکتورهای در نظر گرفته‌شده برای مدل‌سازی مطلوبیت بیماران می‌توان سایر فاکتورها مانند متوسط مدت زمان انتظار در صف و تنوع خدمات ارائه‌شده در هر مرکز درمانی را نیز در نظر گرفت. در مدل طراحی‌شده، بیماران بدون رزرو وقت قبلی به سیستم مراجعه می‌کنند. می‌توان مدل فوق را به صورت سیستم رزرو وقت از قبل طراحی کرد. اضافه کردن محدودیت‌هایی مانند بودجه احداث مراکز درمانی، در نظر گرفتن شاخص دیگری برای کنترل ازدحام مراکز درمانی و در نظر گرفتن وضعیت موجود مراکز درمانی نیز به عنوان پیشنهادهای آتی توصیه می‌شود.

