



Application of Learning Curves in Forecasting the Construction Activities Duration: Comparing the Log-Linear and Exponential Models

P. Ghoddousi , A. M. Ali Dolatabadi & J. Sobhani*

P. Ghoddousi, Associate Professor of Structural Eng- Iran University of Science and Technology

A.M. Ali Dolatabadi, M.Sc. of Construction Engineering and Management- Islamic Azad University Science and Research branch

J. Sobhani, Assistant Professor of Building & Housing Research Center

Keywords

Learning effect,
learning curve,
log-linear model,
forecasting,
construction repetitive
activities,

ABSTRACT

Since most construction activities have a repetitive nature and a high share in labor, they represent a phenomenon called the learning effect. Due to this, by increasing the number of repetition, time, cost and the effort put into the activities will decrease. The learning curve is a mathematical model which represents this effect. The most important value of the learning curves is the ability to predict the time of future activities. The prediction is made by different learning curve models. The goal of this article is to show the how accurate and valid are the predictions made by the learning curves. Also, which model can make the best predictions? Therefore a new model is introduced and compared to the linear model. The prediction ability of using both methods, unit data method and cumulative average, will be compared too. The results showed that the proposed model can be competitive with the linear model and will have a more acceptable result. The accuracy of both models was estimated between the ranges of 15%-35%. Also the error in the prediction done by unit data was less than the cumulative average.

© 2014 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 25, No. 3, All Rights Reserved

*
Corresponding author. Parviz ghoddousi
Email: ghoddousi@iust.ac.ir



کاربرد منحنی‌های یادگیری در پیش‌بینی زمان فعالیت‌های ساخت: مقایسه مدل‌های لگاریتمی-خطی و نمایی اصلاح شده

پرویز قدوسی، امیرمهدی علی‌دولت‌آبادی و جعفر سبحانی

چکیده:

بسیاری از فعالیت‌های ساخت و ساز به دلیل ماهیت تکراری و داشتن سهم بالای نیروی انسانی، پدیده‌ای را نشان می‌دهند که اثر یادگیری نام دارد که به‌موجب آن، زمان، هزینه و به‌طور کلی تلاش لازم برای انجام یک فعالیت، با افزایش تعداد تکرارها، کاهش می‌یابد. منحنی یادگیری مدل ریاضی می‌باشد که این اثر را نشان می‌دهد. مهم‌ترین ارزش منحنی‌های یادگیری، قابلیت آنها در پیش‌بینی عملکرد فعالیت‌ها است. این پیش‌بینی توسط مدل‌های مختلف منحنی یادگیری انجام می‌شود. این‌که دقت و اعتبار پیش‌بینی توسط منحنی‌های یادگیری تا چه اندازه است و کدام مدل بهتر می‌تواند این پیش‌بینی را انجام دهد، از اهداف این مقاله می‌باشند. در این راستا، یک مدل جدید برای منحنی یادگیری پیشنهاد شده و با مدل خطی مقایسه گردیده است. همچنین توانایی‌های پیش‌بینی دو روش استفاده از داده‌ها یعنی روش داده واحد و داده میانگین تجمعی مقایسه شدند. نتایج نشان داد که مدل پیشنهادی می‌تواند به‌عنوان یک مدل پیش‌بینی کننده مناسب، با مدل خطی رقابت کند و نتایج قابل قبول‌تری داشته باشد. مقادیر خطای پیش‌بینی توسط این دو مدل، در محدوده ۱۵٪ تا ۳۵٪ ارزیابی شد و همچنین مشخص شد زمانی‌که از داده‌های واحد برای پیش‌بینی استفاده شود، خطای پیش‌بینی کمتر از داده‌های میانگین تجمعی می‌باشد.

کلمات کلیدی

اثر یادگیری،
منحنی یادگیری،
مدل لگاریتمی-خطی،
پیش‌بینی،
فعالیت‌های تکرارشونده ساخت،

۱. مقدمه

مفهوم اثر یادگیری مبتنی بر درک ساده این مطلب است که افراد به صورت انفرادی، اکیپ‌های کاری یا سازمان‌ها، وقتی یک فعالیت، کار و یا پروژه را به دفعات انجام دهند، در انجام آن بسیار کارا تر و موثرتر خواهند شد [۱].

اکنون ثابت شده است پدیده یادگیری در بسیاری از صنایع به‌خصوص صناعی که تولید انبوه دارند، کاربرد داشته و قابل استفاده است. اما باید توجه داشت که روند یادگیری در صنایع و فعالیت‌هایی حائز اهمیت است که نیروی کار انسانی بالایی دارند. کارهای اتوماتیک که بیشتر توسط ماشین‌ها انجام می‌شوند این محدودیت را دارند که نمی‌توانند از تجربه‌های قبلی خود استفاده کنند و بنابراین نمی‌توانند یاد بگیرند و نرخ تولید خود را افزایش دهند [۱].

در سال ۲۰۰۹، Thomas در تحقیق خود، شرایط پیشرفت از طریق تکرار را چنین پیشنهاد می‌کند: (۱) باید چیزی به اندازه کافی پیچیده در رابطه با عملیات آن فعالیت باشد تا پیشرفت در عملکرد تسهیل یابد. (۲) در واحدهایی که ساخته می‌شوند تکرار داشته باشیم و (۳) مدیریت باید یک فضای باثبات و پایدار را به وجود آورد [۲]. افزایش آشنایی کارگران با محیط و شرایط کار،

تاریخ وصول: ۹۰/۱۱/۲۹

تاریخ تصویب: ۹۱/۹/۲۷

امیر مهدی علی‌دولت‌آبادی، کارشناسی ارشد، کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، amir.alidolatabadi@gmail.com
جعفر سبحانی، استادیار مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، sobhani@bhrc.ac.ir

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر پرویز قدوسی، دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، ghoddousi@iust.ac.ir

نظریه منحنی یادگیری هم می‌تواند برای هر واحد به صورت منفرد (روش داده واحد) و هم به صورت میانگین تجمعی به کار رود. زمان میانگین تجمعی، متوسط زمانی است که برای انجام یک تعداد مشخصی از واحدها لازم است و به این طریق محاسبه می‌شود که مجموع زمان مصرف شده برای تولید آن تعداد واحد بر تعداد واحدهای ساخته شده تقسیم می‌شود.

این پرسش که کدام مدل دقیق‌ترین مدل برای هر فعالیت ساخت می‌باشد هدف بسیاری از مطالعات بوده که در آن محققان عملکرد مدل‌های مختلف را در مطالعات موردی مقایسه کرده‌اند. در میان این تحقیقات، آن‌هایی که توسط Thomas و همکاران [۱۱] و Everett و Farghal [۱۰، ۱۲] انجام شده، قابل توجه می‌باشند.

در سال ۱۹۸۶، Thomas و همکاران کاربردپذیری مدل‌های مختلف منحنی یادگیری را برای فعالیت‌های ساخت مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق توانایی برازش داده‌های واقعی یادگیری توسط ۵ مدل ریاضی منحنی یادگیری ارزیابی شد. او نتیجه گرفت منحنی S شکل (مدل درجه ۳) بهترین مدل برای پیش‌بینی می‌باشد و مدل خطی با وجود برتری به خاطر ساده بودنش همیشه قابل اطمینان نیست [۱۱]. در سال ۱۹۹۴، Everett و Farghal [۴]، دو مدل خطی و درجه ۳ و ۱۰ مدل ریاضی دیگر مشتق شده از آن‌ها را بر روی ۶۰ مجموعه داده مورد بررسی قرار دادند تا مشخص شود کدام مدل ارتباط بین زمان فعالیت‌ها و تعداد تکرارها را بهتر توصیف می‌کند. مشخص شد برای فعالیت‌هایی که تکمیل شده‌اند، مدل‌های درجه ۳ منحنی یادگیری قابل اطمینان‌ترین برازش را روی داده‌ها انجام می‌دهد. اما بهترین مدل پیش‌بینی کننده، مدل‌های خطی بودند و مدل‌های درجه ۳ ضعیف‌ترین پیش‌بینی را انجام دادند. نتایج این تحقیق و تحقیق Thomas [۱۱] با وجود یکسان بودن داده‌ها، درست بر خلاف یکدیگر بود.

در سال ۱۹۹۷، Everett و Farghal [۱۰] روشی را برای مشخص شدن ارتباط بین دقت پیش‌بینی مجموع زمان انجام تکرارهای باقیمانده از فعالیت و درصد پیشرفت آن فعالیت، ایجاد کردند. در این تحقیق، فقط مدل خطی و به دلیل متداول و ساده بودنش مورد استفاده قرار گرفت. آن‌ها نشان دادند دقت پیش‌بینی مدل خطی با افزایش تعداد تکرارها تا ۲۵ الی ۳۰ درصد از پیشرفت فعالیت به طور مناسبی بهتر می‌شود و از آن مرحله به بعد دقت پیش‌بینی تقریباً ثابت و در محدوده ۱۵ الی ۲۰ درصد باقی می‌ماند.

در سال ۲۰۰۷، Wong و Cheung [۱۳] طی تحقیقی، از منحنی یادگیری برای پیش‌بینی عملکرد پیمانکاران استفاده کردند. در این تحقیق ۴ مدل مختلف منحنی یادگیری مورد ارزیابی قرار گرفت که مدل هیپربولیک ۳ پارامتری بالاترین دقت

بهبود سطح نظارت و مدیریت، سازماندهی و هماهنگی بهتر کار، شکل‌گیری روش‌های اجرای کارآمدتر و استفاده موثرتر از ابزار و روش‌ها، شکل‌گیری سیستم کارآمدتر ابزار و تامین تدارکات مصالح و طراحی‌ها و دستورالعمل‌های اثبات‌تر که منجر به اصلاحات و دوباره‌کاری‌های کمتر می‌شود، برخی از عواملی هستند که باعث می‌شوند زمان و هزینه انجام فعالیت در اثر تکرار کاهش یابد [۳-۴].

تئوری منحنی یادگیری از صنعت (صنعت هواپیمایی) سرچشمه گرفته است و علت آن هم وجود شرایط مناسب در صنعت برای استفاده از پدیده یادگیری است. البته طبیعت تکراری و پیوسته بودن برخی فعالیت‌های ساخت‌وساز اجازه می‌دهد تا اثر یادگیری در بسیاری از فعالیت‌های این صنعت نیز دیده شود [۵]. تا کنون برخی موارد کاربرد منحنی‌های یادگیری در صنعت ساخت شناخته شده و مورد تحقیق قرار گرفته‌است. استفاده و وارد کردن اثر یادگیری در روش‌های مختلف برنامه‌ریزی (به‌خصوص برنامه‌ریزی خطی) و کنترل پروژه مانند روش خط تعادل و روش مسیر بحرانی [۶-۸] و استفاده از منحنی یادگیری در کمی کردن و تعیین مقدار خسارات ناشی از بهره‌وری از دست رفته در اثر تاخیرات پیمانکاران [۹]، از جمله این موارد می‌باشند.

اما برای مهندسان و مدیران ساخت‌وساز، مهم‌ترین ارزش منحنی‌های یادگیری قابلیت آن در پیش‌بینی عملکرد (زمان، هزینه و بهره‌وری) فعالیت‌ها می‌باشد [۱۰]. پیش‌بینی و تخمین مناسبی از زمان، هزینه و به طور کلی عملکرد فعالیت‌های یک پروژه، امری است که همواره مورد توجه محققین و مدیران پروژه بوده است. یک پیش‌بینی دقیق از زمان و هزینه، برای برنامه‌ریزی و کنترل عملیات ساخت و تصمیم‌گیری‌ها، لازم و ضروری است. در نتیجه محققین ایجاد روش‌هایی برای استفاده از منحنی‌های یادگیری در پیش‌بینی زمان و بهره‌وری فعالیت‌ها را مورد بررسی قرار داده و توانایی پیش‌بینی مدل‌های مختلف منحنی یادگیری را با هم مقایسه نموده‌اند.

محققین مدل‌های ریاضی یا منحنی‌های یادگیری مختلفی را ایجاد کرده‌اند که تغییرات در بهره‌وری، زمان و هزینه فعالیت‌ها را به صورت تابعی از تعداد واحدهای تولید شده (تعداد تکرارهای فعالیت) توصیف می‌کنند. پنج مدل اصلی منحنی‌های یادگیری شامل: مدل توانی (خط راست)، مدل "Stanford B"، مدل توانی درجه ۳، مدل Piecewise و مدل نمایی می‌باشند. مدل خطراست و مدل "Stanford B" بر اساس این فرض هستند که نرخ یادگیری یک مقدار ثابت است. اما فرض مدل‌های درجه ۳ و Piecewise متغیر بودن نرخ یادگیری در طول تکرارها می‌باشد. در ادامه مقاله و در بخش مدل‌های ریاضی منحنی یادگیری به توضیح بیشتر این مدل‌ها پرداخته شده است.

از داده میانگین تجمعی بالا می‌رود. در تحقیقی که توسط Farghal و Everett [۱۲] برای ارزیابی توانایی پیش‌بینی انواع روش‌های استفاده از داده‌ها صورت گرفت، این نتیجه بدست آمد که روش داده واحد دقیق‌ترین پیش‌بینی و روش میانگین تجمعی کمترین دقت پیش‌بینی را دارند.

با توجه به نتایج متفاوت و محدودیت‌هایی که در تحقیقات قبلی تشخیص داده شده، در این مقاله با ارائه مدلی جدید و مقایسه آن با مدل اصلی منحنی یادگیری (مدل لگاریتمی-خطی) به دنبال رسیدن به اهداف زیر هستیم.

- مقایسه و ارزیابی دقت خطای پیش‌بینی مدل‌ها و توانایی آن‌ها در توصیف روند یادگیری.
- مقایسه دقت خطای پیش‌بینی در استفاده از داده‌ها به دو صورت داده واحد و داده میانگین تجمعی.
- ارزیابی و بررسی دقت خطای پیش‌بینی در درصدهای متفاوتی از پیشرفت فعالیت.

در ادامه این مقاله، پس از شرح مختصر تئوری منحنی یادگیری، مدل‌های اصلی آن و دو مدل به‌کار رفته در این تحقیق معرفی می‌شوند. سپس با توجه به روش تحقیق اتخاذ شده، اهداف مقاله و برخی محدودیت‌های موجود، مراحل و روند تحلیل‌های انجام گرفته روی داده‌ها، به همراه نتایج و تفسیر آن شرح داده می‌شود. بخش آخر شامل خلاصه و نتیجه کلی مقاله می‌باشد.

۲. تئوری منحنی‌های یادگیری

تئوری یادگیری بیان می‌کند که هر زمان تعداد تولیدات یک محصول دو برابر شود، در هر دو برابر شدن، میانگین تجمعی ساعات کاری لازم برای تولید آن محصول با یک درصد مشخصی از نرخ میانگین تجمعی قبلی کاهش می‌یابد. به این درصد، نرخ یادگیری گفته می‌شود [۶، ۱۱ و ۱۸]. این تعریف ابتدایی است که Wright [۱۹] در سال ۱۹۳۶ آن را مطرح کرد و مطابق آن مدل خط راست (مدل لگاریتمی-خطی) ارائه شد. با توجه به این تعریف، نرخ منحنی یادگیری حاصل تقسیم زمان متوسط تجمعی تکمیل واحد دوم به واحد اول، واحد چهارم به دوم، واحد هشتم به چهارم و به همین ترتیب می‌باشد. همان‌طور که گفته شد نرخ منحنی یادگیری نشان دهنده مقدار یادگیری بدست آمده است و هر چقدر نرخ منحنی یادگیری کمتر باشد به این معنی است که یادگیری بیشتری در اثر تکرار حاصل شده است و هر چقدر مقدار این نرخ بیشتر باشد بهره‌وری در طول تکرارها کمتر پیشرفت می‌کند [۳، ۱۱ و ۱۸].

اما، منحنی یادگیری نمایش گرافیکی است از ارتباط بین زمان (یا هزینه) تولید هر واحد از فعالیت و تعداد واحدهای تولید شده [۱]. منحنی یادگیری زمانی حاصل می‌شود که هزینه یا زمان لازم برای انجام هر تکرار از یک فعالیت به صورت تابعی از تعداد

پیش‌بینی را نتیجه داد. در این تحقیق رویکرد دو مرحله‌ای Farghal و Everett [۴] برای استفاده از منحنی یادگیری به کار گرفته شد. در سال ۲۰۰۹، Hinze و Olbina تحقیقی انجام دادند با این هدف که مشخص شود آیا منحنی یادگیری می‌تواند پیش‌بینی دقیقی از زمان ساخت و کوبیدن شمع‌های بتنی پیش‌تنیده داشته باشد. نتایج نشان دادند که یادگیری گروه کاری مربوط به تولید شمع از طریق تکرار افزایش یافت. اما این پیشرفت بسیار کم بود. در این تحقیق از مدل خطی منحنی یادگیری استفاده شد [۱۴].

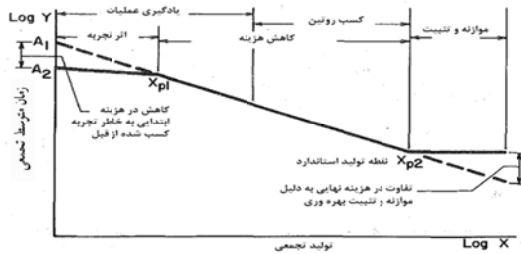
زمینه دیگری که تحقیقات متعددی به آن پرداخته‌اند، بررسی وجود اثر یادگیری در انواع فعالیت‌های ساخت و بدست آوردن نرخ یادگیری در این فعالیت‌ها می‌باشد.

در سال ۱۹۹۶، Dong [۱۵] اثر یادگیری را روی بهره‌وری ۱۸ پروژه خانه‌سازی مورد تحقیق قرار داد و به این نتیجه رسید که یک ارتباط کلی مثبت بین بهره‌وری ساخت و اثر یادگیری وجود دارد [۱]. Touran [۱۶] در سال ۱۹۸۸ در تلاشی برای کمی کردن اثر یادگیری روی بهره‌وری فعالیت قالب‌بندی تیرها و دیوارهای هسته آسانسور در یک ندامتگاه چندین طبقه در Seattle از مدل خطی منحنی یادگیری استفاده کرد و پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در بهره‌وری فعالیت قالب‌بندی در اثر تکرار مشاهده کرد [۱].

Jarkas [۱] در سال ۲۰۱۰ اثر یادگیری را در مورد فعالیت آرماتوربندی در ۲۱ پروژه ساختمانی بلند مرتبه با اسکلت بتن مسلح مورد مطالعه قرار داد. او سعی کرد با انتخاب مناسب پروژه‌ها سایر عوامل موثر در بهره‌وری نیروی کار را ثابت نگه دارد تا در حد امکان فقط اثر یادگیری و تکرار روی بهره‌وری در نظر گرفته شود. او از نمایش داده‌ها به صورت داده واحد و از مدل خطی برای برآزش داده‌ها استفاده کرد. نتایج، اثر یادگیری را بسیار ضعیف نشان داد. او همچنین در تحقیقی دیگر در سال ۲۰۱۱ اثر تکراری بودن شکل و مشخصات طبقات یک ساختمان را در بهره‌وری نیروی کار در مورد فعالیت قالب‌بندی مورد بررسی قرار داد. او داده‌های مربوط به ۴۵ ساختمان چند طبقه را با سازه بتن درجا جمع‌آوری کرد و آن‌ها را با استفاده از مدل خطی منحنی یادگیری تحلیل کرد. او از داده‌های میانگین تجمعی استفاده کرد و بر اساس نتایج بدست آمده شواهد بسیار کمی از اثر یادگیری برای فعالیت قالب بندی بدست آمد [۱۷].

در استفاده از تئوری منحنی یادگیری، محققان به طور کلی می‌توانند برای ایجاد مدل‌های پیش‌بینی کننده استفاده از داده واحد یا داده میانگین تجمعی را انتخاب کنند [۱۱]. در برخی تحقیقات انجام شده، قابلیت‌های این دو روش مورد بررسی قرار گرفته است. Thomas و همکاران [۱۱] در مقایسه توانایی پیش‌بینی این دو روش اظهار می‌کند توانایی پیش‌بینی با استفاده

طریق ایجاد روندهای ساخت با کارایی بالاتر امکان پذیر خواهد بود. در مرحله اول، تجربه قبلی کارگران باعث می شود پیشرفت ملایمی در بهره‌وری اتفاق بیفتد. اما همچنان که کارگران با روند ساخت، مصالح و محیط پروژه آشنا می‌شوند بهره‌وری با شیب تندتری (سرعت بیشتری) افزایش می‌یابد [۳، ۱۱ و ۱۸]. نقطه X_{p1} در شکل (۳) پایان مرحله کسب تجربه است و X_{p2} نقطه تولید استاندارد نامیده می‌شود و پایان اثر یادگیری را نشان می‌دهد. بعد از این نقطه دیگر بهبود در بهره‌وری مشاهده نمی‌شود و اثر یادگیری روی بهره‌وری بسیار کم می‌شود [۱۱].

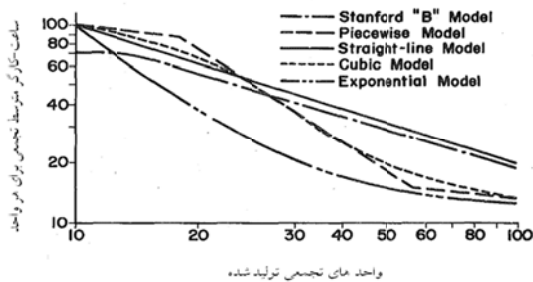


شکل ۳. منحنی یادگیری فرضی در دستگاه لگاریتمی [۱۱]

۳. مدل‌های ریاضی منحنی یادگیری

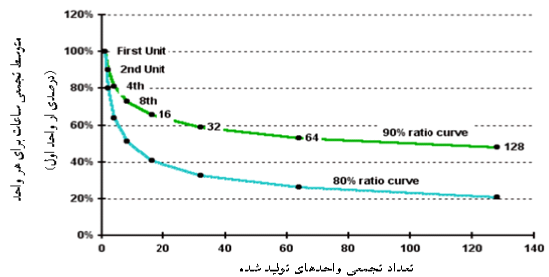
ریاضیات منحنی یادگیری بر اساس این مشاهده است که وقتی یک فعالیت مشخص یا یک ترتیبی از کار بدون توقف و وقفه تکرار شود، زمان و هزینه‌های مشخص هر واحد با یک الگوی قابل پیش‌بینی تمایل به کاهش دارد و این به خاطر تجربه‌ای است که کارگران و ناظران در اثر آشنایی بیشتر با کاری که در حال تکرار است بدست آورده‌اند [۲۰].

محققین مدل‌های ریاضی یا منحنی‌های یادگیری مختلفی را ایجاد کرده‌اند که تغییرات در بهره‌وری را به صورت تابعی از تعداد واحدهای تولید شده (تعداد تکرارها) توصیف می‌کنند. پنج مدل اصلی برای منحنی‌های یادگیری در ادبیات موضوع شرح داده شده است. این مدل‌ها شامل: مدل توانی خط راست [۱۹]، مدل "Stanford B" [۲۱]، مدل توانی درجه ۳ [۲۲]، مدل Piecewise [۱۱] و (۵) مدل نمایی [۲۳] می‌باشند. این مدل‌ها در شکل (۴) نشان داده شده‌اند.

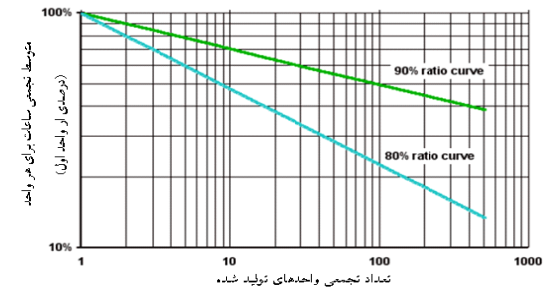


شکل ۴. مدل‌های اولیه و اصلی منحنی یادگیری [۱۱]

تکرارها رسم شود [۱۰]. شکل (۱) نمایش اثر یادگیری با نرخ‌های منحنی یادگیری ۸۰٪ و ۹۰٪ است و مفهوم منحنی یادگیری به طور رایج با این شکل نشان داده می‌شود. اما هر شکلی برای منحنی یادگیری می‌تواند حاصل شود و تا زمانی که گراف ما مهارت و کارایی (بهره‌وری) در مقابل تمرین و تکرار باشد، هنوز شکل ما منحنی یادگیری است [۲]. مدل خطی منحنی در دستگاه مختصات لگاریتمی به صورت یک خط راست درمی‌آید و به همین دلیل آن را مدل خط راست یا مدل لگاریتمی - خطی نیز می‌نامند (شکل (۲)) [۲۰].



شکل ۱. نمایش منحنی‌های یادگیری با دو نرخ یادگیری ۸۰٪ و ۹۰٪ [۲۰]



شکل ۲. منحنی یادگیری ترسیم شده در دستگاه مختصات لگاریتمی [۲۰]

در تشریح روند یادگیری و فرضیاتی که مدل‌های یادگیری مختلف بر پایه آن‌ها شکل گرفته‌اند، شکل (۳) یک منحنی یادگیری فرضی را که به سه مرحله تقسیم شده در دستگاه لگاریتمی نشان می‌دهد. مرحله اول، مرحله یادگیری عملیات است که در طول آن بهره‌وری نیروی کار همزمان با کسب دانش کافی از آن فعالیت توسط کارگران به سرعت افزایش می‌یابد. در صورت وجود تجربه قبلی کارگران، در این مرحله پیشرفت بهره‌وری ملایم و کم می‌باشد. در مرحله دوم افزایش بهره‌وری به تدریج و به آرامی پس از روی روال افتادن کار، از طریق آشنایی بیشتر با فعالیت، بهبود و اصلاح روش‌های انجام فعالیت و سازماندهی بهتر آن اتفاق می‌افتد. در مرحله آخر دیگر هیچ پیشرفتی از طریق تکرار فعالیت حاصل نمی‌شود. این مرحله، مرحله تثبیت و موازنه نامیده می‌شود. زمانی که این مرحله برسد، بهبود در بهره‌وری فقط از

نرخ منحنی یادگیری به صورت درصد بیان می‌شود. هر چقدر نرخ منحنی یادگیری کمتر باشد میزان یادگیری بیشتر است. زمانی که نرخ منحنی یادگیری ۱۰٪ باشد، یادگیری اتفاق نمی‌افتد. نظریه منحنی یادگیری برای مدل خط راست هم می‌تواند برای هر واحد به صورت منفرد (روش داده واحد) و هم به صورت میانگین تجمعی زمان لازم برای تکمیل تعداد مشخصی از واحدها به کار رود. در ساخت و ساز اغلب راحت‌تر است که از میانگین تجمعی استفاده شود. زمان میانگین تجمعی، متوسط زمانی است که برای انجام یک تعداد مشخصی از واحدها لازم است و به این طریق محاسبه می‌شود که مجموع زمان کل مصرف شده برای تولید آن تعداد واحد بر تعداد واحدهای ساخته شده تقسیم می‌شود [۱۲ و ۱۴]. و رابطه آن به صورت زیر می‌باشد.

$$(CAT)_N = K_c (N)^s \quad (۴)$$

$$S = \frac{\log \phi}{\log 2} \quad (۵)$$

در روابط (۴) و (۵)، $(CAT)_N$ ، زمان میانگین تجمعی برای تولید N واحد، K_c ، یک ثابت است که زمان تئوری برای تکمیل اولین واحد را نشان می‌دهد، ϕ ، نرخ یادگیری برای تولید دوبل (دو برابر) و s ، شیب منحنی لگاریتمی می‌باشد. باید توجه شود مقدار ϕ در حالت محاسبات مربوط به میانگین تجمعی با مقدار ϕ در حالت محاسبات مربوط به داده واحد متفاوت است و هیچ ارتباطی با هم ندارند [۱۴].

یک شرح ساده نشان خواهد داد که این فرمول چه طور استفاده می‌شود. به عنوان مثال، فرض کنید مقدار K_c برابر ۲۵۰۰ ساعت باشد و نرخ یادگیری (ϕ) برای میانگین تجمعی دوبل ۸۵٪ باشد. بنابراین زمان میانگین تجمعی هر واحد پس از تولید دومین واحد، ۸۵٪ زمان انجام اولین واحد است. در این مثال مقدار S از رابطه (۵) برابر با 0.2345 - بدست می‌آید. بنابراین زمان متوسط تولید هر واحد پس از ساخت دومین واحد، از رابطه (۴)، برابر ۲۱۲۵ ساعت بدست می‌آید. اما می‌تواند از 2500×0.85 هم بدست آید. این مسیر میان‌بر فقط برای زمانی که تولید واحد دوبل می‌شود اعتبار دارد. به طور مشابه زمان متوسط تجمعی هر واحد برای ساخت ۴ واحد $1806/25 = 1806/25 \times 0.85 = 1535/3$ واحد و بدست آوردن زمان لازم برای تولید خود واحد هشتم به این سادگی نیست. اما می‌توان آن را بدست آورد. کل زمان لازم برای تولید ۸ واحد، ساعت $12282/5 = 12282/5 \times 8$ می‌باشد. با استفاده از رابطه (۴) متوسط تجمعی زمان تولید هر واحد پس از هفتمین واحد می‌شود $1584/14$ ساعت. پس زمان کل برای تولید مجموع ۷ واحد می‌شود $11089 = 1584/14 \times 7$. بنابراین زمان لازم برای ساخت دقیقاً واحد هشتم از $11089 - 12282/5$ بدست می‌آید [۱۴].

دو مدل خط راست و "B" Stanford از نظر روند و رویکرد و همچنین دو مدل درجه ۳ و Piecewise از نظر شکل و الگو به هم شبیه هستند. مدل خط راست و مدل "B" Stanford بر اساس این فرض هستند که نرخ یادگیری یک مقدار ثابت است. این دو مدل نمی‌توانند مرحله تولید استاندارد را توصیف کنند. اما تعداد زیادی از محققین از جمله Carlson [۲۲]، نشان داده‌اند که نرخ یادگیری در طول پیشرفت فعالیت و پروژه ثابت نیست. زمانی که مرحله کسب تجربه و مرحله تثبیت (مراحل ۱ و ۳) هر دو در روند یادگیری حضور داشته باشند، منحنی به شکل S خواهد بود. این محقق گزارش کرد که منحنی‌های S شکل مانند مدل‌های درجه ۳ و مدل Piecewise از لحاظ عددی داده‌های مربوط به اثر یادگیری در تولید و بهره‌وری را بهتر از منحنی‌های خط راست توصیف می‌کند [۶].

با توجه به این‌که در این مقاله برای پیش‌بینی زمان فعالیت‌ها از دو مدل خط راست و مدل نمایی دو پارامتری اصلاح شده (مدل پیشنهادی) استفاده شده، در این‌جا به معرفی بیشتر آن می‌پردازیم.

۳-۱. مدل توانی (خط راست)

این مدل رایج‌ترین مدل برای استفاده از منحنی یادگیری در فعالیت‌های ساخت می‌باشد [۳ و ۲۴]. این مدل به این دلیل مدل خط راست نامیده شده که وقتی در دستگاه مختصات لگاریتمی رسم شود و یا لگاریتم داده‌ها در دستگاه مختصات دکارتی رسم شود به شکل یک خط راست می‌شود. فرض مهمی که در این مدل وجود دارد این است که نرخ یادگیری در طول فعالیت ثابت می‌باشد. مدل اصلی و ابتدایی منحنی یادگیری که اولین بار در سال ۱۹۳۶ توسط Wright [۱۹] ایجاد شد به صورت مدل خطی میانگین تجمعی توصیف می‌شود و معادله آن به صورت زیر می‌باشد [۴]:

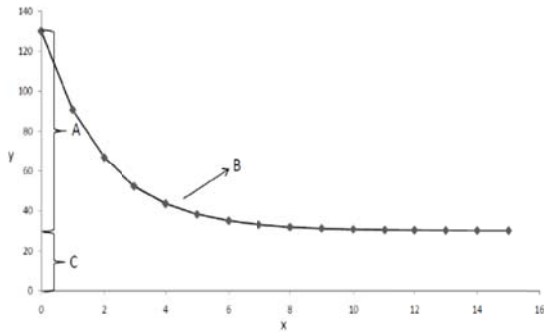
$$Y_{ca} = AX^{-n} \quad (۱)$$

در رابطه (۱)، Y_{ca} ، میانگین تجمعی هزینه، ساعت کارگر یا زمان برای تعداد X واحد تولید شده، A ، مقدار ثابت هزینه یا زمان لازم برای تولید و ساخت اولین واحد (اولین تکرار)، X ، تعداد واحدهای تولید شده (تعداد تکرارها) و n ، شیب منحنی لگاریتمی می‌باشد. فرم لگاریتمی معادله به صورت زیر می‌باشد.

$$\log Y_{ca} = \log A - n \log X \quad (۲)$$

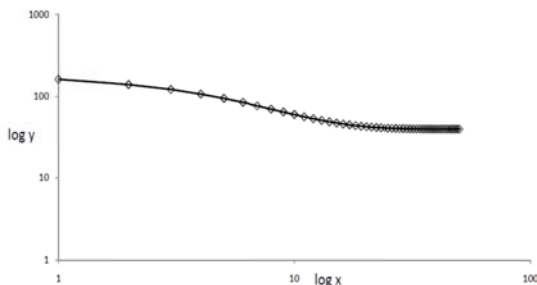
برای این مدل، بهره‌وری بدست آمده از طریق یادگیری، تابعی از نرخ یادگیری (S) می‌باشد که از طریق رابطه (۳) محاسبه می‌شود: (در برخی موارد نرخ یادگیری با (L) یا (ϕ) هم نشان داده می‌شود).

$$S = 2^{-n} \quad (۳)$$



شکل ۵. مدل نمایی دو پارامتری در دستگاه X-Y

برای این مدل، پارامتر C در حقیقت معرف مقدار ایده آل از سطح عملکرد گروه کاری می باشد و در روند یادگیری همان نقطه تولید استاندارد است که دیگر یادگیری و تکرار فعالیت کمکی به بهبود و افزایش بهره‌وری نمی‌کند. پارامتر B سرعت یادگیری را نشان می‌دهد اما با تعریف نرخ منحنی یادگیری در مدل خط راست متفاوت است. هرچه قدر قدرمطلق B بیشتر باشد سرعت یادگیری بیشتر خواهد بود و برای رسیدن به نقطه تولید استاندارد، تکرارهای کمتری از فعالیت لازم می‌باشد. به عبارت دیگر یادگیری با سرعت زیادی در همان تکرارهای ابتدایی اتفاق می‌افتد. این حالت می‌تواند نشان دهنده عملکرد خوب اکیپ کاری در آن فعالیت باشد که توانسته به سرعت عملکرد خود را در اثر یادگیری به بهترین حد ممکن که می‌توانسته برساند. در حقیقت توانایی این مدل به این دلیل است که با مقادیر مختلفی از پارامترهای A، B و C قادر است هر ۳ مرحله در روند یادگیری را توصیف کند. برای درک این ویژگی، نمودارهای شکل‌های (۶) و (۷)، مدل نمایی دو پارامتری را با دو مقدار متفاوت برای پارامتر B نشان می‌دهد. در مدل ۱ پارامتر $B = -0.2$ و B برای مدل ۲، $B = -0.6$ می‌باشد. پارامترهای A و C برای هر دو یکسان و به ترتیب ۱۰۰ و ۴۰ است. مطابق مفهوم یادگیری، در این نمودارها محور X می‌تواند تعداد تکرارها و محور Y زمان انجام هر تکرار باشد.



شکل ۶. نمودار مدل ۱ در دستگاه لگاریتمی

۳-۲. مدل نمایی ۲ پارامتری (دارای مجانب)

این مدل به فرم اصلی خود تابع نمایی رشد مجانب داری می‌باشد که رابطه آن به صورت زیر می‌باشد [۱۳].

$$Y = K(1 - e^{-\frac{x}{r}}) \quad (۶)$$

که در آن، Y، واحد اندازه‌گیری عملکرد فعالیت در تکرار X (مثلاً زمان، هزینه، بهره‌وری و ...)، X، تعداد تکرار، k، حد بالای عملکردی که گروه کاری می‌تواند به آن برسد و r، مجموع تکرارهای لازم برای رسیدن به k/2 می‌باشد. رابطه (۶) در مرجع اشاره شده به آن، برای توصیف روند رشد و بهتر شدن عملکرد پیمانکاران آمده است که اگر بخواهیم آن را به مدل نزولی تغییر دهیم به شکل رابطه (۷) تبدیل می‌شود:

$$Y = K(1 + e^{-\frac{x}{r}}) \quad (۷)$$

منحنی‌های یادگیری از نوع نمایی دارای مجانب در مقایسه با مدل‌های لگاریتمی-خطی بر پارامترهای بیشتر و کامل‌تری تکیه دارند. این پارامترها مدل را قادر می‌سازند اطلاعات بیشتری در رابطه با روند یادگیری اکیپ‌های کاری استخراج کنند و در نتیجه تخمین‌های دقیق‌تری را بدست آورند [۲۵].

Cheung و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۰۷ در تحقیقی با پر اهمیت دانستن اثر یادگیری در سطح عملکرد پیمانکاران، ۴ مدل غیر خطی را که توسط Hastie, R. و Mazur, J. E. (۱۹۷۸) ارائه شده بودند برای پیش‌بینی تغییر عملکرد پیمانکاران مورد ارزیابی قرار داد که مدل نمایی ۲ پارامتری یکی از آن‌ها بود. او در توضیح دلیل استفاده از مدل‌های غیر خطی بیان می‌کند که به دلیل آن‌که پارامترهای مدل‌های لگاریتمی-خطی یک پیشرفت ثابت و یکنواخت را در طول زمان فرض می‌کنند، نمی‌توانند به طور مناسبی مرحله تثبیت و موازنه را مدل کنند.

۳-۳. مدل پیشنهادی

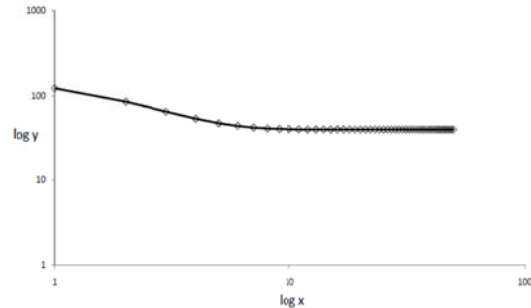
مدلی که در این مقاله پیشنهاد شده شکل دیگری از مدل نمایی دو پارامتری با همان خصوصیات می‌باشد و رابطه ریاضی آن به صورت زیر است.

$$Y = A \times e^{-BX} + C \quad (۸)$$

در رابطه (۸) X و Y مانند قبل بوده و A، اختلاف بین زمان (عملکرد) اولین تکرار و زمان (عملکرد) در بهترین حالت، B، سرعت یادگیری و C، زمان (عملکرد) در بهترین حالت (نقطه تولید استاندارد) می‌باشد. در شکل (۵) مدل مربوطه برای ضرایب $A=100$ ، $B=-0.5$ و $C=30$ در دستگاه مختصات دکارتی نشان داده شده است.

۴. شرح داده‌ها

با توجه به اهداف مقاله و محدودیت‌های موجود، ۸ مجموعه داده مناسب، از ادبیات موضوع و تحقیقات معتبر برای انجام تحلیل‌های لازم گردآوری شده است. داده‌های هر یک از این مجموعه‌ها شامل زمان تکمیل هر تکرار از یک فعالیت ساخت می‌باشد که به دلیل تکرار، اثر یادگیری در آن فعالیت‌ها دیده می‌شود. این مجموعه‌ها از L تا S در جدول (۱) نام‌گذاری شده‌اند و شرح مختصری از فعالیت و منابع گردآوری آن در جدول آورده شده‌است. تعداد تکرارها در فعالیت‌های این.



شکل ۷. نمودار مدل ۲ در دستگاه لگاریتمی

جدول ۱. شرح مجموعه داده‌های مورد استفاده در مقاله

مجموعه‌ها	شرح فعالیت	مرجع
L	عملیات جابه‌جایی بلوک‌های بتنی ۱ متر مکعبی توسط تاورکری. این عملیات دقت و پیچیدگی بالایی دارد و عملیات جابه‌جایی ۱۷ بار تکرار می‌شود.	[۲۷]
M	عملیات مربوط به زمان تولید سازه خام در ۱۷ بار تکرار، به صورت ساعت-کارگر.	[۱۲]
N	کلیه عملیات مربوط به اجرای دال بتنی هر طبقه از یک ساختمان چند طبقه به صورت یک فعالیت در نظر گرفته شده و زمان متناظر با آن برای هر طبقه ثبت شده است. این فعالیت به طور مشابه ۱۲ بار تکرار می‌شود.	[۳]
O	کلیه عملیات مربوط به اجرای دال بتنی هر طبقه از یک ساختمان چند طبقه به صورت یک فعالیت در نظر گرفته شده و زمان متناظر با آن برای هر طبقه ثبت شده است. این فعالیت ۱۱ بار تکرار دارد.	[۳]
P	زمان(ساعت-کارگر) مربوط به عملیات قالب‌بندی و بتن‌ریزی هر طبقه از یک ساختمان ۲۴ طبقه با طبقات مشابه از نظر سازه. بنابراین فعالیت ۲۴ بار تکرار دارد.	[۲۰]
Q	ساخت ۱۳۰ شمع بتنی پیش‌ساخته مشابه از نظر ابعاد و مشخصات فنی. داده‌ها به صورت متوسط زمان ساخت هر شمع در طول یک هفته می‌باشد. فعالیت ۳۰ هفته تکرار می‌شود.	[۱۴]
R	فعالیت نصب و اجرای قالب‌های تونل را شامل می‌شود. داده‌ها شامل ۱۹ بار تکرار این فعالیت و ساعت-کارگر واقعی متناظر با هر تکرار می‌باشد.	[۱۰]
S	کلیه عملیات مربوط به اجرای دال بتنی هر طبقه از یک ساختمان چند طبقه به صورت یک فعالیت در نظر گرفته شده و زمان متناظر با آن برای هر طبقه ثبت شده است. این فعالیت ۱۳ بار تکرار می‌شود.	[۳]

۵. تحلیل میزان همبستگی داده‌های یادگیری با

مدل‌ها

برای ارزیابی میزان همبستگی بین داده‌های واقعی یادگیری با مدل‌ها و توانایی مدل‌ها در توصیف روند تغییرات زمان فعالیت‌ها در اثر تکرار، کل داده‌ها (کل تکرارها) را در هر مجموعه توسط هر دو مدل و با استفاده از هر دو روش نمایش داده‌ها برآزش می‌کنیم. در انجام عمل برآزش غیر خطی از روش (LSCFA)

مجموعه‌ها در یک محدوده مشخص (بین ۱۰ تا ۳۰ تکرار) قرار دارد. نکته مهم آن است که این مجموعه داده‌ها برای اهداف متفاوتی در این مقاله‌ها (مراجعه‌شان) مورد استفاده قرار گرفته‌اند و نه برای پیش‌بینی که هدف این مقاله می‌باشد. همچنین با توجه با این که تعداد دفعات تکرار یک عامل تاثیر گذار در یادگیری می‌باشد، تعداد تکرارها در یک محدوده مشخص قرار دارد.

برای تمام مجموعه‌ها و در هر دو حالت داده واحد و داده میانگین تجمعی نشان می‌دهند.

نتایج نشان می‌دهد که در مجموعه‌های M ، N و O در هر دو روش استفاده از داده‌ها، در مجموعه Q در حالت داده میانگین تجمعی و در مجموعه R در حالت داده واحد، مدل نمایی بسیار بهتر از مدل خطی عمل می‌کند. شکل‌های (۸-ث)، (۸-ج)، (۹-الف) و (۹-ب) علت برتری مدل نمایی را در این مجموعه‌ها نشان می‌دهد. زیرا ملاحظه می‌شود که روند تغییرات داده‌ها مطابق با فرضیات حاکم بر مدل نمایی می‌باشد و مرحله تولید استاندارد در روند پیشرفت فعالیت حضور دارد. همچنین با توجه به شکل‌های (۹-چ) و (۹-ه) ملاحظه می‌شود زمانی که داده‌ها حالت خطی داشته باشند توانایی مدل نمایی دو پارامتری در برازش و مدل کردن داده‌ها بهتر از مدل خطی می‌باشد. بر خلاف تمام مجموعه‌های قبلی، در مجموعه S ، مدل کلاسیک خطی هم در استفاده از داده‌های واحد و هم داده‌های متوسط تجمعی، برازش بهتری را نسبت به مدل نمایی انجام می‌دهد. اما این برتری خیلی برجسته نیست. در حقیقت مقادیر پارامترهای ارزیابی (R^2 و $RMSE$) برای هر دو مدل بسیار به هم نزدیک هستند. پس از بررسی و مقایسه توانایی برازش کل داده‌های هر مجموعه به‌طور جداگانه، اکنون با توجه به مقادیر میانگین پارامترهای ارزیابی (R^2 و $RMSE$) بین کل مجموعه‌ها، به یک ارزیابی و مقایسه کلی بین مدل‌ها و همچنین توانایی استفاده از داده واحد و داده میانگین تجمعی می‌پردازیم. برای این منظور، شکل‌های (۱۰) و (۱۱)، مقادیر میانگین پارامترهای ارزیابی (R^2 و $RMSE$) را بین کل مجموعه‌ها برای هر دو مدل و استفاده از هر دو روش نمایش داده‌ها نشان می‌دهد.

با توجه به این نمودارها و نتایج حاصل از بررسی جداگانه مجموعه‌ها، نتایج کلی زیر بدست می‌آید که با نتایج تحقیقات قبلی نیز مقایسه می‌شود:

مدل نمایی دو پارامتری هم در استفاده از داده‌ها به صورت داده واحد و هم به صورت داده میانگین تجمعی، برازش بهتری را نسبت به مدل خطی انجام می‌دهد، ولی برای داده‌های میانگین تجمعی این برتری محسوس‌تر است. برای توضیح علت آن به تحقیقی که Everett و Farghal [۱۲] در سال ۱۹۹۷ انجام داد اشاره می‌شود. این تحقیق بیان می‌کند مدل خط راست، داده‌های میانگین تجمعی را خوب برازش نمی‌کند. زیرا نمودار داده‌های میانگین تجمعی با افزایش تعداد تکرارها، رفته رفته صاف‌تر می‌شود در حالی که منحنی مدل خط راست با افزایش تعداد تکرارها، با یک شیب ثابت همچنان پایین می‌رود.

Least Square Curve Fitting Analysis [۱۳] که یکی از معتبرترین و متداول‌ترین روش‌ها می‌باشد استفاده می‌کنیم.

ارزیابی مدل در این روش با رابطه زیر توصیف می‌شود [۱۳]:

$$y = f(x, \theta) + \varepsilon \quad (9)$$

در رابطه (۹)، y ، مقداری است که از مدل حاصل می‌شود، θ ، پارامتر یا پارامترهای مدل و ε ، خطا می‌باشد. حاصل این برازش، بدست آمدن مناسب‌ترین پارامترها برای مدل‌های مورد نظر می‌باشد. برای سنجش میزان خوب بودن همبستگی مدل با داده‌ها، از معیارهای R^2 و $RMSE$ استفاده می‌شود. روابط و توضیح مربوط به این پارامترها چنین می‌باشد:

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} \quad (10)$$

$$S_r = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (11)$$

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad (12)$$

R^2 ضریب رگرسیون است که به نوعی میزان همبستگی و ارتباط بین مدل و داده‌ها را نشان می‌دهد. S_r مجموع مربع خطاها و S_t مجموع مربع فاصله داده‌ها حول مقدار میانگین است. در روابط ۱۰ تا ۱۲، e_i ، مقدار خطا (اختلاف بین مقدار واقعی و مقدار حاصل از مدل)، y_i ، مقدار واقعی و \bar{y} مقدار میانگین مقادیر واقعی است.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2}{n-2} \quad (13)$$

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (14)$$

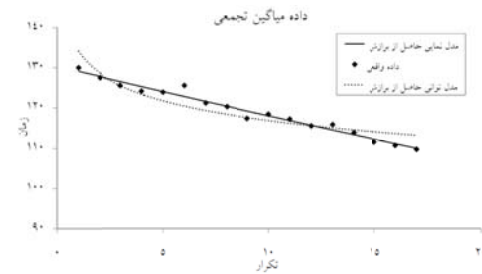
در روابط (۱۳) و (۱۴) داریم: $y_i =$ مقدار واقعی زمان در تکرار i ام و $y'_i =$ مقدار پیش بینی شده توسط مدل در تکرار i ام.

MSE ، متوسط مربع خطاها و $RMSE$ ، ریشه متوسط مربع خطاها می‌باشد. در $n-2$ در مخرج کسر رابطه (۱۳)، طبق تعریف معرف درجه آزادی می‌باشد که عبارت است تفاوت تعداد کل داده‌های مورد برازش و تعداد پارامترهای مدل. بنابراین برای مدل نمایی با ۳ پارامتر درجه آزادی $n-3$ می‌باشد. این پارامتر در حقیقت بیشتر معیاری برای سنجش میزان همبستگی داده‌های پیش‌بینی شده و داده‌های واقعی می‌باشد و محدودیت و نواقص پارامتر R^2 را ندارد. جدول (۲) نتایج عددی این مرحله از تحلیل را برای حالت استفاده از داده واحد نشان می‌دهد. همین روند برای داده‌های میانگین تجمعی نیز انجام گرفته‌است. شکل‌های (۸) و (۹)، نمودارهای حاصل از برازش کل داده‌های واقعی توسط مدل‌ها را،

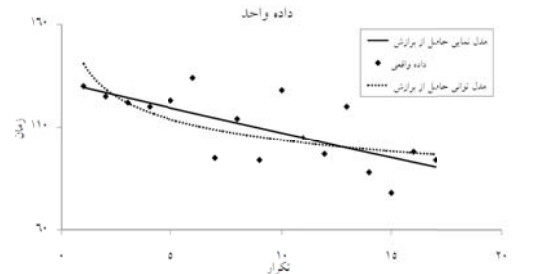
جدول ۲. نتایج حاصل از برازش کل داده‌های هر مجموعه با استفاده از داده واحد (برازش کل داده‌ها)

مدل توانی (خط راست)					مدل نمایی دو پارامتری				
معیارهای ارزیابی			پارامترهای مدل		معیارهای ارزیابی			پارامترهای مدل	
RMSE	R ²	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{y_i}{\hat{y}_i}$	A	n	RMSE	R ²	A	B	C
۱۳/۳۴	-۰/۴۲۹	۹۱/۱۹	-۰/۱۳۳	۱۴۰/۹۹	۱۲/۶۳	۰/۵۱۸	۵۱۴/۸۲	-۰/۰۰۴۹	-۳۸۲/۹۵
۲۰۴/۶۷	-۰/۸۴۷	۷۷/۱۱	-۰/۳۷۵	۲۸۸/۱۸	۱۴۴/۹۸	۰/۹۲۲	۱۹۴۲/۵۲	-۰/۱۴۱	۷۶۱/۶۵
۰/۸۱۵	-۰/۳۱۸	۹۳	-۰/۱۰۵	۶/۸۷۳	۰/۶۹۶	۰/۵۴۹	۱۲/۷۷	-۱/۶۶۶	۵/۵۸۵
۱/۱۶۹	-۰/۷۳۷	۸۲/۲	-۰/۲۸۳	۱۳/۷۵۲	۰/۷۴۳	۰/۹	۷۶/۴	-۰/۰۰۸۲	-۶۳/۷۴
۱۳۳/۷۶	-۰/۱۷۸	۹۴/۸	-۰/۰۷۷	۸۹۷/۶	۱۰۹/۰۷	۰/۴۶	۸۹۱/۳۳	-۰/۷۰۸	۷۲۷/۹
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
۲/۴	-۰/۷۷	۸۰/۱	-۰/۳۳	۱۸/۰۹	۰/۷۴	۰/۹۷۵	۵۴/۷۱	-۱/۰۹۲	۸/۳۹۸
۱/۱۳	-۰/۵۹	۸۷/۹	-۰/۱۸۶	۱۱/۸۹۴	۱/۲۱	۰/۵۷۴	۵/۴۴۶	-۰/۲۴۲	۷/۳۰۶
۵۱/۰۴	۰/۵۵۳	---	---	---	۳۸/۵۸	۰/۷	---	---	---

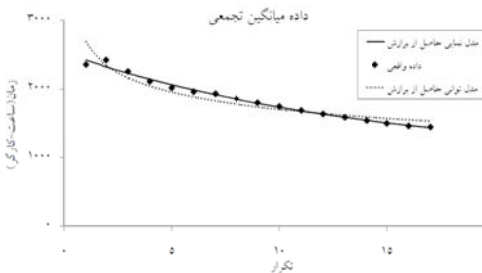
میانگین



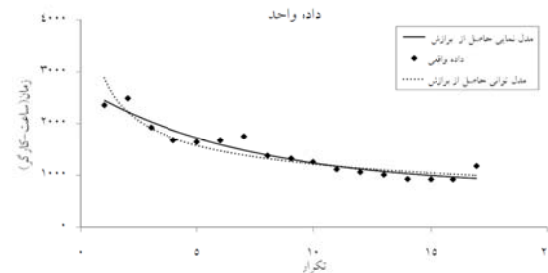
(ب): مجموعه L



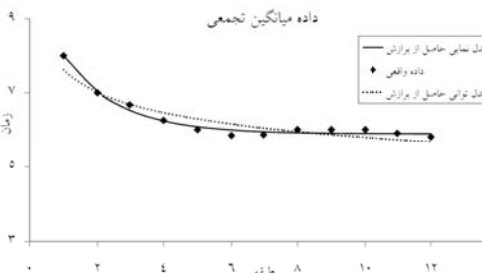
(الف): مجموعه L



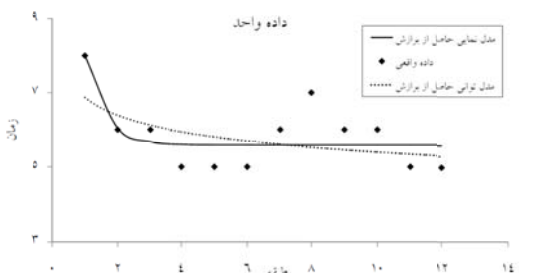
(ت): مجموعه M



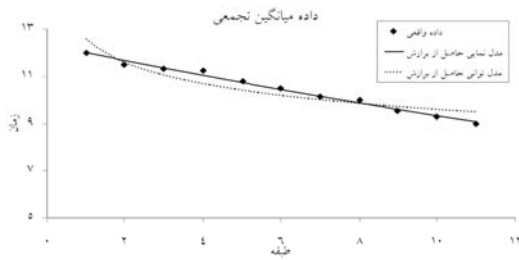
(پ): مجموعه M



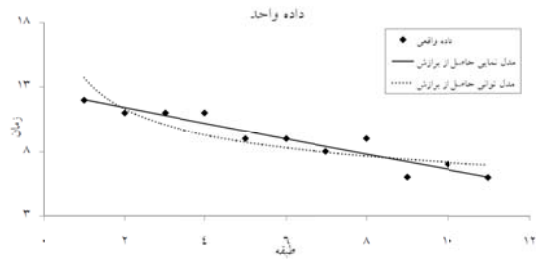
(ج): مجموعه N



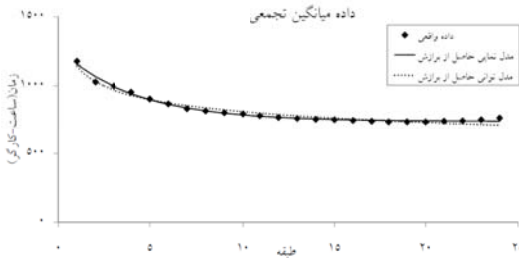
(ث): مجموعه N



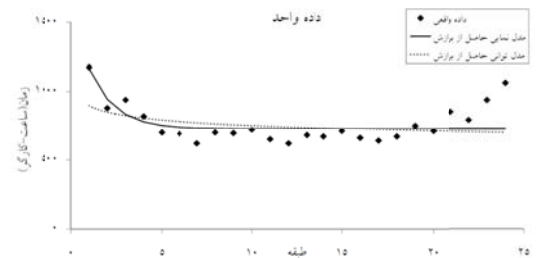
(ه): مجموعه O



(ج): مجموعه O

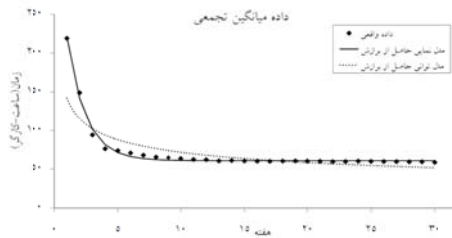


(د): مجموعه P

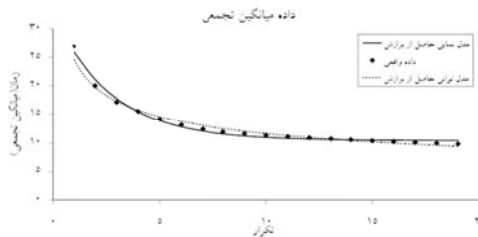


(خ): مجموعه P

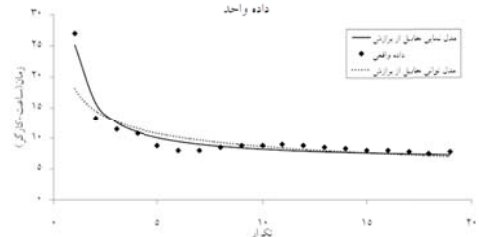
شکل ۸. برازش کل داده‌ها در مجموعه‌های L تا P توسط هر دو مدل و استفاده از داده واحد و داده میانگین تجمعی



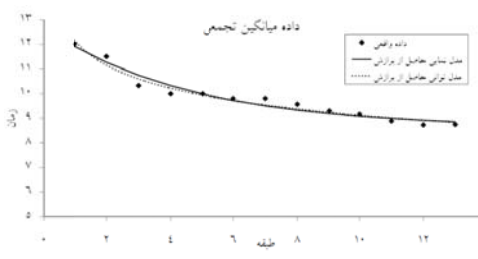
(ف): مجموعه Q



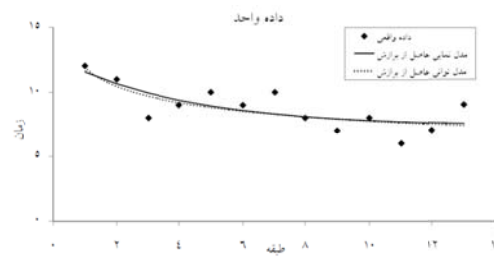
(پ): مجموعه R



(ب): مجموعه R

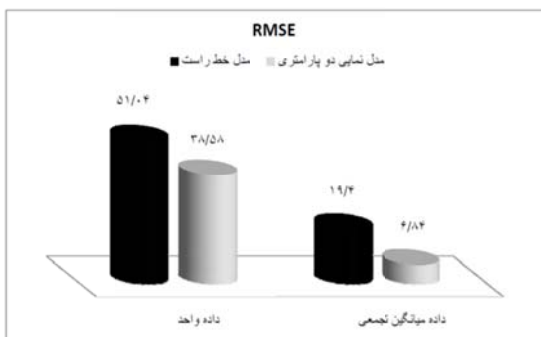


(ث): مجموعه S



(ت): داده‌های مجموعه S

شکل ۹. برازش کل داده‌ها در مجموعه‌های Q تا S توسط هر دو مدل و استفاده از داده واحد و داده میانگین تجمعی (ادامه)



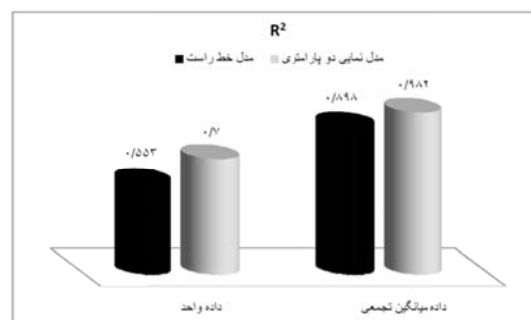
شکل ۱۱. میانگین مقادیر RMSE حاصل از برازش کل داده‌ها بین کل مجموعه‌ها توسط دو مدل

۶. ارزیابی توانایی مدل‌ها در پیش‌بینی زمان فعالیت‌ها

در این بخش، توانایی پیش‌بینی مدل‌ها در دو حالت استفاده از داده واحد و داده میانگین تجمعی و با هدف پیش‌بینی مجموع زمان تکرارهای باقیمانده از فعالیت، مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور درصدهای مختلفی از کل داده‌ها (به ترتیب از حدود ۱۵٪ تا ۸۵٪) برای ایجاد مدل استفاده می‌شوند. علت انتخاب محدوده (۱۵٪ تا ۸۵٪) این است که اولاً برای برازش و ایجاد یک مدل با n پارامتر حداقل $n+1$ داده لازم است. بنابراین برای مدل توانی، با ۳ داده و برای مدل نمایی، با ۴ داده عمل برازش را شروع کرده‌ایم و چون در اکثر مجموعه داده‌ها تعداد تکرارها کم است این تعداد از داده حدود ۱۵٪ کل داده‌های مجموعه می‌شود. دوم آن که پیش‌بینی باقیمانده تکرارهای فعالیت، زمانی که از پیشرفت فعالیت بیش از ۸۵٪ گذشته باشد از نظر کاربردی و عملی ارزش زیادی نخواهد داشت. زیرا در عمل نیاز به پیش‌بینی در ابتدای پروژه بسیار بیشتر، با ارزش‌تر و چالش برانگیزتر می‌باشد. این داده‌ها به عنوان داده‌های گذشته می‌باشند. با برازش این داده‌ها توسط روش LSCFA [۱۰، ۱۳]، بهترین مدلی که توانسته داده‌های گذشته را برازش کند بدست می‌آید و پیش‌بینی تکرارهای باقیمانده از فعالیت با این فرض که داده‌ها همان روند را ادامه می‌دهند، توسط آن مدل انجام می‌شود. هدف از انجام پیش‌بینی در درصدهای مختلف از پیشرفت فعالیت آن است که می‌خواهیم یک موازنه‌ای بین دقت پیش‌بینی و درصد پیشرفت فعالیت انجام دهیم و در تشخیص زمان مناسب استفاده از منحنی یادگیری برای پیش‌بینی با اطمینان بیشتری عمل کنیم. برای ارزیابی این پیش‌بینی از دو پارامتر RMSE و E_p [۱۰] استفاده می‌کنیم. رابطه (۱۵) پارامتر E_p را نشان می‌دهد.

به طور کلی بهتر بودن توان برازش مدل نمایی دو پارامتری نسبت به مدل خطی می‌تواند به این دلیل باشد که تعداد پارامترهای این مدل یکی بیشتر از پارامترهای مدل خطی می‌باشد. Farghal و Everett [۴] در تحقیق خود نیز به این مطلب اشاره می‌کند که تعجب‌آور نیست که مدل درجه ۳ همبستگی بهتری با داده‌های گذشته داشته باشد، چراکه هرچقدر درجه چندجمله‌ای بالاتر باشد توانایی برازش بالاتری دارد. همچنین Flavio و Michel [۲۵] در تایید این نتیجه بیان می‌کنند منحنی‌های یادگیری از نوع نمایی در مقایسه با مدل‌های لگاریتمی-خطی بر پارامترهای بیشتر و کامل‌تری تکیه دارند که این پارامترها مدل را قادر می‌سازند اطلاعات بیشتری در رابطه با روند یادگیری اکیپ‌های کاری استخراج کنند.

نتیجه دیگر آن است که هر دو مدل در برازش داده‌های میانگین تجمعی نسبت به داده واحد بهتر عمل می‌کنند و این به دلیل قدرت هموار کردن داده‌ها توسط داده‌های میانگین تجمعی است. به عبارت دیگر نوسان داده‌ها در حالت داده واحد بیشتر است و موجب می‌شود مدل‌ها برازش ضعیف‌تری داشته باشند. Thomas [۱۱] نیز در تحقیق خود با توجه به بالاتر بودن مقادیر R^2 برای حالت استفاده از داده میانگین تجمعی نسبت به داده واحد، بیان می‌کند توانایی برازش مدل‌ها (۵ مدل بررسی شده در آن تحقیق) با استفاده از داده میانگین تجمعی بیشتر است. Farghal و Everett [۴] در تحقیق خود در برازش داده‌های ۶۰ مجموعه داده توسط مدل خطی و با استفاده از داده واحد مقدار R^2 را ۰/۶۱ بدست می‌آورد و در مقاله این مقدار با ۰/۹ اختلاف ۰/۵۵۳ بدست آمده. یکی از دلایل این اختلاف، قطعاً تفاوت در مجموعه داده‌های مورد تحلیل در مقاله است.



شکل ۱۰. میانگین مقادیر R^2 حاصل از برازش کل داده‌ها بین کل مجموعه‌ها توسط دو مدل

می گیرد. پارامترهای مدل های پیش بینی بدست آمده از برازش این ۸ داده در جدول (۳) مشخص است. سپس زمان ۹ تکرار باقیمانده از فعالیت توسط مدل ها پیش بینی می شود و با جمع آن ها، مجموع زمان تکرارهای باقیمانده از فعالیت بدست می آید. جدول (۴) و شکل (۱۲) و روند پیش بینی توسط دو مدل را برای مجموعه L و استفاده از داده واحد نشان می دهد. در مرحله بعد با محاسبه پارامترهای ارزیابی (R^2 ، RMSE و E_p) هم خوب بودن برازش مدل ها با داده های گذشته و هم توانایی پیش بینی آن ها سنجیده و بررسی می شود.

$$E_p(\%) = \frac{\sum_{i=m}^n y_i - \sum_{i=m}^n y'_i}{\sum_{i=m}^n y_i} \times 100 \quad (15)$$

در رابطه (۱۵) y_i = مقدار واقعی زمان در تکرار i ام y'_i = مقدار پیش بینی شده توسط مدل در تکرار i ام می باشد. برای روشن تر شدن مطلب، روش کار را برای داده های مجموعه L شرح می دهیم. فرض می کنیم ۸ تکرار از فعالیت انجام شده است. بنابراین تعداد داده های گذشته ما که از آن برای ایجاد بهترین مدل پیش بینی کننده استفاده می کنیم ۸ است ($m=8$). با توجه به اینکه فعالیت مجموعه L، ۱۷ بار تکرار می شود ۵۰٪ $n=17$ می باشد. یعنی پیش بینی پس از پیشرفت ۵۰٪ از فعالیت انجام

جدول ۳. پارامترهای مدل های ایجاد شده از برازش تعداد m داده برای مجموعه L

داده واحد						
مدل توانی (خط راست)			مدل نمایی دو پارامتری			
تعداد داده برازش شده (m)	A	n	نرخ یادگیری (%)	A	B	C
۴	۱۳۰/۰۳	-۰/۰۵۸	۹۶/۰۶	۲۱/۱	-۰/۴۷۲	۱۱۶/۸۳
۵	۱۲۹/۱۳	-۰/۰۴۳	۹۷/۰۶	۲۵/۲۳	-۱/۰۵۱	۱۲۱/۳
۶	۱۲۶/۵۱	-۰/۰۰۷	۹۹/۵۲	۲۶۱/۰۲	-۳/۹۱	۱۲۴/۷۸
۷	۱۳۲/۶۱	-۰/۰۷۷	۹۴/۸۰	۸۱۷/۲۴	-۰/۰۰۳۸	-۶۸۳/۶۵
۸	۱۳۲/۳۹	-۰/۰۷۵	۹۴/۹۳	۴۹۶/۶۸	-۰/۰۰۵۵	-۳۶۴/۲۸
۱۰	۱۳۲/۳۵	-۰/۰۷۸	۹۴/۷۴	۲۹/۵۵	-۰/۱۵۹	۱۰۴/۸۷
۱۲	۱۳۵/۱۳	-۰/۰۹۸	۹۳/۴۳	۳۱۴/۰۵	-۰/۰۰۸۲	-۱۸۲/۳۳
۱۳	۱۳۲/۸۵	-۰/۰۸۳	۹۴/۴۱	۳۰/۹۶	-۰/۱۶۵	۱۰۴/۲۴
۱۴	۱۳۶/۰۵	-۰/۱۰۳	۹۳/۱۱	۲۲۶/۴۴	-۰/۰۱۰۵	-۹۵/۴۴

جدول ۴. پیش بینی زمان تکرارها توسط هر دو مدل با استفاده از ۸ تکرار اول

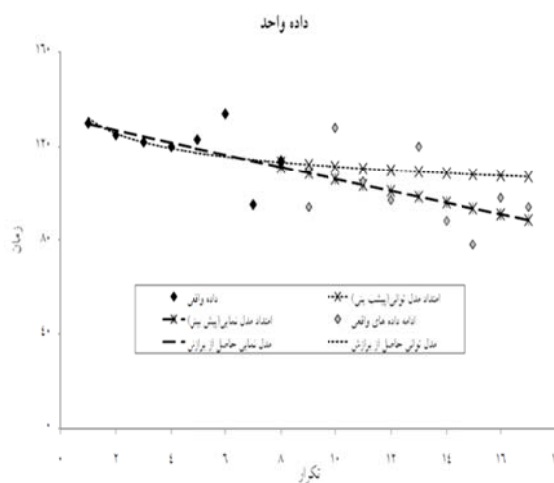
شماره تکرار	زمان واقعی (واحد)	زمان پیش بینی شده توسط مدل خطی	زمان پیش بینی شده توسط مدل نمایی دو پارامتری
۱	۱۳۰	$y = 132/39x^{-0/075}$	$y = 496/68e^{-0/005x} - 364/28$
۲	۱۲۵		
۳	۱۲۲		
۴	۱۲۰		
۵	۱۲۳		
۶	۱۳۴		
۷	۹۵		

۱۱۱/۱۷	۱۱۳/۲۷	۱۱۴	۸
۱۰۸/۵۹	۱۱۲/۲۸	۹۴	۹
۱۰۶/۰۱	۱۱۱/۳۹	۱۲۸	۱۰
۱۰۳/۴۵	۱۱۰/۰۶	۱۰۵	۱۱
۱۰۰/۰۹	۱۰۹/۸۸	۹۷	۱۲
۹۸/۳۷	۱۰۹/۲۲	۱۲۰	۱۳
۹۵/۸۵	۱۰۸/۶۲	۸۸	۱۴
۹۳/۳۴	۱۰۸/۰۶	۷۸	۱۵
۹۰/۸۵	۱۰۷/۵۳	۹۸	۱۶
۸۸/۳۷	۱۰۷/۰۵	۹۴	۱۷
۸۸۵/۷۴	۹۸۴/۶۲	۹۰۲	مجموع زمان ۹ تکرار باقیمانده
-۱/۸	۹/۱۶	-	$E_p(\%)$ (۱۷-۹)
۱۶/۱۳	۱۸/۹۴	-	RMSE پیش‌بینی
۱۱/۸۲	۱۲/۲۴۳	-	RMSE برازش

است. اما در مجموعه Q با توجه به یکسان بودن انحراف از استاندارد داده‌ها در دو حالت داده واحد و داده میانگین تجمعی، فقط از داده‌های میانگین تجمعی استفاده شده. زیرا در این مجموعه داده‌ها در هر دو حالت داده واحد و داده میانگین تجمعی پراکندگی یکسانی دارند و بنابراین نتایج تحلیل در هر دو حالت بسیار نزدیک خواهد بود.

برای ارزیابی و مقایسه توانایی مدل‌ها در پیش‌بینی و همچنین مقایسه استفاده از دو روش داده واحد و داده میانگین تجمعی، میانگین پارامترهای ارزیابی بین تمام مقادیر m در هر مجموعه و سپس بین کل مجموعه‌ها محاسبه شده و در شکل‌های (۱۳) و (۱۴) به صورت نمودارهای میله‌ای آمده است که نتایج زیر را در ارزیابی توانایی پیش‌بینی مدل‌ها و همچنین مقایسه دو روش داده واحد و داده میانگین تجمعی نشان می‌دهد.

با توجه به نتایج ارائه شده می‌توان گفت مدل نمای دو پارامتری در پیش‌بینی مجموع زمان تکرارهای باقیمانده از فعالیت که با پارامتر E_p سنجیده شد بهتر از مدل خط راست عمل می‌کند و زمانی که از داده‌های میانگین تجمعی استفاده شود برتری مدل نمای محسوس‌تر می‌باشد. این در حالی است که خطای پیش‌بینی مجموع زمان تکرارهای باقیمانده از فعالیت، زمانی که از داده‌های واحد استفاده شود کمتر از استفاده از داده میانگین تجمعی می‌باشد. Farghal و Everett [۱۲] نیز در تحقیق خود به این نتیجه رسیدند که داده واحد دقیق‌ترین پیش‌بینی و داده میانگین تجمعی بدترین پیش‌بینی را نتیجه می‌دهند.



شکل ۱۲. داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده توسط هر دو مدل برای مجموعه L

پارامتر E_p خطای پیش‌بینی کل زمان باقیمانده از فعالیت را نشان می‌دهد و پارامتر RMSE در حقیقت میزان همبستگی داده‌های واقعی و داده‌های پیش‌بینی شده را نشان می‌دهد. این دو پارامتر در مواردی می‌توانند نتایج عکس یکدیگر را نشان دهند. جدول (۵) مقادیر بدست‌آمده این پارامترها را برای مجموعه L و در حالت استفاده از داده واحد نشان می‌دهد. کلیه مراحل شرح داده شده، برای تمام مجموعه داده‌ها و همچنین در دو حالت استفاده از داده واحد و داده میانگین تجمعی به‌طور یکسان انجام گرفته

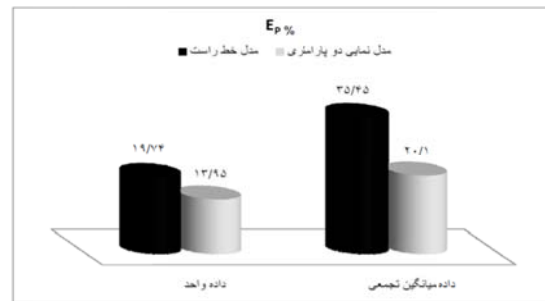
جدول ۵. نتایج حاصل از ارزیابی پیش‌بینی و برازش داده‌ها توسط هر دو مدل برای مجموعه L داده واحد

مدل توانی (خط راست)					مدل نمایی دو پارامتری					تعداد داده برازش شده (m)	
برازش		پیش‌بینی		برازش		پیش‌بینی					
Ep (%)	RMSE	R ²	Ep (%)	RMSE	R ²	Ep (%)	RMSE	R ²	Ep (%)	RMSE	R ²
۱۱/۴	۲۲/۸۴	۰/۳	۷/۹۵	۱۸/۶۵	۰/۳۶۶	۱۱/۴	۲۲/۸۴	۰/۳	۷/۹۵	۱۸/۶۵	۰/۳۶۶
۱۶/۹۲	۲۷/۵۴	۰/۲۷۳	۱۲/۲۸	۲۱/۸۵	۰/۲۹۸	۱۶/۹۲	۲۷/۵۴	۰/۲۷۳	۱۲/۲۸	۲۱/۸۵	۰/۲۹۸
۲۳/۵۴	۳۲/۳۱	۰/۱۰۱۷	۲۳/۱۳	۳۰/۰۲	۰/۱۱۲	۲۳/۵۴	۳۲/۳۱	۰/۱۰۱۷	۲۳/۱۳	۳۰/۰۲	۰/۱۱۲
-۵/۵۹	۱۶/۳۲	۰/۲۶۸	۷/۶۸	۱۷/۴۹	۰/۲۵۶	-۵/۵۹	۱۶/۳۲	۰/۲۶۸	۷/۶۸	۱۷/۴۹	۰/۲۵۶
-۱/۸	۱۶/۱۳	۰/۲۰۳	۹/۱۶	۱۸/۹۴	۰/۱۹	-۱/۸	۱۶/۱۳	۰/۲۰۳	۹/۱۶	۱۸/۹۴	۰/۱۹
۱۱/۴	۲۱/۴	۰/۱۹۴	۱۰/۹۹	۱۸/۷۷	۰/۱۸۹	۱۱/۴	۲۱/۴	۰/۱۹۴	۱۰/۹۹	۱۸/۷۷	۰/۱۸۹
-۰/۰۸	۲۰/۳۸	۰/۱۸۵	۸/۴۵	۲۰/۳۴	۰/۲۱	-۰/۰۸	۲۰/۳۸	۰/۱۸۵	۸/۴۵	۲۰/۳۴	۰/۲۱
۱۹/۲	۳۷/۷۲	۰/۲۹۸	۱۸/۲۶	۲۵/۶۷	۰/۳۱	۱۹/۲	۳۷/۷۲	۰/۲۹۸	۱۸/۲۶	۲۵/۶۷	۰/۳۱
۶/۶۵	۲۰/۱	۰/۵۷۴	۱۳/۶۳	۲۶/۴۲	۰/۵۹۱	۶/۶۵	۲۰/۱	۰/۵۷۴	۱۳/۶۳	۲۶/۴۲	۰/۵۹۱
۱۰/۷۳	۲۳/۸۶	---	۱۲/۳۹	۲۲/۰۱	---	۱۰/۷۳	۲۳/۸۶	---	۱۲/۳۹	۲۲/۰۱	---

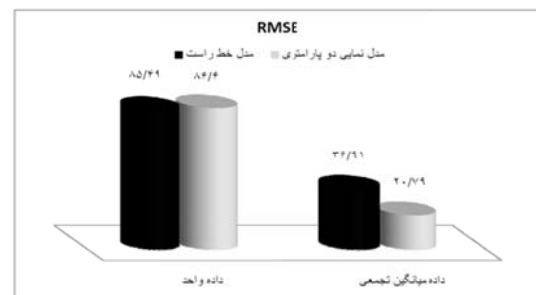
پارامتر RMSE به طور میانگین در بین ۸ مجموعه و در حالت استفاده از داده واحد برای هر دو مدل مقادیر یکسانی را نتیجه می‌دهد. اما زمانی که از داده‌ها به صورت میانگین تجمعی استفاده شود مدل نمایی دو پارامتری به طور قابل ملاحظه‌ای مقادیر کمتری را نتیجه می‌دهد. بنابراین باز هم این نتیجه را می‌توان گرفت که به نظر می‌رسد با توجه به خصوصیات داده‌های میانگین تجمعی و فرضیات حاکم بر مدل نمایی دو پارامتری استفاده از این مدل برای داده میانگین تجمعی مناسب‌تر می‌باشد و نتایج بهتری خواهد داشت.

۷. خلاصه و نتیجه‌گیری

به طور کلی هدف اصلی در این مقاله ارزیابی توانایی و کاربرد پیش‌بینی زمان فعالیت‌های تکرار شونده ساخت توسط منحنی‌های یادگیری می‌باشد که با روش تحقیق اتخاذ شده و جمع‌آوری مجموعه داده‌های مناسب مورد بررسی قرار گرفت. مدل کلاسیک خطی به همراه مدل نمایی دو پارامتری و همچنین دو روش نمایش داده‌ها یعنی روش داده واحد و روش داده میانگین تجمعی در این ارزیابی به کار رفتند. در این مقاله مدل نمایی دو پارامتری برای اولین بار در فعالیت‌های ساخت مورد ارزیابی قرار گرفت و با توجه به ویژگی‌ها و فرضیات حاکم بر مدل، که علت انتخاب این مدل نیز بود، نتایج مناسبی را به همراه داشت. نتایج نشان داد که در برازش کل داده‌های هر مجموعه، مدل نمایی دو پارامتری هم در استفاده از داده‌ها به صورت داده واحد و هم به صورت داده میانگین تجمعی، برازش بهتری را نسبت به مدل خطی انجام می‌دهد و برای داده‌های میانگین تجمعی به دلیل هموار بودن داده‌ها و نوسان کمتر و همچنین



شکل ۱۳. میانگین مقادیر Ep بین کل مجموعه‌ها برای هر دو مدل و استفاده از هر دو روش نمایش داده‌ها



شکل ۱۴. میانگین مقادیر RMSE بین کل مجموعه‌ها برای هر دو مدل و استفاده از هر دو روش نمایش داده‌ها

Everett و Farghal [۱۰] مقدار E_p را در بین ۶۰ مجموعه برای مدل خطی و با استفاده از داده‌های واحد پس از گذشت ۳۰ درصد از فعالیت بین ۱۵٪ تا ۲۰٪ بدست می‌آورد که با نتیجه بدست آمده در مقاله ($E_p=19/74$) مطابقت دارد. از سوئی دیگر،

- [6] Arditi, D., Tokdemir, B., "Effect of learning in line-of-balance scheduling." Int. J. Proj. Manage., vol. 19, no. 5, pp. 265-277. 2001.
- [7] Lam, K.C., Donald, L., Tiesong, Hu., "Understanding the effect of the learning-forgetting phenomenon to duration of projects construction", Int. J. project management. Vol, 19, pp. 411-420. 2001.
- [8] Teplitz, C.J., Amor, J.P., "Improving CPM's accuracy using learning curves, Project Management Journal". Vol. 24, no. 4, 1993.
- [9] Norfleet, D.A., "Loss of learning in disruption claims." Int. Transactions No. CDR 10, The Association for the Advancement of Cost Engineering, Washington, D.C. 2004.
- [10] Farghal, S.H., Everett, J.G. "Learning curve: Accuracy in predicting future performance." J. Constr. Eng. Manage., vol. 123, no.1, pp. 41-45. 1997.
- [11] Thomas, H.R., Mathews, C.T., Ward, J.G., "Learning curve models of construction productivity." J. Constr. Eng. Manage., vol. 112, no.2, pp. 245-258. 1986.
- [12] Everett, J.G., Farghal, S.H., "Data presentation for predicting performance with learning curve models." J. Constr. Eng. Manage, vol. 123, no.1, pp.46-52. 1997.
- [13] Cheung, S.O., Wong, P.S.P, Cliff, H., "Embodying Learning Effect in Performance Prediction" J. Constr. Eng. Manage, vol. 133, no.6, pp.474- 482. 2007.
- [14] Jimmie, H.P.E. Svetlana, O., "Empirical Analysis of the Learning Curve Principle in Prestressed Concrete Piles" J. Constr. Eng. Manage., vol. 135, no. 5, pp.425-431. 2009
- [15] Dong, C.J. "Effects of design on buildability." M. Eng. thesis, Nanyang Technological Univ., Singapore. 1996.
- ویژگی‌های مدل نمایی، این برتری محسوس‌تر است. یعنی مدل نمایی دو پارامتری بهتر می‌تواند اثر یادگیری را روی روند تغییرات داده‌ها به‌خصوص داده‌های میانگین تجمعی توصیف کند. همچنین مدل نمایی دو پارامتری در پیش‌بینی مجموع زمان تکرارهای باقیمانده از فعالیت بهتر از مدل خط راست عمل می‌کند و زمانی که از داده‌های میانگین تجمعی استفاده شود برتری مدل نمایی محسوس‌تر می‌باشد. به عبارت دیگر اگر از داده‌های میانگین تجمعی برای پیش‌بینی زمان مجموع تکرارهای باقیمانده فعالیت استفاده شود، مدل نمایی دو پارامتری خطای کمتری دارد. همچنین در مقایسه توانایی پیش‌بینی با استفاده از داده واحد و داده میانگین تجمعی نتایج نشان داد زمانی که هدف، پیش‌بینی مجموع زمان تکرارهای باقیمانده از فعالیت باشد بهتر است برای ایجاد مدل پیش‌بینی کننده از داده‌های واحد استفاده کنیم. به‌طور کلی مقادیر خطای پیش‌بینی در استفاده از مدل‌های پیش‌بینی کننده منحنی یادگیری بالا می‌باشد و در این مقاله در محدوده ۱۵٪ تا ۳۵٪ قرار دارد و این مقدار خطا برای بسیاری از اهداف پیش‌بینی و یا تصمیم‌گیری‌ها بالا و در بسیاری موارد به‌خصوص در تخمین‌های اولیه مناسب می‌باشد.

مراجع

- [1] Abdulaziz, M.J., "Critical Investigation into the Applicability of the Learning Curve Theory to Rebar Fixing Labor Productivity" J. Constr. Eng. Manage., vol. 136, no. 12, pp. 1279-1288. 2010.
- [2] Thomas, H.R., "Construction Learning Curves" J. Constr. Eng. Manage., vol. 14, no. 1, pp. 14-20. 2009.
- [3] Couto, J.P., Teixeira, J.C., "Using linear model for learning curve effect on high-rise floor construction." Constr. Manage. Econom., vol. 23, no. 4, pp. 355-364. 2005.
- [4] Everett, J.G., Farghal, S., "Learning curve predictors for construction field operations." J. Constr. Eng. Manage., vol. 120, no.3, pp. 603-616. 1994.
- [5] Corlett, E.N., Morcombe, V.J., "Straightening out the learning curve." Personnel Mgmt., vol. 2, no. 6, pp. 14-19. 1970.

- [26] Mazur, J.E., Hastie, R., "Experience learning and accumulation: A re-examination of the learning curve." Psychol. Bull., vol. 85, no.6, pp. 1256-1274. 1978.
- [27] Everett, J.G., Slocum, A.H., "CRANIUM: Device for improving safety and productivity." J. Constr. Engrg. and Mgmt., ASCE, vol. 119, no. 1, pp. 23-39. 1993.
- [16] Touran, A., Burkhart, A.F., Qabbani, Z.S., "Learning curve application in formwork construction, associated schools of construction." Proc., 24th Annual Conf., Calif. Polytechnic State Univ., San Luis Obispo, Calif., pp. 20-24. 1988.
- [17] Abdulaziz, M.J., Horner, M., "Revisiting the applicability of learning curve theory to formwork labour productivity" J. Construction Management and Economics., vol.29, no.5, pp. 483-493. 2011.
- [18] Lutz, J., Halpin, D., Wilson, J., "Simulation of learning development in repetitive construction." J. Constr. Eng. Manage., vol.12 0, no.4, pp. 753-773. 1994.
- [19] Wright, T.P., "Factors affecting the cost of airplanes." J. Aeronaut. Sci., vol.3, no.4, pp. 122-128. 1936.
- [20] Wideman, R.M., "Applying resource loading, production and learning curves to construction: A pragmatic approach." Can. J. Civ. Eng., vol. 21, no.6, pp. 939-953. 1994.
- [21] An improved rationale and mathematical explanation of the progress curve in airframe production. Stanford Res. Inst., Stanford, Calif. 1949.
- [22] Carlson, J.G., "Cubic learning curves: Precision tool for labor estimating." Manufact. Engrg. Mgmt., vol. 71, no.5, pp. 22-25. 1973.
- [23] United Nations Committee on Housing Building and Planning. "Effect of repetition on building operations and processes on site." ST/ECE/HOU/14, United Nations, New York. 1965.
- [24] Adib, M.H., Simaan, M.A., Daniel, W.H., "Modeling And Simulating Learning Development in onstruction". J. Constr. Eng. Manage., vol. 118, no.4, pp. 685-700. 1992.
- [25] Michel, J.A, Flavio, S.F., "Learning curve models and applications: Literature review and research directions." Int. J. Industrial Ergonomics, pp. 1-11. 2011.