

A Comparison of Make-to-Stock and Make-to-Order Policies in Perishable Products Supply Chain with Queuing Theory

E. Teimoury, F. Jolai* & T. Hashemi

Ebrahim Teimoury, Associate Professor of industrial engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

Fariborz Jolai, Professor of Industrial Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

Tahere Hashemi, MS.C of industrial engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

KEYWORDS:

Perishable product,
Supply chain,
Make to order,
Make to stock,
Queuing Theory

ABSTRACT

Manufacturers face customer pressure to improve quality, customize products and reduce delivery delay and also different costs of production systems. These conflicting objectives have motivated to many researches about the choice between make-to-stock and make-to-order policies. However, a few studies have compared them in perishable products supply chain. In this paper, make-to-stock and make-to-order policies are studied and compared in a two-stage supply chain of perishable products with exponential life time by using of queuing theory. After deriving steady state equations, system performance measures are calculated and mathematical models are developed to minimize total cost. Optimal solutions are obtained by enumeration and direct search techniques. The sensitivity analysis of the model is performed by a numerical example.

* Corresponding author: Fariborz Jolai

Email: Fjolai@ut.ac.ir

مقایسه سیاست‌های ساخت برای انبارش و ساخت برای سفارش در زنجیره تأمین کالاهای فاسدشدنی با استفاده از نظریه صف

ابراهیم تیموری، فریبرز جولای* و طاهره هاشمی

کلمات کلیدی

کالای فاسدشدنی،
زنجیره تأمین،
ساخت برای انبارش،
ساخت براساس سفارش
نظریه صف

چکیده

توجه روزافزون به خواسته‌های مشتریان برای تحویل سریع کالا و سفارشی‌سازی آن، از یک سو و هزینه‌های مختلف سیستم‌های تولیدی از سوی دیگر، انتخاب سیاست تولید را به یکی از مسائل مهم برای مدیران صنایع تبدیل کرده است. از این رو مطالعات زیادی در زمینه انتخاب از بین دو سیاست ساخت برای انبارش و ساخت برای سفارش صورت گرفته است. با این وجود حجم کمی از مقالات به بررسی زنجیره تأمین کالای فاسدشدنی و تعیین سیاست بهینه تولید در آن پرداخته‌اند. پژوهش پیش‌رو به بررسی و مقایسه این دو سیاست در زنجیره تأمین دو سطحی کالای فاسدشدنی با طول عمر نمایی پرداخته و از مبنای نظریه صف برای مدل‌سازی سیستم بهره گرفته است. به این ترتیب با بررسی شرایط زنجیره در حالت پایدار و بدست آوردن معادلات تعادلی، معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم محاسبه شده و مدل‌های ریاضی توسعه می‌یابند. برای حل مدل‌های پیشنهادی از روش جستجوی مستقیم استفاده شده و تحلیل حساسیت با بررسی مثال عددی صورت گرفته است.

دکتر ابراهیم تیموری، دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران؛ Teimoury@iust.ac.ir

* نویسنده مسئول مقاله: دکتر فریبرز جولای، استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه تهران؛ Fjolai@ut.ac.ir

طاهره هاشمی، کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران؛ hashemi_961@yahoo.com

۱. مقدمه

یک سیستم تولیدی را می‌توان به عنوان چیدمانی از وظایف و فرآیندها برای تبدیل مواد خام یا محصولات نیمه‌ساخته به محصولات نهایی تعریف کرد [۱]. سیستم‌های تولیدی با توجه به معیارهای مختلف دسته‌بندی می‌شوند. به عنوان مثال براساس معیار حجم تولید به سه دسته سیستم‌های تولید انبوه، تولید دسته‌ای و تولید کارگاهی تقسیم می‌شوند. یکی از معیارهای مهم برای دسته‌بندی سیستم‌های تولیدی، نحوه انجام سفارشات است. بر این اساس سه نوع سیستم تولیدی را می‌توان تمیز داد: ساخت برای انبارش^۱ (MTS)، ساخت برای سفارش^۲ (MTO) و حالت ترکیبی این دو [۲]. این استراتژی‌ها به عنوان سیاست‌های رقابتی شناخته شده‌اند و در بسیاری موارد انتخاب از بین آن‌ها به مشخصات محصول وابسته است [۳].

در گذشته، شرکت‌های بسیاری بر اساس سیاست ساخت برای انبارش یا استراتژی فشاری^۳ عمل می‌کردند [۳]. در این شیوه، محصولات بر اساس پیش‌بینی تقاضا، تولید شده و برای پاسخ‌گویی به سفارشات آتی انبارش می‌شوند. کاهش زمان و هزینه آماده‌سازی ماشین‌آلات و افزایش سطح خدمت به مشتریان از جمله مزایای این شیوه است. با این وجود، اگر تنوع محصولات بالا باشد، استفاده از سیستم ساخت برای انبارش منجر به افزایش هزینه‌های نگهداری می‌شود. همچنین در حالتی که تقاضا تغییرات زیادی دارد یا چرخه عمر محصول کوتاه است، ریسک بالایی وجود خواهد داشت. این ریسک هزینه‌ای و همچنین افزایش تنوع محصولات، سبب گرایش مدیران تولید به سیستم ساخت برای سفارش یا استراتژی کششی^۴ شد. فرآیند ساخت برای سفارش، زمانی آغاز می‌شود که سفارشی از سوی مشتری رسیده باشد. در این حالت به دلیل حذف موجودی، احتمال مواجهه بنگاه با ریسک مالی کاهش و در مقابل زمان انتظار مشتریان افزایش می‌یابد [۲]. لازم به ذکر است که برخی بنگاه‌های تولیدی نیز برای بهره‌مندی از مزایای هر دو سیاست ساخت برای انبارش و ساخت برای سفارش، از سیاست ترکیبی MTS/MTO استفاده می‌کنند.

با توجه به اهمیت موضوع تصمیم‌گیری برای انتخاب MTS یا MTO در سیستم‌های تولیدی، مطالعات بسیاری در زمینه بررسی و مقایسه این دو سیاست انجام گرفته و روش‌های مختلفی در حل مسائل و بهینه‌سازی این سیستم‌ها به کار رفته‌اند.

برای اولین بار، پاپ [۴]، مقایسات هزینه‌ای ساده بین دو سیاست MTS و MTO را برای یک مدل موجودی غیر قطعی تک محصولی ساده با لیدتایم صفر مطرح کرد. ویلیامز [۵]، با طرح تعدادی سوال مشخص کرد که چه محصولاتی باید به صورت ساخت برای انبارش

تولید شوند و اهمیت انتخاب ساخت برای سفارش در کسب و کارهای خاص چگونه است. او با در نظر گرفتن تقاضای احتمالی برای یک سیستم چندمحصولی و با تخمین صف M/G/M به کمینه‌سازی مجموع هزینه‌ها پرداخت.

کار و همکاران [۶]، تصمیم‌گیری برای انتخاب MTS یا MTO را بر اساس طبقه‌بندی ABC انجام دادند.

لی [۷]، اثرات رقابت بازار و رفتار مشتریان بر اساس قیمت و کیفیت را بر انتخاب سیاست تولیدی مورد بررسی قرار داد. او با در نظر گرفتن سیستمی تک محصولی با تقاضای احتمالی به بهینه‌سازی احتمالی با افق زمانی محدود پرداخت. آرولا ریسو و دکرویس [۸]، تصمیم‌گیری برای انتخاب سیاست تولید را برای حالت تک ماشین بر اساس سیستم صف M/G/1 بررسی کردند. راجاگوپالان [۹]، یک سیستم تولید چند محصولی با تقاضای احتمالی، زمان آماده‌سازی، سیاست مرور پیوسته و محدودیت سطح سرویس برای محصولات در نظر گرفت. او یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیر خطی را توسعه داده و با یک الگوریتم ابتکاری کارا حل کرد.

اوها و همکاران [۱۰]، مدل ارائه شده در [۸] را توسعه دادند، به نحوی که علاوه بر مشخص کردن شرایط بهینه انتخاب، سطوح بهینه موجودی پایه در حالت MTS تعیین می‌شود. آن‌ها یک سیستم تولید تک مرحله‌ای با تقاضا و زمان فرآیند احتمالی را به صورت مدل صف M/E_r/1 بررسی کردند. کومار و همکاران [۱۱]، در یک مطالعه موردی، تحلیل سرمایه‌گذاری سود و زیان جامع برای سیاست MTS در مقابل MTO ارائه دادند. در این مطالعه، با استفاده از شبیه‌سازی گسسته پیشامد، یک برنامه کاربردی پشتیبان تصمیم برای پیش‌بینی مدت زمان تحویل و سودمندی یک بخش در زنجیره تأمین ارائه شده است.

نعیم و همکاران [۱۲]، به ارزیابی ارزش فعلی خالص سیستم‌های تولید MTS و MTO پرداختند. این مطالعه، تاثیر استفاده از ارزش فعلی خالص را روی انتخاب پارامترهای سیاست سفارشی در یک سیستم برنامه‌ریزی و کنترل تولید نشان می‌دهد. زائوپور و همکاران [۱۳]، یک روش ترکیبی نوین براساس تحلیل SWOT و فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی^۵ (AHP) در محیط فازی به منظور تعیین سیاست تولید انبارش یک محصول معرفی کردند.

جوای و قزل‌ارسلان [۲]، یک سیستم تولید انبارش چند محصولی با تقاضا و زمان تولید تصادفی را با فرض امکان تولید محصولات معیوب در دو حالت بازرسی بدون تأخیر و با تأخیر در نظر گرفته و با استفاده از تئوری صف شرایط بهینه در انتخاب حالت ساخت برای سفارش یا ساخت برای انبارش را بررسی کردند.

زائوپور و همکاران [۱]، یک رویکرد نوین ترکیبی شامل فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی و روش تاپسیس در محیط فازی به منظور انتخاب سیاست تولید هر محصول معرفی کردند. آلتندر و همکاران [۱۴]،

¹ Make to stock

² Make to order

³ Push strategy

⁴ Pull strategy

⁵ Analytic Hierarchy Process

می‌شود. تولیدکننده به محض دریافت سفارش، تولید را آغاز می‌کند. تا زمانی‌که کار تولید بسته Q تایی به اتمام برسد، محصولات در انباری موقت نزد تولیدکننده نگهداری می‌شوند. به محض تکمیل، بسته Q تایی برای خرده‌فروش ارسال می‌گردد. مدت زمان تولید یک واحد محصول از توزیع نمایی با نرخ μ پیروی می‌کند، بنابراین مدت زمان تحویل سفارش به خرده‌فروش دارای توزیع ارلنگ $E(Q, \mu)$ خواهد بود. در این مسئله فرض شده است که مدت زمان ارسال سفارش در مقابل مدت زمان تولید بسته Q تایی، ناچیز است. زنجیره تأمین مورد بررسی در شکل (۱) نشان داده شده است.

محصولات طول عمر محدودی دارند که از توزیع نمایی با نرخ θ پیروی می‌کند. شرایط تولید به گونه‌ای است که فساد محصول در حین تولید رخ نمی‌دهد، بلکه فقط در انبار خرده‌فروش و انبار تولیدکننده امکان فساد وجود دارد.

به منظور جلوگیری از پیچیدگی مدل صف، تابع توزیع مدت زمان بین دو درخواست متوالی در حالت پایدار بررسی می‌شود. هدف، یافتن مقادیر بهینه سطح سفارش مجدد r و اندازه سفارش Q با توجه به معیار کمینه‌سازی هزینه‌ها است.

۲-۱. تجزیه و تحلیل سیستم در حالت پایدار

زنجیره تأمین مورد بررسی می‌تواند توسط یک فرآیند مارکوف شبه تولد و مرگ با حالت (i, j) توصیف شود. زنجیره مارکوف پیوسته $\{ (i, j), 0 \leq i \leq r+Q, 0 \leq j \leq (Q-1) \}$ را در نظر می‌گیریم که در آن i معرف تعداد کالاها موجود در انبار خرده‌فروش و j معرف تعداد کالاها موجود در انبار تولیدکننده یا به عبارتی مرحله j ام از توزیع ارلنگ مربوط به مدت زمان تحویل سفارش است. تغییر حالت سیستم در موارد زیر رخ می‌دهد:

- ۱- ورود یک مشتری به سیستم با نرخ λ
- ۲- فاسد شدن یک واحد کالا در انبار خرده‌فروش با نرخ $i\theta$
- ۳- تولید یک واحد کالا توسط تولیدکننده با نرخ μ
- ۴- فساد یک واحد کالا در انبار تولیدکننده با نرخ $j\theta$
- ۵- تکمیل بسته Q تایی (با تولید آخرین محصول) با نرخ μ و ارسال به خرده‌فروش

به دلیل محدود بودن ظرفیت انبارها، دیگر نیازی به بررسی شرایط پایایی سیستم نیست، زیرا سیستم ممکن نیست به سمت ناپایداری (صف بی‌نهایت) میل کند. برای محاسبه احتمالات حدی $\pi_{(i,j)}$ ماتریس مولد زنجیره مارکوف را بدست می‌آوریم،

$$Q_1 = \begin{pmatrix} A_0 & \dots & C & & & \\ B_1 & A_1 & \dots & & & \\ & \ddots & \ddots & & & \\ & & B_r & A_r & & \\ & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & B_Q & A_Q \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & B_{r+Q} & A_{r+Q} \end{pmatrix} \quad (1)$$

به مقایسه دو سیاست MTS و MTO در یک سیستم تولیدی چندمحصولی با موعد تحویل‌های مختلف پرداخته و با بررسی آن به صورت یک سیستم صف، مدل ریاضی به منظور کمینه‌سازی هزینه موجودی کالای نهایی و فروش معوقه توسعه دادند.

با بررسی ادبیات موضوع مشاهده می‌شود که در حوزه تصمیم‌گیری برای انتخاب سیاست MTS یا MTO، اکثر مطالعات، محصولات با طول عمر نامحدود را در نظر گرفته‌اند. درحالی‌که کالاهای با عمر کوتاه و فاسدشدنی همواره یکی از مسائل زنجیره تأمین می‌باشند که بیشترین چالش‌ها را برای مدیریت زنجیره به وجود می‌آورند. این چالش‌ها عمدتاً به علت تنوع در تعداد این کالاها، نیازهای خاص برای ردیابی و پیگیری جریان کالا در طول زنجیره تأمین، عمر کم محصولات و نیاز به کنترل دما در زنجیره تأمین بروز می‌کنند [۱۵]. در سالهای اخیر به دلیل پیشرفت در فناوری، بازارهای رقابتی شدید و مشتریان سخت‌گیر، تعداد کالاهای فاسدشدنی بسیار بیشتر از قبل شده است. بنابراین، مدیریت زنجیره تأمین کارآمد در خصوص کالاهای فاسدشدنی اهمیت بالایی دارد [۱۶].

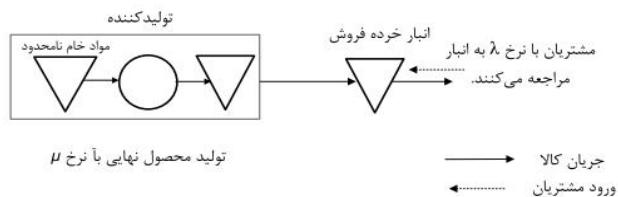
با توجه به شکاف تحقیقاتی موجود در ادبیات موضوع و همچنین اهمیت نگهداری موجودی در سیستم‌های تولید، توزیع و فروش کالای فاسدشدنی، مقاله حاضر به بررسی و مقایسه سیاست‌های ساخت برای انبارش و ساخت برای سفارش در زنجیره تأمین دو سطحی کالای فاسدشدنی با طول عمر نمایی پرداخته و از مبانی نظریه صف برای بهینه‌سازی سیستم بهره گرفته است.

در ادامه مقاله، در دو بخش مجزا به تشریح مسئله در هر دو سیاست ساخت برای انبارش و ساخت برای سفارش پرداخته و در هر بخش، زنجیره به صورت یک سیستم صف بررسی می‌شود. پس از مطالعه رفتار سیستم در حالت پایدار و محاسبه معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم، مدل‌های ریاضی با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های زنجیره توسعه می‌یابند. در نهایت با حل یک مثال عددی به مقایسه نتایج و تحلیل حساسیت مدل‌ها پرداخته، پارامترهای موثر در انتخاب هر یک از دو سیاست فوق مشخص شده و نتیجه‌گیری ارائه می‌گردد.

۲. زنجیره تأمین با استراتژی تولید MTS

زنجیره تأمین مورد بررسی شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش است، که یک نوع کالای فاسدشدنی را به مشتریان عرضه می‌کنند. تولیدکننده به منابع نامحدود مواد خام دسترسی دارد. مشتریان این زنجیره از یک جمعیت نامحدود و بر اساس فرآیند پواسون با نرخ λ به خرده‌فروش مراجعه کرده و در صورت وجود کالا در انبار، آن را دریافت می‌کنند. در غیر این صورت تقاضای آنها به صورت فروش از دست رفته خواهد بود.

خرده‌فروش برای تکمیل موجودی انبار که ظرفیت محدود N دارد، بر اساس سیاست مرور پیوسته عمل می‌کند. بدین ترتیب هرگاه سطح موجودی به مقدار r رسید، مقدار Q واحد محصول سفارش داده



شکل (۱): زنجیره تأمین با استراتژی تولید ساخت برای انبارش

$$(\lambda + (r + Q)\theta)\pi_{(i,j)} = \mu\pi_{(i-Q,Q-1)}, \quad i \leq r + Q - 1, j = 0 \quad (14)$$

با حل معادلات فوق، احتمالات حدی سیستم محاسبه شده و می توان معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم را محاسبه کرد.

۲-۲. معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم

در این بخش تعدادی از ابعاد عملکرد سیستم را در حالت پایداری محاسبه می کنیم. این معیارها در محاسبه تابع مجموع هزینه کل سیستم مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

- متوسط سطح موجودی در انبارها

اگر $E(I_1)$ را برابر با متوسط سطح موجودی در انبار تولیدکننده و $E(I_2)$ را متوسط سطح موجودی در انبار خرده فروش در حالت حدی بدانیم، خواهیم داشت:

$$E(I_1) = \sum_{i=0}^{r+Q-1} \sum_{j=1}^{Q-1} j \pi_{(i,j)} \quad (15)$$

$$E(I_2) = \sum_{j=0}^{Q-1} \sum_{i=1}^{r+Q} i \pi_{(i,j)} \quad (16)$$

- متوسط تعداد کالاهای فاسدشده در واحد زمان در انبارها

اگر $E(P_1)$ و $E(P_2)$ به ترتیب نشان دهنده متوسط تعداد کالاهای فاسدشده در واحد زمان در انبار تولیدکننده و خرده فروش باشند، خواهیم داشت:

$$E(P_1) = \sum_{i=0}^{r+Q-1} \sum_{j=1}^{Q-1} j \theta \pi_{(i,j)} \quad (17)$$

$$E(P_2) = \sum_{i=1}^{r+Q} \sum_{j=0}^{Q-1} i \theta \pi_{(i,j)} \quad (18)$$

- نرخ سفارش دهی خرده فروش به تولیدکننده

صدور سفارش Q تایی به تولیدکننده زمانی انجام می شود که به دلیل فساد یک محصول در انبار خرده فروش یا تکمیل سفارش یک مشتری، سطح موجودی در انبار به مقدار r برسد.

بنابراین نرخ سفارش دهی مجدد $E(R)$ ، از رابطه زیر بدست می آید:

هر یک از زیرماتریس های A_i ، B_i و C ، مربعی هستند و از زیرماتریس های دیگری تشکیل شده اند. این ماتریس ها در بخش ضمایم آمده اند. بردار احتمالات حدی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\pi = [\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{r+Q}] \quad (2)$$

به طوری که:

$$\pi_i = [\pi_{(i,0)}, \pi_{(i,1)}, \dots, \pi_{(i,Q-1)}] \quad (3)$$

احتمال $\pi_{(i,j)}$ از حل معادلات حاصل از ضرب ماتریسی $\pi Q_i = 0$ و برقراری شرط $\sum_{i=0}^{r+Q} \pi_i = 1$ قابل محاسبه است. پس از حل معادلات تعادلی، می توان معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم را بدست آورد. معادلات تعادلی به شرح زیر هستند:

$$\mu\pi_{(i,j)} = \theta\pi_{(i,j+1)} + (\lambda + \theta)\pi_{(i+1,j)}, \quad i = 0, j = 0 \quad (4)$$

$$(\mu + j\theta)\pi_{(i,j)} = (\lambda + \theta)\pi_{(i+1,j)} + (j+1)\theta\pi_{(i,j+1)} + \mu\pi_{(i,j-1)}, \quad i = 0, 1 \leq j \leq Q-2 \quad (5)$$

$$(\mu + (Q-1)\theta)\pi_{(i,j)} = (\lambda + \theta)\pi_{(i+1,j)} + \mu\pi_{(i,j-1)}, \quad i = 0, j = Q-1 \quad (6)$$

$$(\mu + \lambda + i\theta)\pi_{(i,j)} = \theta\pi_{(i,j+1)} + (\lambda + (i+1)\theta)\pi_{(i+1,j)}, \quad 1 \leq i \leq r, j = 0 \quad (7)$$

$$(\mu + \lambda + (i+j)\theta)\pi_{(i,j)} = (j+1)\theta\pi_{(i+1,j)} + \mu\pi_{(i,j-1)} + (\lambda + (i+1)\theta)\pi_{(i+1,j)}, \quad 1 \leq i \leq r-1, 1 \leq j \leq Q-2 \quad (8)$$

$$(\mu + (Q-1)\theta + \lambda + i\theta)\pi_{(i,j)} = (\lambda + (i+1)\theta)\pi_{(i+1,j)} + \mu\pi_{(i,j-1)}, \quad 1 \leq i \leq r-1, j = Q-1 \quad (9)$$

$$(\mu + j\theta + \lambda + r\theta)\pi_{(i,j)} = (j+1)\theta\pi_{(i+1,j)} + \mu\pi_{(i,j-1)}, \quad i = r, 1 \leq j \leq Q-2 \quad (10)$$

$$(\mu + (Q-1)\theta + \lambda + r\theta)\pi_{(i,j)} = \mu\pi_{(i,j-1)}, \quad i = r, j = Q-1 \quad (11)$$

$$(\lambda + i\theta)\pi_{(i,j)} = (\lambda + (i+1)\theta)\pi_{(i+1,j)}, \quad r+1 \leq i \leq Q-1, j = 0 \quad (12)$$

$$(\lambda + i\theta)\pi_{(i,j)} = \mu\pi_{(i-Q,Q-1)} + (\lambda + (i+1)\theta)\pi_{(i+1,j)}, \quad Q \leq i \leq r+Q-1, j = 0 \quad (13)$$

۳. زنجیره تأمین با استراتژی تولید MTO

زمانی که کلیه عملیات تولید به زمان سفارش مشتری موکول می‌شود، تشکیل صف انتظار مشتریان اجتناب‌ناپذیر است. در این حالت مسئولیت تولید محصول به سطح دوم زنجیره منتقل می‌شود. به عبارت دیگر زنجیره تأمین مورد بررسی، شامل یک تأمین‌کننده مواد اولیه و یک تولیدکننده است.

تأمین‌کننده به منابع نامحدود مواد خام دسترسی دارد. مشتریان برای دریافت محصول نهایی به تولیدکننده مراجعه کرده و در صورت وجود مواد اولیه در انبار و ظرفیت خالی در محل انتظار سیستم، در صف قرار می‌گیرند. در غیر این صورت تقاضای آنها از دست می‌رود. تولیدکننده بر اساس سیاست مرور پیوسته (r, Q) ، به تکمیل موجودی انبار مواد اولیه با ظرفیت محدود N می‌پردازد. بدین ترتیب هرگاه سطح موجودی به مقدار r رسید، مقدار Q واحد محصول سفارش داده می‌شود. تأمین‌کننده پس از مدت زمانی که برای بسته‌بندی صرف می‌شود، بسته Q تایی را به تولیدکننده تحویل می‌دهد. مدت زمان لازم برای آماده‌سازی و بسته‌بندی سفارش، از توزیع نمایی با نرخ β پیروی می‌کند. سایر فرضیات مانند شرایط MTS است. زنجیره تأمین مورد بررسی در شکل (۲) نشان داده شده است.

۳-۱. تجزیه و تحلیل سیستم در حالت پایدار

زنجیره تأمین در این حالت می‌تواند توسط یک فرآیند مارکوف شبه تولد و مرگ با حالت (i, j) توصیف شود. زنجیره مارکوف پیوسته $\{i, j, 0 \leq i \leq r+Q, 0 \leq j \leq N\}$ را در نظر می‌گیریم که در آن i معرف تعداد کالاهای موجود در انبار تولیدکننده و j معرف تعداد مشتریان حاضر در سیستم است.

تغییر حالت سیستم در موارد زیر رخ می‌دهد:

- ۱- ورود یک مشتری به سیستم، با نرخ λ
- ۲- تکمیل خدمت توسط تولیدکننده با نرخ μ
- ۳- فساد یک واحد کالا در انبار تولیدکننده، که در صورت حضور مشتری در سیستم، نرخ انتقال برابر با $(i-1)\theta$ و در غیر این صورت برابر با $i\theta$ خواهد بود. زیرا در صورت حضور حداقل یک مشتری در سیستم، یک واحد کالا در جریان تولید قرار می‌گیرد.
- ۴- بازپرسازی انبار تولیدکننده توسط تأمین‌کننده، با نرخ β

به دلیل محدود بودن ظرفیت سیستم، دیگر نیازی به بررسی شرایط پایایی نیست، زیرا سیستم نمی‌تواند به سمت ناپایداری (صف بی‌نهایت) میل کند.

در ادامه برای محاسبه احتمالات حدی $\pi_{(i,j)}$ باید ماتریس مولد زنجیره مارکوف را بدست آوریم:

$$E(R) = (\lambda + (r+1)\theta)\pi_{(r+1,0)} \quad (19)$$

- متوسط تعداد تقاضاهای از دست رفته در واحد زمان

نرخ فروش از دست رفته $E(S)$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$E(S) = \lambda \sum_{j=0}^{Q-1} \pi_{(0,j)} \quad (20)$$

۳-۲. مدل ریاضی پیشنهادی

در این بخش، مدل ریاضی با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های زنجیره ارائه می‌شود. تابع هدف مجموع هزینه‌های زیر خواهد بود: هزینه نگهداری کالای نیمه‌ساخته در دو انبار تولیدکننده و خرده‌فروش، هزینه ثابت سفارش‌دهی، هزینه فساد محصول در هر یک از دو انبار و هزینه فروش از دست رفته. مدل ریاضی پیشنهادی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Min } TC = & ch_1 E(I_1) + ch_2 E(I_2) + c_1 E(P_1) \\ & + c_2 E(P_2) + f_1 E(R) + c_s E(S) \end{aligned} \quad (21)$$

Subject to:

$$r + Q \leq S \quad (22)$$

$$Q \geq r + 1 \quad (23)$$

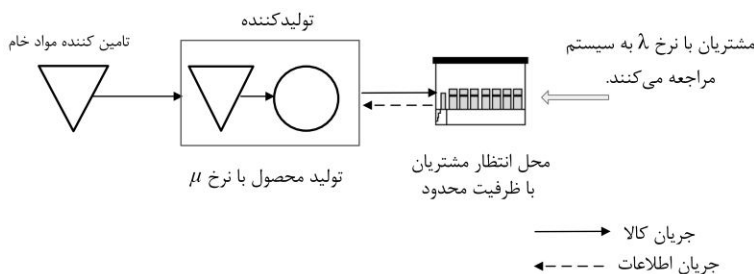
$$r, Q \geq 0 \quad (24)$$

پارامترهای مورد استفاده در مدل ریاضی به شرح زیر هستند:

ch_1	هزینه نگهداری یک واحد محصول در واحد زمان در انبار تولیدکننده
ch_2	هزینه نگهداری یک واحد محصول در واحد زمان در انبار خرده‌فروش
c_1	هزینه فساد یک واحد محصول در انبار تولیدکننده
c_2	هزینه فساد یک واحد محصول در انبار خرده‌فروش
f_1	هزینه ثابت سفارش‌دهی
c_s	هزینه یک واحد فروش از دست رفته
S	ماکزیمم ظرفیت انبار خرده‌فروش

محدودیت اول نشان می‌دهد مقادیر r و Q باید به گونه‌ای تعیین شوند که مجموع آنها (ماکزیمم سطح موجودی) از مقدار ثابت S کوچکتر باشد.

شرط $Q \geq r+1$ نیز اطمینان می‌دهد که پس از بازپرسازی، سطح موجودی همیشه بالاتر از سطح سفارش مجدد خواهد بود. در غیر این صورت سفارش مجدد غیر ممکن بوده و دچار کمبود دائمی خواهیم شد.



شکل (۲): زنجیره تأمین با استراتژی تولید ساخت بر اساس سفارش

$$(\lambda + (i-1)\theta + \mu)\pi_{(i,j)} = \lambda\pi_{(i,j-1)} + \mu\pi_{(i+1,j+1)} + i\theta\pi_{(i+1,j)}, \quad r+1 \leq i \leq Q-1, 1 \leq j \leq N-1 \quad (34)$$

$$((i-1)\theta + \mu)\pi_{(i,j)} = \lambda\pi_{(i,j-1)} + i\theta\pi_{(i+1,j)}, \quad r+1 \leq i \leq Q-1, j = N \quad (35)$$

$$(\lambda + i\theta)\pi_{(i,j)} = (i+1)\theta\pi_{(i+1,j)} + \mu\pi_{(i+1,j+1)} + \beta\pi_{(i-Q,j)}, \quad Q \leq i \leq r+Q-1, j = 0 \quad (36)$$

$$(\lambda + (i-1)\theta + \mu)\pi_{(i,j)} = \lambda\pi_{(i,j-1)} + \mu\pi_{(i+1,j+1)} + i\theta\pi_{(i+1,j)} + \beta\pi_{(i-Q,j)}, \quad Q \leq i \leq r+Q-1, 1 \leq j \leq N-1 \quad (37)$$

$$((i-1)\theta + \mu)\pi_{(i,j)} = \lambda\pi_{(i,j-1)} + i\theta\pi_{(i+1,j)} + \beta\pi_{(i-Q,j)}, \quad Q \leq i \leq r+Q-1, j = N \quad (38)$$

$$(\lambda + i\theta)\pi_{(i,j)} = \beta\pi_{(i-Q,j)}, \quad i = r+Q, j = 0 \quad (39)$$

$$(\lambda + (i-1)\theta + \mu)\pi_{(i,j)} = \lambda\pi_{(i,j-1)} + \beta\pi_{(i-Q,j)}, \quad i = r+Q, 1 \leq j \leq N-1 \quad (40)$$

$$(\mu + (i-1)\theta)\pi_{(i,j)} = \lambda\pi_{(i,j-1)} + \beta\pi_{(i-Q,j)}, \quad i = r+Q, j = N \quad (41)$$

۳-۲. معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم

معیارهای ارزیابی سیستم در حالت پایدار به شرح زیر است:

- متوسط سطح موجودی در انبار مواد اولیه تولیدکننده

$$E(I) = \sum_{i=1}^{r+Q} \sum_{j=0}^N i\pi_{(i,j)} \quad (42)$$

متوسط تعداد کالاهای فاسدشده در واحد زمان در انبار تولیدکننده

$$E(P) = \sum_{i=1}^{r+Q} i\theta\pi_{(i,0)} + \sum_{i=2}^{r+Q} \sum_{j=1}^N (i-1)\theta\pi_{(i,j)} \quad (43)$$

$$Q_2 = \begin{pmatrix} D_0 & \dots & & F \\ E_1 & D_1 & \dots & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & E_r & D_r & \dots & & F \\ & & & \ddots & \ddots & & \\ & & & & E_Q & D_Q & \dots & \\ & & & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & & & E_{r+Q} & D_{r+Q} \end{pmatrix} \quad (25)$$

هر یک از زیرماتریس‌های D_i و E_i و F ماتریس‌های مربعی با بعد $N+1$ هستند، این ماتریس‌ها در بخش ضمایم آمده‌اند. بردار احتمالات حدی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi = [\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{r+Q}] \quad (26)$$

به طوری که:

$$\pi_i = [\pi_{(i,0)}, \pi_{(i,1)}, \dots, \pi_{(i,N)}] \quad (27)$$

احتمال $\pi_{(i,j)}$ از حل معادلات حاصل از ضرب ماتریسی $\pi Q_2 = 0$ و برقراری شرط $\sum_{i=0}^{r+Q} \pi_i = 1$ قابل محاسبه است. پس از حل معادلات تعادلی، می‌توان معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم را بدست آورد. معادلات تعادلی به شرح زیر هستند:

$$\beta\pi_{(i,j)} = \mu\pi_{(i+1,j+1)} + \theta\pi_{(i+1,j)}, \quad i = 0, j = 0 \quad (28)$$

$$\beta\pi_{(i,j)} = \mu\pi_{(i+1,j+1)}, \quad i = 0, 1 \leq j \leq N-1 \quad (29)$$

$$(\beta + \lambda + i\theta)\pi_{(i,j)} = \mu\pi_{(i+1,j+1)} + (i+1)\theta\pi_{(i+1,j)}, \quad 1 \leq i \leq r, j = 0 \quad (30)$$

$$(\beta + \lambda + \mu + (i-1)\theta)\pi_{(i,j)} = \lambda\pi_{(i,j-1)} + \mu\pi_{(i+1,j+1)} + i\theta\pi_{(i+1,j)}, \quad 1 \leq i \leq r, 1 \leq j \leq N-1 \quad (31)$$

$$(\beta + \mu + (i-1)\theta)\pi_{(i,j)} = \lambda\pi_{(i,j-1)} + i\theta\pi_{(i+1,j)}, \quad 1 \leq i \leq r, j = N \quad (32)$$

$$(\lambda + i\theta)\pi_{(i,j)} = \mu\pi_{(i+1,j+1)} + (i+1)\theta\pi_{(i+1,j)}, \quad r+1 \leq i \leq Q-1, j = 0 \quad (33)$$

- نرخ سفارش‌دهی تولیدکننده به تأمین‌کننده در واحد زمان

$$E(R) = \sum_{j=1}^N \mu \pi_{(r+1,j)} + \sum_{j=1}^N r \theta \pi_{(r+1,j)} + (r+1) \theta \pi_{(r+1,0)} \quad (44)$$

- متوسط تعداد تقاضاهای از دست رفته در واحد زمان

$$E(S) = \lambda \left(\sum_{i=1}^{r+Q} \pi_{(i,N)} + \sum_{j=0}^N \pi_{(0,j)} \right) \quad (45)$$

- میانگین مدت زمان انتظار مشتری در سیستم

در شرایطی که ظرفیت خالی در سیستم برای حضور مشتری جدید وجود نداشته باشد و همچنین در صورت عدم وجود کالا در انبار تولیدکننده، به مشتریان جدید اجازه ورود به سیستم داده نمی‌شود. بنابراین تقاضای آن‌ها از دست می‌رود. همانطور که مشاهده می‌شود در محاسبه نرخ ورود به این مسئله توجه شده است.

$$\bar{W} = \frac{L}{\lambda} \quad (46)$$

$$\bar{\lambda} = \lambda \left(1 - \sum_{i=1}^{r+Q} \pi_{(i,N)} - \sum_{j=0}^N \pi_{(0,j)} \right) \quad (47)$$

$$L = \sum_{i=0}^{r+Q} \sum_{j=1}^N j \pi_{(i,j)} \quad (48)$$

۳-۳. مدل ریاضی پیشنهادی

با استفاده از نمادگذاری و فرضیاتی که پیش از این مطرح شد مدل ریاضی زیر ارائه می‌شود:

$$\text{Min } TC(r, Q) = ch_1 E(I) + c_w W + c_1 E(P) + f_1 E(R) + c_s E(S) \quad (49)$$

Subject to:

$$\frac{1}{\tau \mu} \geq \bar{W} \quad (50)$$

$$r + Q \leq S \quad (51)$$

$$Q \geq r + 1 \quad (52)$$

$$r, Q \geq 0 \quad (53)$$

پارامترهای مورد استفاده در مدل ریاضی به شرح زیر هستند:

ch_1	هزینه نگهداری یک واحد ماده خام در واحد زمان
c_1	هزینه فساد یک واحد ماده خام در انبار تولیدکننده
f_1	هزینه ثابت سفارش‌دهی
c_s	هزینه یک واحد فروش از دست رفته
S	ماکزیمم ظرفیت انبار خرده‌فروش
c_w	هزینه انتظار مشتری در واحد زمان
τ	ضریب ثابت محدودیت میانگین مدت زمان انتظار مشتریان در صف

محدودیت (۵۰) مربوط به مدت زمان انتظار مشتریان در سیستم است. بر اساس این محدودیت، میانگین زمان انتظار مشتری نباید بیشتر از یک نسبت خاص از متوسط زمان تکمیل سفارش مشتری باشد. این نسبت خاص توسط ضریب τ وارد مدل می‌شود. مقدار عددی τ با توجه به خصوصیات مشتریان هر سیستم تعیین می‌گردد. این محدودیت نشان می‌دهد که مشتریان سیستم تا چه میزان انتظار برای سفارشی‌سازی محصول را قبول می‌کنند. سایر محدودیت‌ها مانند مدل قبلی است.

۴. نتایج محاسباتی

در مدل‌های ریاضی ارائه شده در این مقاله، با توجه به خاصیت بازگشتی احتمالات حدی (π)، نمایش تحذب و دستیابی به میزان بهینه تابع هدف کاری دشوار است. لذا با پیروی از مقالات مرتبط، از روش جستجوی مستقیم استفاده شده است. برای حل مثال عددی مطرح شده در این بخش، کدنویسی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB صورت گرفته است. مقادیر زیر برای پارامترهای مختلف در این مثال در نظر گرفته شده‌اند:

$$\lambda=1.6, \mu=3, ch_1=1.2, ch_2=1.2, c_1=3, c_2=3, c_s=15, f_1=10, \theta=0.8, S=10, N=10, c_w=2, \beta=7, \tau=0.04$$

با حل مثال عددی، برای استراتژی MTS، سطح سفارش مجدد بهینه $r^*=1$ و مقدار سفارش $Q^*=3$ بدست می‌آید. در این حالت هزینه کل برابر با ۲۳ خواهد بود.

برای استراتژی MTO، سطح سفارش مجدد بهینه $r^*=1$ مقدار سفارش $Q^*=4$ و هزینه کل برابر با ۱۹/۸ خواهد بود.

همانطور که مشاهده می‌شود در مثال مورد بررسی، استراتژی MTO بهتر عمل کرده است. با توجه به اینکه سه پارامتر نرخ ورود، نرخ تولید و نرخ فساد محصول در مقالات مرجع به عنوان مهمترین و تاثیرگذارترین پارامترها مطرح شده‌اند، در ادامه به تحلیل حساسیت نتیجه بدست آمده می‌پردازیم.

تأثیر تغییرات نرخ مراجعه مشتریان بر هزینه کل زنجیره

در استراتژی تولید MTO، افزایش نرخ ورود مشتری منجر به افزایش بهره‌گیری از سیستم و در نتیجه افزایش طول صف و زمان انتظار مشتری می‌شود. بنابراین طبیعی به نظر می‌رسد که با افزایش اشتغال سیستم، هزینه کل خدمت‌دهی نیز افزایش یابد.

در سیستم تولیدی MTS نیز با افزایش نرخ ورود مشتری، احتمال کمبود و فروش از دست رفته و در نتیجه تعداد دفعات سفارش‌دهی افزایش می‌یابند. این عوامل منجر به افزایش متوسط هزینه کل در استراتژی تولید MTS می‌گردد. شکل (۳) تغییرات تابع هدف به ازای تغییرات نرخ ورود مشتریان را نشان می‌دهد.

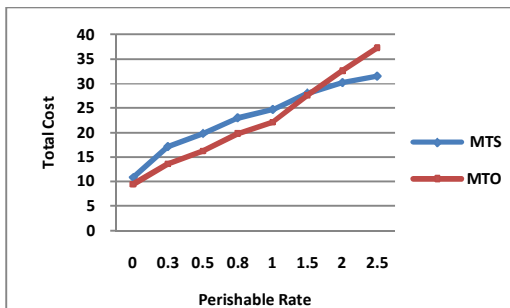
همانطور که مشاهده می‌شود، در مثال مورد بررسی، با افزایش نرخ

متوسط سطح موجودی انبار خرده‌فروش افزایش می‌یابد. بنابراین افزایش نرخ تولید تأثیر چندانی را بر کاهش هزینه‌های کل زنجیره در حالت MTS نشان نمی‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود در نرخ تولید پایین، استراتژی MTO دارای هزینه بسیار بالاتری نسبت به MTS است. دلیل این مسئله را می‌توان در افزایش طول صف و مدت زمان انتظار مشتریان و همچنین احتمال کمبود و فروش از دست رفته جستجو کرد.

تأثیر تغییرات نرخ فساد محصول بر هزینه کل زنجیره

شکل (۵) تأثیر تغییرات نرخ فساد محصول بر هزینه‌های کل زنجیره را نشان می‌دهد. با افزایش نرخ فساد محصول، هزینه‌های مربوط به آن در هر انبار افزایش می‌یابد. از سوی دیگر با کاهش سطح موجودی، احتمال کمبود و فروش از دست رفته و همچنین تعداد دفعات سفارش‌دهی افزایش می‌یابد. مجموعه این عوامل باعث افزایش هزینه‌های کل زنجیره در هر دو استراتژی MTS و MTO می‌گردد.

همانطور که مشاهده می‌شود، کمترین هزینه کل زمانی رخ می‌دهد که نرخ فساد محصول صفر بوده یا به عبارت دیگر محصول دارای طول عمر نامحدود باشد. در نرخ بالای فساد محصول، استراتژی MTS بهتر عمل می‌کند. دلیل این امر را می‌توان در افزایش احتمال کمبود موجودی و افزایش مدت زمان انتظار مشتریان برای بازپرسازی انبار دانست. عامل هزینه‌ای که در MTS وجود ندارد.

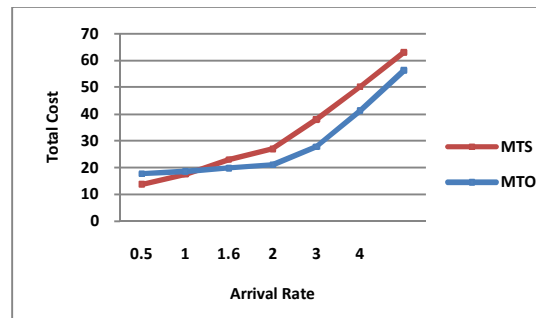


شکل (۵): تغییرات هزینه کل نسبت به پارامتر نرخ فساد محصول

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، با توجه به شکاف تحقیقاتی موجود در حوزه تصمیم‌گیری برای انتخاب سیاست MTS یا MTO در سیستم‌های تولیدی و همچنین اهمیت نگهداری موجودی در سیستم‌های تولید، توزیع و فروش کالای فاسدشدنی، سیاست‌های MTS و MTO در زنجیره تأمین دو سطحی کالای فاسدشدنی با طول عمر نمایی مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت و در این راستا از مبانی نظریه صف برای مدل‌سازی سیستم استفاده شد. بدین ترتیب در هر استراتژی، پس از در نظر گرفتن زنجیره تأمین به صورت یک سیستم صف و با بررسی

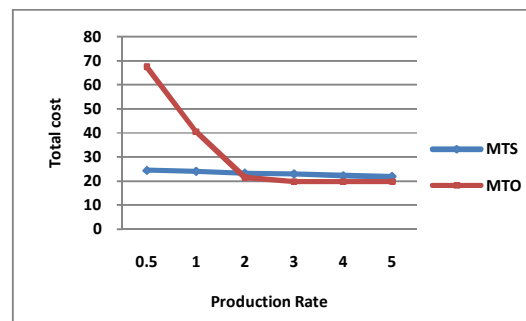
ورود، استراتژی MTO بهتر عمل کرده است. دلیل این امر را می‌توان در وجود صف انتظار مشتریان و همچنین کمتر بودن مدت زمان تحویل سفارش Q تایی به انبار در این حالت دانست، که با توجه به اینکه پارامتر هزینه‌ای مربوط به انتظار مشتری بسیار کمتر از هزینه فروش از دست رفته می‌باشد، هر دو عامل باعث احتمال کمبود و فروش از دست رفته کمتر نسبت به حالت MTS شده و از هزینه‌های بالای آن جلوگیری می‌کنند.



شکل (۳): تغییرات هزینه کل نسبت به پارامتر نرخ ورود مشتریان

اثر تغییرات نرخ تولید بر هزینه کل زنجیره

افزایش نرخ تولید در بسیاری از سیستم‌ها به افزایش نرخ خدمت به مشتری و رضایت مشتریان می‌انجامد. در استراتژی MTO، زمانی که کالای بیشتری در واحد زمان تولید می‌شود، مدت زمان تحویل سفارش کاهش می‌یابد، سفارشات مشتریان سریع‌تر پاسخ داده شده و طول صف انتظاری کم می‌شود. در نتیجه تعداد مشتریانی که به سیستم مراجعه کرده و با انبار خالی مواجه می‌شوند نیز کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر کمبود و در نتیجه فروش از دست رفته کمتری در واحد زمان رخ می‌دهد. مجموع این عوامل سبب کاهش هزینه کل زنجیره در حالت MTO می‌شود. شکل (۴) اثر افزایش نرخ تولید بر هزینه کل زنجیره در دو استراتژی را نشان می‌دهد.



شکل (۴): تغییرات هزینه کل نسبت به پارامتر نرخ تولید

در استراتژی MTS، افزایش نرخ تولید در سطح اول زنجیره سبب افزایش سرعت تحویل کالا به خرده‌فروش و در نتیجه کاهش احتمال کمبود و فروش از دست رفته می‌شود. اما چون نرخ ورود ثابت است،

نیست و با تغییر پارامترهای مختلف مسئله در صنایع مختلف تولیدی، می‌توان از مدل‌های ارائه شده برای تعیین سیاست تولید بهینه استفاده کرد.
زمینه‌های تحقیقات آتی عبارتند از:

- مقایسه سیاست‌های مرور پیوسته، مرور دائم و موجودی پایه برای تکمیل موجودی انبار در هر استراتژی
- مطالعه مسئله تولید ترکیبی MTS/MTO و تعیین نقطه نفوذ سفارش در زنجیره تأمین کالاهای فاسدشدنی
- در نظر گرفتن مشتریان بی‌حوصله و انصراف از ورود به سیستم با توجه به حالت آن یا انصراف از صف.

- Ohta H., Hirota T. & Rahim A., "Optimal Production - Inventory Policy for Make-to-order versus Make-to-stock Based on the M/E₁/1 Queuing Model", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 33, 2007, pp. 36-41.
- [11] Kumar S., Nottestad D. A., & Macklin J. F., "A Profit and Loss Analysis for Make-to-order versus Make-to-stock Policy - A Supply Chain Case Study", Engineering Economist, 52(2), 2007, PP. 141-156.
- [12] Naim M.M., Wikner J., & Grubbström R.W., "A Net Present Value Assessment of Make-to-order and Make-to-stock Manufacturing Systems", Omega, Vol. 35, Issue. 5, Oct. 2007, PP. 524-532.
- [13] Zaerpour N., Rabbani M., Gharehgozli A.H., & Tavakkoli-Moghaddam R., "Make-to-order or Make-to-stock Decision by a Novel Hybrid Approach", Advanced Engineering Informatics, vol. 22, 2008, PP. 186-201.
- [14] Altendorfer K., & Minner S., "a comparison of make to stock and make to order in multi product manufacturing systems with variable due dates", IIE Transactions, vol. 46, 2014, PP. 197- 212.

[۱۵] ایزد نگهدار، مریم، رنجبری، پروین، جعفری، شهرام؛ نوآوری در مدیریت زنجیره تأمین گوشت قرمز، اولین کنفرانس سالانه مدیریت، نوآوری و کارآفرینی، شیراز، بهمن ماه ۱۳۸۹.

[۱۶] نخعی، عیسی، میهمی، رضا؛ قیمت‌گذاری و کنترل موجودی به صورت توام برای کالاهای فاسدشدنی با در نظر گرفتن هزینه کمبود به صورت پس‌افت پاره‌ای، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، شماره ۴، جلد ۲۱، ص. ۱۶۸-۱۷۷. ۱۳۸۹

پیوست‌ها

زیر ماتریس‌های ماتریس مولد فرآیند مارکوف Q (استراتژی MTS) به صورت زیر هستند:

شرایط زنجیره در حالت پایدار و بدست آوردن معادلات تعادلی، معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم محاسبه و مدل ریاضی با هدف کاهش هزینه‌های کل زنجیره، توسعه و به منظور حل مدل‌های پیشنهادی از روش جستجوی مستقیم استفاده شد. با بررسی مثال عددی و تحلیل حساسیت جواب بدست آمده، مشاهده شد که سه پارامتر نرخ ورود، نرخ تولید و نرخ فساد محصول تاثیر بسیاری بر تصمیم‌گیری برای انتخاب از میان دو سیاست MTS و MTO دارند، به نحوی که با افزایش نرخ ورود و همچنین نرخ تولید، استراتژی MTO بهتر از MTS عمل کرده است. اما با افزایش نرخ فساد محصول، استراتژی MTS بهتر از MTO است. لازم به ذکر است که نتایج بدست آمده در قالب این مثال الزاما قابل تعمیم به همه شرایط

مراجع

- [۱] Zaerpour N., Rabbani M., Gharehgozli A. H., & Tavakkoli-Moghaddam R., "a comprehensive decision making structure for partitioning of make-to-order, make-to-stock and hybrid products", soft computing, vol. 13, 2008, pp. 1035-1054.
- [۲] جولای، فریبرز، قزل‌ارسلان، محمدرضا، مدلسازی انتخاب ساخت برای سفارش و ساخت به منظور انبارش در یک محیط ترکیبی، مجله علمی- پژوهشی مهندسی صنایع و مدیریت شریف، دوره ۱- ۲۷، شماره ۱، ص. ۴۷-۵۳. ۱۳۸۹
- [3] Gunalay Y., "efficient management of production-inventory system in a multi-item manufacturing facility: MTS vs. MTO", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 54, 2011, pp. 1179-1186.
- [4] Popp W., "Simple and Combined Inventory Policies, Production To Stock or To Order?", Management Science, 11(9), 1967, pp. 868-873.
- [5] Williams, T. M., "Special Products and Uncertainty in Production/ Inventory Systems", European Journal of Operation Research, vol. 15, 1984, pp. 46-54.
- [6] Carr S., Gullu R., Jackson P., & Muckstadt J. A., "An Exact Analysis of a Production-Inventory Strategy for Industrial Suppliers", Cornell University Operations Research and Industrial Engineering, 1993.
- [7] Li L., "The Role of Inventory in Delivery-Time Competition", management science, 38(2), 1992, pp. 182-197.
- [8] Arreola-risa A., & DeCroix G. A., "Make-to-order versus Make-to-stock in a Production-Inventory System with General Production Times", IIE transactions (Institute of Industrial Engineering), 30(8), 1998, pp. 705-713.
- [9] Rajagopalan S., "Make-to-order or Make-to-stock: Model and application", Management Science, 48(2), 2002, pp. 241-256.

$$D_{i_{(j+1)}} = \lambda \quad \text{for } j = 1, \dots, N$$

$$E_i = \begin{pmatrix} i\theta & & & & \\ \mu & (i-1)\theta & & & \\ & \mu & (i-1)\theta & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \mu & (i-1)\theta \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} \beta & & \\ & \ddots & \\ & & \beta \end{pmatrix}$$

(۴۵)

(۴۶)

(۴۷)

$$A_0 = \begin{pmatrix} -\mu & \mu & & & \\ \theta & -(\theta + \mu) & \mu & & \\ & 2\theta & -(2\theta + \mu) & \mu & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & (Q-1)\theta & -((Q-1)\theta + \mu) \end{pmatrix} \quad (۲۹)$$

$$A_{i_{(k,k+1)}} = (k-1)\theta \quad \text{for } k = 2, 3, \dots, Q \quad (۳۰)$$

$$i = 1, 2, \dots, r$$

$$A_{i_{(k,k+1)}} = \mu \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, Q-1 \quad (۳۱)$$

$$i = 1, 2, \dots, r$$

$$A_{i_{(k,k)}} = -(\mu + a + (i+k-1)\theta) \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, Q \quad (۳۲)$$

$$i = 1, 2, \dots, r$$

$$B_i = \begin{pmatrix} a+i\theta & & \\ & \ddots & \\ & & a+i\theta \end{pmatrix} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, r \quad (۳۳)$$

$$A_{i_{(1,i)}} = -(a+i\theta) \quad \text{for } i = (r+1), \dots, (r+Q) \quad (۳۴)$$

$$B_{i_{(1,i)}} = a+i\theta \quad \text{for } i = (r+1), \dots, (r+Q) \quad (۳۵)$$

$$C_{(Q,1)} = \mu \quad \text{for } i = (r+1), \dots, (r+Q) \quad (۳۶)$$

زیرماتریس‌های ماتریس مولد فرآیند مارکوف Q_2 در استراتژی MTO به شرح زیر هستند:

$$D_0 = \begin{pmatrix} -\beta & & \\ & \ddots & \\ & & -\beta \end{pmatrix} \quad (۳۷)$$

برای $i=1, \dots, r$ داریم:

$$D_{i_{(1,i)}} = -(\lambda + i\theta + \beta) \quad (۳۸)$$

$$D_{i_{(j,j)}} = -(\lambda + (i-1)\theta + \beta + \mu) \quad (۳۹)$$

$$\text{for } j = 2, \dots, N$$

$$D_{i_{(N+1,N+1)}} = -((i-1)\theta + \beta + \mu) \quad (۴۰)$$

$$D_{i_{(j,j+1)}} = \lambda \quad \text{for } j = 1, \dots, N \quad (۴۱)$$

برای $i=r+1, \dots, r+Q$ داریم:

$$D_{i_{(1,i)}} = -(\lambda + i\theta) \quad (۴۲)$$

$$D_{i_{(j,j)}} = -(\lambda + (i-1)\theta + \mu) \quad \text{for } j = 2, \dots, N \quad (۴۳)$$

$$D_{i_{(N+1,N+1)}} = -((i-1)\theta + \mu) \quad (۴۴)$$