



# **A Robust Model Based on Neural Network and Data Envelopment Analysis to Optimize Multi response Taguchi Under Uncertainty**

**Arash Alizadeh & Hashem Omrani\***

*Arash Alizadeh, M.Sc. Student of Industrial Engineering, Urmia University of Technology*

*Hashem Omrani, Assistant Professor of Industrial and Systems Engineering, Urmia University of Technology*

## **Keywords**

**Taguchi Method;  
Design of Experiments;  
Neural Network;  
Robust DEA**

## **ABSTRACT**

*Taguchi method is a common method for off-line quality control. This method is suitable in designing experiments and aims to choose the best level of parameters to produce high quality products. Taguchi approach initially was proposed to optimize a quality characteristic. However in real world problems more than a quality characteristic is a concern of both manufacturers and customers. So, multi-response Taguchi method was extended. In optimizing multi- response problems an optimizing method and engineering judgment is necessary to select the best combination of parameters. On the other hand, due to the existence of some uncontrollable factors or impossibility of implementing all the experiments, just some of them are implemented and a vast part of the results are incomplete. In this paper, a back-propagation neural network (BPNN) is used to estimate the results. Since, the results obtained through neural network are uncertain and their distribution is not clear, the robust data envelopment analysis approach (RDEA) is presented. The proposed model is implemented on a CO<sub>2</sub> laser cutting machine of Maral Sanat Company and the results are investigated.*

© 2017 IUST Publication, IJIEPM Vol. 28, No. 4, All Rights Reserved



## ارائه مدلی استوار بر مبنای شبکه عصبی و تحلیل پوششی داده‌ها برای بهینه‌سازی روش تاگوچی چند پاسخ در حالت عدم قطعیت داده‌ها در برش لیزر CO<sub>2</sub>

آرش علیزاده و هاشم عمرانی\*

### چکیده:

روش تاگوچی یک روش متداول برای کنترل کیفیت در حالت برون خطی است. این روش در صدد طراحی پارامتر و انتخاب بهترین سطح پارامترها برای طراحی بهتر روش تولید محصولات با کیفیت است. روش تاگوچی در ابتدا برای بهینه‌سازی مسائل تک پاسخ معرفی شد، در حالی که در مسائل دنیای واقعی بیشتر از یک شاخص کیفی مورد توجه تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان است. از این رو روش تاگوچی چند پاسخ توسعه داده شد. در روش تاگوچی چند پاسخ ما نیازمند به یک روش مهندسی و بهینه‌سازی برای قضاوت در مورد انتخاب بهترین ترکیب پارامترها هستیم. از سوی دیگر به علت وجود برخی عوامل غیرقابل کنترل و یا به علت امکان ناپذیر بودن اعمال تمام آزمایش‌ها، فقط برخی از آزمایش‌ها انجام می‌شود و قسمت اعظمی از نتایج ناتمام است. در این مقاله از روش شبکه عصبی پس‌خور برای حدس نتایج استفاده شده است. از آنجایی که نتایج و اعداد به دست آمده از شبکه عصبی دارای عدم قطعیت هستند و توزیع آن‌ها مشخص نیست، از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های استوار برای انتخاب بهترین ترکیب پارامترها استفاده گردیده است. مدل پیشنهادی این مقاله بر روی دستگاه برش لیزر CO<sub>2</sub> شرکت تریلر سازی مارال صنعت امتحان گردیده و نتایج مورد بررسی قرار گرفته است.

### کلمات کلیدی

روش تاگوچی،  
طراحی آزمایش‌ها،  
شبکه عصبی،  
تحلیل پوششی داده‌های  
استوار.

### ۱. مقدمه

در بین روش‌های مختلف ماشین‌کاری، برش لیزر یکی از پرکاربردترین روش‌های گرمایی است که قابلیت کاربرد برای انواع مواد را دارد. در برش لیزر ماده به وسیله تابش پرتو لیزر بر سطح قطعه کار به مایع و یا بخار تبدیل می‌شود [۱]. تابش پرتو لیزر موج یا لیزر باعث افزایش سرعت کار، خستگی کمتر مواد، قابلیت استفاده در انواع مواد، ضایعات کمتر، و قابلیت استفاده در مقیاس‌های کوچک مثل میکرو می‌باشد. هم‌چنین فواید فراوان دیگر مثل، تغییر شکل کمتر، راحتی کار، انعطاف‌پذیری، دقت بالا،

تاریخ وصول: ۹۳/۹/۱۷

تاریخ تصویب: ۹۶/۸/۸

آرش علیزاده، کارشناسی‌ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه.

[a.alizadeh@ine.uut.ac.ir](mailto:a.alizadeh@ine.uut.ac.ir)

\*نویسنده مسئول مقاله: هاشم عمرانی، استادیار گروه مهندسی صنایع،

دانشگاه صنعتی ارومیه. [h.omrani@uut.ac.ir](mailto:h.omrani@uut.ac.ir)

راحتی اتوماسیون، منطقه متأثر از لیزر در برش مواد در سیستم تولید شایع گردد. به همین خاطر، برش لیزر سطح وسیعی از فعالیت محققین را به خود اختصاص داده است.

تعدادی از محققین هم به صورت نظریه و هم با بررسی‌های عملی فرایند برش لیزر را گسترش دادند. در ادامه به بررسی تعدادی از این اقدامات توسط محققین خواهیم پرداخت. افزایش بهره‌وری و کیفیت و کاهش هزینه‌ها همواره مورد توجه تولیدکنندگان بوده است. برای نگهداری سطح بالای بهره‌وری و سطح قابل قبولی از کیفیت در برش قطعات، نیاز به تنظیم و انتخاب بهترین ترکیب پارامترهای تأثیرگذار در برش می‌باشیم. این پارامترها باعث تأثیر بر روی شاخص‌های میکروسکوپی برش مثل منطقه متأثر از گرما، عرض برش، گونیا بودن می‌باشند. در حقیقت، با در نظر گرفتن پارامترهای در مقدارهای مناسب شاخص‌های کیفی محصول برش خورده می‌تواند بهبود یابد. البته باید در نظر گرفت تنظیم پارامترها برای یک شاخص ممکن است بر کیفیت شاخص‌های دیگر تأثیر و

برش، ارتفاع براده‌های چسبیده به سطح و گونیا بودن در برش لیزر CO<sub>2</sub> به کمک تحلیل واریانس (ANOVA) را بررسی کردند. موهان و همکاران [۱۰] تحلیل پوششی داده‌ها و روش تاگوچی را برای بهینه‌سازی و تخمین محصولات هیدروژنی تخمیری و فرایند مواد آغشته به آب پیشنهاد کردند. این روش بهینه‌سازی چند شاخصه‌ی کیفی را به وسیله‌ی رویکرد پیشنهادی آن‌ها نشان داد. با مشاهده تحقیقات صورت گرفته متوجه می‌شویم که اکثر مطالعات انجام شده در برش لیزر Nd:YAG بوده است و همچنین در بررسی‌ها کمبود کار بر روی برش لیزر CO<sub>2</sub> و همچنین برش ماده فولادی با ضخامت بالا مشهود است. در این مقاله، بررسی اثرات پارامترهای برش روی شاخصه‌های کیفی عرض برش در بالا و گونیا بودن برش فولاد QSTDIN 37 در برش لیزر CO<sub>2</sub> با گاز کمکی اکسیژن به کار رفته است.

### ۳. روش تحقیق

#### ۳-۱. روش تاگوچی و طراحی آزمایش‌ها

روش تاگوچی یکی از قدرتمندترین روش‌های آماری بهبود کیفیت است. هدف این روش بهینه‌سازی تنظیمات پارامترها برای کاهش انحراف و تنوع در شاخصه‌های جواب است. عوامل اغتشاش (عوامل بیرونی، و یا عوامل نامطلوب تولیدی و ...) عوامل نامطلوب موجب انحراف هستند که کنترل آن‌ها یا هزینه‌بر است و یا غیرقابل کنترل هستند [۱۱]. این عوامل اغلب در طراحی آزمایش‌های کلاسیک نادیده گرفته می‌شوند. روش تاگوچی نسبت به روش‌های متداول و رایج مهندسی کیفیت کاملاً متفاوت است. متدولوژی تاگوچی بر طراحی کیفیت در هنگام طراحی محصولات و فرآیند تأکید دارد. در حالی که روش‌های متداول بر مبنای بازرسی و کنترل کیفیت در حین فرآیند تولید و یا بعد از تولید محصول است. تاگوچی در روش‌های افزایش کیفیت خود از ابزارهای آماری کاملاً متداولی استفاده کرده است. اما وی با شناسایی مجموعه‌ای از راهکارهای قدرتمند در طراحی آزمایش‌ها و تحلیل نتایج، این روش‌ها را ساده‌تر کرده است.

تاگوچی ۳ مرحله را در توسعه محصول (یا فرآیند) در نظر می‌گیرد:

- طراحی سیستم
- طراحی پارامتر
- طراحی تلورانس

در طراحی سیستم، یک مهندس از اصول مهندسی و علمی جهت تعیین ساختار و آرایش اولیه استفاده می‌کند. در مرحله طراحی پارامتر، مقادیر خاصی برای پارامترهای سیستم تعیین می‌گردد. معمولاً در این مرحله، هدف تعیین مقادیر اسمی برای پارامترهاست. به گونه‌ای که میزان تغییرات منتقل شده از طرف متغیرهای غیرقابل کنترل به حداقل میزان خود برسد. مرحله

حتی سبب بدتر کردن آن شود. همچنین نیاز به مدل‌های بهینه سازی برای انتخاب بهترین ترکیب پارامترها می‌باشیم. علاوه بر مدل‌های بهینه‌سازی به تکنیک‌های دیگری مانند شبکه عصبی و طراحی آزمایش‌ها برای بررسی اثر برش لیزر نیازمندیم. اگرچه این تکنیک‌ها نیاز به هزینه و آزمایش‌های فراوان دارند. برای فائق آمدن به این مشکل، محققین از روش تاگوچی که روشی سیستماتیک و راحت است، استفاده کردند.

#### ۲. پیشینه تحقیق

همان‌طور که در مقدمه گفته شد، برش لیزر سطح وسیعی از فعالیت محققین را به خود اختصاص داده است. کورت و همکاران [۲] به بررسی بعضی پارامترهای دستگاه برش لیزر مانند فشار گاز کمکی، سرعت برش و توان لیزر در دقت ابعاد سختی سطح در برش ماده پلاستیکی پرداختند. در بررسی آن‌ها سختی سطح با افزایش سرعت برش و افزایش فشار گاز کمکی کاهش می‌یابد. چودهوری و شیرلی [۳] به بررسی ارتباط بین سختی سطح و پارامترهای برش (توان لیزر، سرعت برش، فشار گاز کمکی) در برش لیزر مواد پلی‌مریک پرداختند.

پانندی و دویی [۱] رویکرد جامعی بر اساس روش تاگوچی و اعداد فازی برای بهینه‌سازی در برش Nd:YAG آلایژ دورالومین پیشنهاد کردند. آن‌ها روش‌هایی برای بهینه‌سازی عرض برش و اختلاف عرض برش در بالا و پایین ورق را نشان دادند. دویی و یاداوا [۴] از تاگوچی چندگانه برای بهینه‌سازی شاخصه‌های کیفی چندگانه در برش لیزر Nd:YAG استفاده کردند. محققان نشان دادند که تاگوچی چندگانه نتایج بهتری را در مقایسه با تاگوچی ساده نشان داد. در تحقیق آن‌ها عرض برش و نرخ برداشته شدن مواد به عنوان شاخص کیفی، و فشار گاز کمکی، پهنا پالس، فرکانس پالس و سرعت برش به عنوان متغیرهای قابل تنظیم در نظر گرفته شد.

دویی و یاداوا [۵] از رویکرد ترکیبی بر اساس روش تاگوچی و تحلیل مؤلفه‌های اصلی برای بهینه‌سازی چند پاسخ برش لیزر Nd:YAG استفاده کردند. راثو و یاداوا [۶] از رویکرد بهینه‌سازی چندگانه بر اساس روش تاگوچی و تحلیل رابطه‌ای خاکستری (GRA) با اندازه‌گیری آنتروپی برای بهینه‌سازی همزمان عرض برش، انحراف برش، و گونیا بودن در برش لیزر آلایژ دیرگاز نیکلی استفاده کردند. کایداش و هاسچالیک [۷] با استفاده از GRA و تاگوچی پارامترهای سرعت برش و توان لیزر را برای شاخصه‌های عرض برش، منطقه متأثر از گرما (HAZ) و سختی سطح و روبه در برش لیزر CO<sub>2</sub> در برش ورق فولاد نرم تنظیم کردند. چن و همکاران [۸] با استفاده از GRA و تاگوچی بهینه‌سازی برش لیزری CO<sub>2</sub> در برش پلی متیل متاکریلیک به کار بردند.

الطویل و همکاران [۹] اثرات توان لیزر، سرعت برش، ضخامت مواد، فشار گاز کمکی و حالت لیزر را در کیفیت برش مانند پهنای

می‌باشند، مورد نیاز است. ستون‌های آرایه‌های متعامد نمایانگر پارامترهای مورد آزمایش که باید بهینه گردند، می‌باشند و سطرها نمایانگر آزمایش‌ها صورت گرفته می‌باشند (ترکیب پارامترها) [۱۲]. این ماتریس عمودی نامیده می‌شود، زیرا در هر جفت از پارامترها تمام ترکیب‌های موجود سطح پارامترها در نظر گرفته می‌شود. در جدول ۱ بعضی از آرایه‌های متعامد در رهیافت تاگوچی آورده شده است.

جدول ۱. آرایه‌های متعامد رایج در رهیافت تاگوچی

دو سطحی	سه سطحی	چهار سطحی	پنج سطحی
$L_4(2^3)$	$L_9(3^4)$	$L_{16}(4^5)$	$L_8(5^6)$
$L_8(2^7)$	$L_{27}(3^{12})$	$L_{32}(4^9)$	-
$L_{12}(2^{11})$	$L_{81}(3^{40})$	$L_{64}(4^{21})$	-
$L_{16}(2^{15})$	-	-	-
$L_{32}(2^{31})$	-	-	-
$L_{64}(2^{63})$	-	-	-
$L_{128}(2^{127})$	-	-	-

اگرچه مقدار میانگین و انحراف از مقدار مطلوب هر ترکیب سطح پارامترها در آرایه‌های متعامد در نسبت هشدار به اغتشاش به کار رفته‌اند (SN)، بسته به این که چه نوع شاخصه‌هایی می‌خواهند بهینه شوند، از نسبت هشدار به اغتشاش متفاوتی استفاده می‌شود:

- کوچک‌تر بهتر،
- بزرگ‌تر بهتر،
- مقدار اسمی بهتر؛

در این مقاله و در بررسی شاخص‌های کیفی برش لیزر، پهنای برش کمتر و تیزی لبه کمتر مدنظر است. مقدار نسبت SN در شاخص کیفی "کوچک‌تر بهتر" از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$SN = -10 \log\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2\right) \quad (2)$$

که در آن،  $y_i$ ،  $i$  امین مقدار مشاهده شده و  $n$  مقدار آزمایش‌ها را نشان می‌دهد. مقدار بیشتر SN بدین مفهوم است که شاخصه‌ها در حالت بهتری قرار دارند و بهترین ترکیب پارامترها دارای SN بیشتری می‌باشد.

### ۳-۲. شبکه عصبی

شبکه عصبی ترکیبی از اجزای ساده است که به صورت هماهنگ و موازی عمل می‌کنند. این اجزا از نورون‌های طبیعی برای فعالیت خود الهام می‌گیرند [۱۳]. کارکرد شبکه با ارتباط بین این اجزا مشخص می‌شود. می‌توان به وسیله تنظیم وزن‌های ارتباطی بین اجزا، شبکه عصبی را برای انجام کارکردهای خاصی آموزش داد [۱۴]. به صورت معمول شبکه عصبی برای به دست آوردن و تخمین مقدار خروجی‌ها آموزش داده می‌شود. عمل تنظیم و

طراحی تلورانس به منظور تعیین بهترین تلورانس‌ها برای پارامترها استفاده می‌شود.

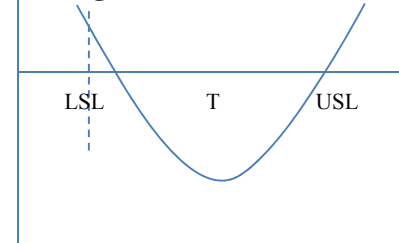
تاگوچی استفاده از روش‌های آماری طراحی آزمایش‌ها را جهت ارتقاء سطح فعالیت‌های بهبود کیفیت مخصوصاً در طول مراحل طراحی پارامتر طراحی تلورانس پیشنهاد می‌کند. روش‌های طراحی آزمایش‌ها را می‌توان جهت تعیین بهترین طراحی برای محصول یا فرآیند به کار برد. منظور از بهترین بدین معناست که محصول و یا فرآیند نسبت به عامل‌های غیرقابل کنترل کمترین تغییرپذیری را داشته باشد

یکی از مؤلفه‌های مهم و کلیدی فلسفه تاگوچی کاهش تغییرپذیری است. در اغلب موارد برای هر مشخصه کیفی یک مقدار هدف یا اسمی مشخص می‌گردد. در چنین مواقعی هدف کاهش تغییرپذیری در اطراف این مقدار هدف است. تاگوچی دور شدن از این مقدار هدف را با یک تابع زیان مدل‌سازی می‌کند. به علت وجود اختلاف بین مشخصه کیفی محصول و مقدار اسمی آن جامعه هزینه یا زیان تحمیل می‌گردد. تاگوچی تابع زیان درجه دو زیر را که در شکل نشان داده شده است، پیشنهاد می‌کند:

$$L(y) = K(y-T)^2 \quad (1)$$

=L هزینه‌ای که در اثر انحراف کیفیت از مقدار هدف پدید می‌آید. T= مقدار هدف،  $y$ = ویژگی عملکردی یا کیفی،  $K$ =ضریب زیان کیفیت بدیهی است که چنین تابعی حتی برای اختلافات

کوچک  $y$  از مقدار هدف T جریمه‌ای در نظر می‌گیرد.



شکل ۱. نمودار تابع زیان تاگوچی

تاگوچی با شناسایی عامل‌های قابل کنترل و غیرقابل کنترل که روی کیفیت محصول تأثیر می‌گذارند در صدد این بود که اثر عامل‌های غیرقابل کنترل (اغتشاش) را به حداقل میزان خود برساند.

از اصول کلیدی روش تاگوچی این حقیقت است که کم شدن انحراف در تابع هدف بدون از بین بردن عوامل این انحراف به دست می‌آید. تاگوچی طراحی آزمایش کارا را با استفاده از آرایه متعامد و بررسی اثرات پارامترهای فرایند و بررسی اثرات متقابل پارامترها بر کیفیت پاسخ را با تحلیل واریانس و تحلیل میانگین انجام داد. در روش تاگوچی برای مطالعه تمام سطوح پارامترها با تعداد آزمایش‌ها کمتر از آرایه‌های متعامد که قسمتی از کل آزمایش‌ها

اندازه‌گیری کارایی در جهان شناخته شده است و در حین اندازه‌گیری کارایی نوع بازده به مقیاس را نیز ارائه می‌نماید. این روش ناپارامتریک مبتنی بر یک سری بهینه‌سازی با استفاده از برنامه‌ریزی خطی می‌باشد. در این روش منحنی مرزهای کارا از یک سری نقاط که به وسیله برنامه‌ریزی خطی تعیین می‌شود، ایجاد می‌گردد. روش برنامه‌ریزی خطی بعد از اجرای بهینه‌سازی مشخص می‌کند که آیا واحد تصمیم‌گیری مورد نظر در مرز کارایی قرار گرفته است و یا خارج از آن قرار دارد. بدین وسیله واحدهای کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می‌شوند [۱۸]. نخستین مدل DEA تحت عنوان CCR در سال ۱۹۷۸ ارائه شده است [۱۹]. نام این مدل از ابتدای اسامی ارائه‌دهندگان آن، چارنز، کوپر و رودز گرفته شده و با رویکردی مشخص کارایی واحدها را سنجیده و پیشنهادها را لازم به منظور افزایش کارایی واحدهای ناکارا و رسانیدن آن‌ها به مرز کارا ارائه می‌دهد. بنکر، چارنز و کوپر [۲۰] مدل دیگری به نام BCC پیشنهاد کردند. مدل BCC مدلی است با بازده به مقیاس متغیر که واحدهای ناکارا را تنها با واحدهای هم‌اندازه مقایسه می‌کند [۲۱]. برای نشان دادن مدل DEA، n واحد تصمیم‌گیرنده با m ورودی و s خروجی را در نظر بگیرید. برای هر DMU<sub>i</sub>، ورودی و خروجی مجازی با وزن‌های مجهول  $V_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) و  $U_i$  ( $i=1,2,\dots,s$ ) برای ورودی‌ها و وزن‌های مجهول  $V_i$  ( $i=1,2,\dots,s$ ) برای خروجی‌ها به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\text{وزن ورودی‌ها} = V_1 X_{10} + V_2 X_{20} + \dots + V_m X_{m0} \quad (۶)$$

$$\text{وزن خروجی‌ها} = U_1 Y_{10} + U_2 Y_{20} + \dots + U_s Y_{s0} \quad (۷)$$

و روش محاسبه کارایی با استفاده از برنامه‌ریزی خطی بدین گونه است که وزن‌ها طوری انتخاب گردند که نسبت زیر حداکثر گردد.

$$E = \frac{\text{وزن خروجی‌ها}}{\text{وزن ورودی‌ها}} \quad (۸)$$

وزن‌های بهینه ورودی‌ها و خروجی‌ها ممکن است برای DMUهای مختلف، متفاوت باشد؛ زیرا این وزن‌ها از داده‌های مربوط به DMUها به دست می‌آید. با توجه به مطالب بالا مدل برنامه‌ریزی کسری برای ارزیابی DMU<sub>o</sub> که  $o$  از ۱ تا  $n$  تغییر می‌کند، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\text{Max } \theta = \frac{U_1 Y_{10} + U_2 Y_{20} + \dots + U_s Y_{s0}}{V_1 X_{10} + V_2 X_{20} + \dots + V_m X_{m0}} \quad (۹)$$

S. T:

$$\frac{U_1 Y_{1j} + \dots + U_s Y_{sj}}{V_1 X_{1j} + \dots + V_m X_{mj}} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (۱۰)$$

$$V_1, V_2, \dots, V_m \geq 0 \quad (۱۱)$$

$$U_1, U_2, \dots, U_m \geq 0 \quad (۱۲)$$

آموزش تا زمانی صورت می‌گیرد که مقدار خروجی شبکه و مقدار واقعی ناچیز باشد. عموماً در بین الگوریتم‌های متفاوت شبکه عصبی مصنوعی، از الگوریتم آموزشی پس انتشار استفاده شده است (BP). شبکه عصبی BP معمولاً به عنوان یک شبکه پیش رو و پرسپترون چند لایه همراه با لایه‌های پنهان است [۱۵]. در الگوریتم پس انتشار، به منظور به حداقل رساندن اختلاف بین داده‌های خروجی واقعی (خطای آموزش)، وزن ارتباط داخل شبکه عصبی در طی فرآیند آموزش تنظیم می‌شود. برای تنظیم وزن شبکه عصبی مصنوعی با الگوریتم پس انتشار، داده‌ها از لایه خروجی به لایه پنهان باز می‌گردند و دوباره پردازش می‌شوند. وزن در الگوریتم پس انتشار بر اساس قانون آموزش دلتا که در روابط پایین نشان داده شده است، تعیین می‌گردد.

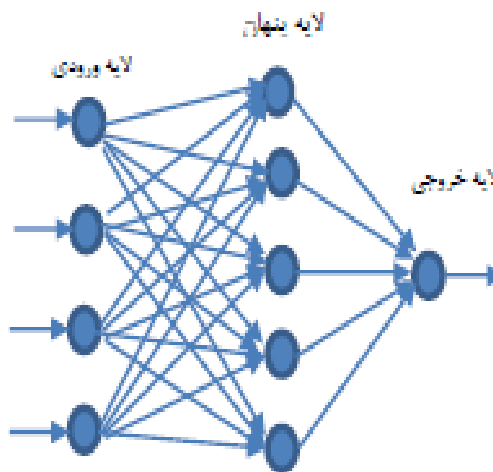
$$\Delta W_{ij} = -\mu \frac{\partial E_p}{\partial W_{ij}} \text{Out}_j \quad (۳)$$

$$W_{ij}^{\text{new}} = W_{ij}^{\text{old}} + \Delta W_{ij} \quad (۴)$$

که در آن،  $\text{Out}_j$  خروجی نرون  $j$ ام و  $\mu$  نرخ آموزش یا همگرایی در شبکه عصبی است که بیشتر بین ۰ تا ۱ ثابت است.  $E_p$  خطای آموزش است که از طریق رابطه زیر به دست می‌آید [۱۶]:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^K (d_{pk} - O_{pk})^2 \quad (۵)$$

$d_{pk}$  و  $O_{pk}$  به ترتیب خروجی مطلوب و خروجی محاسبه شده برای نرون  $k$ ام است.  $K$  تعداد نرون‌های شبکه عصبی مصنوعی و  $P$  تعداد نمونه‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۲. شبکه عصبی با یک لایه پنهان

### ۳-۳. تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یک تکنیک بر اساس برنامه‌ریزی خطی برای اندازه‌گیری کارایی نسبی مجموعه واحدهای تصمیم‌گیری (DMU) است، در صورتی که دارای چندین ورودی و خروجی باشند [۱۷]. این روش عمدتاً به عنوان یک روش

می‌دهد. هر درایه این سطر ماتریس نظیر  $a_{ij}$  که  $j \in J_i$  ز به عنوان یک متغیر تصادفی متقارن کران دار،  $\tilde{a}_{ij}$  مدل بندی می‌شود که در بازه  $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$  مقدار می‌گیرد [۲۰ و ۲۱]. در ارتباط با داده غیرقطعی  $\tilde{a}_{ij}$ ، متغیر تصادفی  $\eta_{ij}$  که به صورت  $\eta_{ij} = (\tilde{a}_{ij} - a_{ij}) / \hat{a}_{ij}$  قابل تعریف است، از یک توزیع متقارن ولی نامعلوم پیروی می‌کند و در بازه  $[-1, 1]$  مقدار می‌گیرد.

### ۳-۴-۲. فرمول بندی استوار بن تال و نمیروفسکی [۲۲]

اگرچه روش سویستر [۲۳] حمایت و حفاظت بسیار بالایی را نتیجه می‌دهد، اما به قدری محافظه‌کارانه عمل می‌کند که در عمل حل استوار به دست آمده از این مدل بسیار بدتر از مقدار تابع هدف حاصل از حل مسئله بهینه‌سازی اسمی است. برای مقابله با این سطح محافظه‌کاری بالا مرجع [۲۰] در سال ۲۰۰۰ فرمول بندی استوارسازی دیگری برای مدل فوق بیان نموده است:

$$\text{maximize } c'X \quad (19)$$

Subject to:

$$\sum_j a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} y_{ij} + \Omega_i \sqrt{\sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij}^2 z_{ij}^2} \leq b_i \quad \forall i \quad (20)$$

$$-y_{ij} \leq x_{ij} - z_{ij} \leq y_{ij} \quad \forall i, j \in J_i \quad (21)$$

$$l \leq x \leq u \quad (22)$$

$$y \geq 0 \quad (23)$$

تحت مدل عدم قطعیت داده‌ای  $U$ ، بن-تال و نمیروفسکی [۲۲] نشان دادند که در مدل‌سازی فوق احتمال این که محدودیت  $i$  نقض گردد، حداکثر  $\exp\left(-\frac{\Omega_i^2}{2}\right)$  می‌باشد. اگرچه مدل تضمین می‌کند در صورتی که بعضی پارامترها و ضرایب از طبیعت غیرقطعی برخوردار باشند جواب بهینه‌سازی استوار شدنی و موجه بماند ولی مهم‌ترین ایراد وارده به مدل بالا تبدیل مدل خطی به غیرخطی برای پیدا کردن جواب بهینه می‌باشد که حل مدل را به مراتب سخت‌تر و پیچیده‌تر می‌کند. برای فائق آمدن به مشکل بالا برتسیماس و سیم در سال ۲۰۰۴ مدل جدیدی برای استوارسازی بهینه ارائه کردند که در ادامه به بررسی مدل پیشنهادی آن‌ها می‌پردازیم.

### ۳-۴-۳. فرمول بندی استوار برتسیماس و سیم [۲۴]

فرمول بندی ارائه شده توسط برتسیماس و سیم [۲۴] خطی است و قادر به استقامت در برابر عدم قطعیت پارامترها بدون تأثیر افراطی بر تابع هدف می‌باشد. در این روش،  $a'_i x \leq b$  به صورت محدودیت  $i$  ام مسئله اسمی در نظر گرفته می‌شود.  $J_i$  مجموعه‌ای از ضرایب مقادیر ماتریس  $A$  است که در معرض عدم قطعیت پارامتری قرار دارند و در  $a_{ij} \in J_i$  فاصله  $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$  مقدار می‌گیرد. برای هر محدودیت  $i$  ام، یک پارامتر جدید  $\Gamma_i$  تعریف می‌شود که لزوماً صحیح نمی‌باشد و در بازه  $[0, |J_i|]$  مقدار می‌گیرد. نقش پارامتر  $\Gamma_i$  این است که میان سطح محافظه‌کاری جواب و استواری مدل تعادل ایجاد کند.

حل این مدل از طریق برنامه‌ریزی استاندارد احتیاج به فرموله کردن مجدد دارد. در این‌جا هم تابع هدف و هم محدودیت‌های مسئله از نوع کسری هستند.

در مدل بدون ورودی فرض می‌شود که فقط یک ورودی با مقدار ۱ وجود دارد و مقدار  $X_{ij}$  ثابت ۱ در نظر گرفته می‌شود و فرض می‌گردد که به جای  $i=1, \dots, m$  ورودی فقط یک ورودی آن هم برابر عدد ۱ وجود دارد و خروجی در این مدل برابر مقدار SN در نظر گرفته می‌شود. هدف در این مدل ماکزیمم کردن مقدار خروجی‌ها به ازای همین ورودی ثابت است. با در نظر گرفتن مقدار یک برای ورودی‌ها مدل DEA به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\text{Max } \theta = U_1 Y_{10} + U_2 Y_{20} + \dots + U_r Y_{r0} \quad (13)$$

S.T:

$$\sum U_i Y_{ij} \leq 1 \quad (14)$$

$$U_i \geq 0 \quad (15)$$

### ۳-۴-۴. بهینه‌سازی استوار

جمله زیر درباره اهمیت استوارسازی در کاربردهای عملی از مرجع [۲۲] بیان شده است: "در کاربردهای برنامه‌ریزی خطی در جهان واقعی، احتمال این که یک عدم قطعیت کوچک در داده‌ها حل بهینه را از لحاظ علمی کاملاً بی‌معنی سازد، بسیار بالاست."

طبیعتاً نیاز به توسعه مدل‌هایی که در برابر عدم قطعیت داده‌ها مصون هستند، در حال افزایش است. اولین گام در این زمینه توسط سویستر [۲۳] در سال ۱۹۷۳ برداشته شد. وی یک مدل بهینه‌سازی خطی بیان کرد که جواب آن برای همه داده‌های متعلق به یک مجموعه محدب، شدنی است. مدل حاصل جواب‌هایی را ایجاد می‌کند که بسیار محافظه‌کارانه است، این امر باعث می‌شود که بسیاری از حل‌های خوب را به منظور استوارسازی مسئله، رها کند.

جهت اعمال عدم قطعیت داده‌ها، مدل بهینه‌سازی خطی زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\text{maximize } c'X \quad (16)$$

Subject to:

$$Ax \leq b \quad (17)$$

$$l \leq x \leq u \quad (18)$$

در این مسئله فرض شده است که عدم قطعیت داده‌ها تنها بر روی مقادیر ماتریس  $A$  تأثیر می‌گذارد و ضرایب تابع هدف (c) تحت تأثیر عدم قطعیت قرار نمی‌گیرند.

### ۳-۴-۱. مدل عدم قطعیت داده‌ای U

یک ردیف خاص  $i$  از ماتریس  $A$  را در نظر بگیرید.  $J_i$  مجموعه ضرایب ردیف  $i$  را که در معرض عدم قطعیت قرار دارند، نشان

که در صورت تلفیق این مدل با تحلیل پوششی داده‌ها که مدل بهینه‌سازی خطی می‌باشد مدل تحلیل پوششی داده‌های غیرقطعی به صورت زیر در می‌آید [۲۴ و ۲۵]:

$$\max W \quad (38)$$

Subject to :

$$\sum_{i=1}^m V_i X_{io} = 1 \quad (39)$$

$$\sum U_r Y_{ro} - W - \Gamma_0 P_0 - \sum_{j \in J_i} q_{rj} \geq 0 \quad (40)$$

$$\sum_{i=1}^m V_i X_{ij} - \sum_{r=1}^s U_r Y_{rj} - \Gamma_j P_j - \sum_{j \in J_i} q_{rj} \geq 0 \quad j = 1, \dots, \quad (41)$$

$$P_j, q_{rj} \geq \hat{Y}_{rj} Z_r \forall r, j \quad (42)$$

$$-Z_r \leq U_r \leq Z_r \forall r \quad (43)$$

$$P_j, q_{rj} \geq 0 \quad (44)$$

$$U_r, V_i \geq 0 \quad (45)$$

که در آن  $\hat{Y}_{rj}$  دقت برآورد است.

$P_j$ : متغیر کمکی مرتبط با مقادیر استوار که نشان‌دهنده بهای استواری هر یک از محدودیت‌هاست.

$q_{rj}$ : متغیر کمکی مرتبط با مقادیر استوار که نشان‌دهنده تعداد پارامترهای غیرقطعی در هر یک از محدودیت‌هاست.

$Z_r$ : متغیر تعمیم برای تبدیل فرم قدرمطلق  $|U_r|$  به فرم خطی است. این ساختار استوار به طور کاملاً مشخص یک برنامه‌ریزی خطی است که می‌توان با نرم‌افزارهای مرسوم حل نمود.

#### ۴. مطالعه موردی

در این مقاله برای واقعی سازی مدل‌های پیشنهادی از مدل‌های مختلفی برای طراحی، تنظیم و انتخاب بهترین پارامترهای دستگاه برش لیزر شرکت مارال صنعت استفاده شد. برای ارزیابی و بررسی کارایی دستگاه برش لیزر مدل تلفیقی روش تاگوچی، شبکه عصبی و تحلیل پوششی داده‌های استوار پیشنهاد گردیده است. در همه این مدل‌ها از تکنیک‌های نوآورانه استفاده شده است که باعث کاربرد این تحقیق در صنعت نیز می‌شود. در این مقاله، بررسی اثرات پارامترهای برش روی شاخصه‌های کیفی عرض برش در بالا و گونیا بودن برش فولاد QSTDIN 37 ۴ میلی‌متری در برش لیزر CO<sub>2</sub> با گاز کمکی اکسیژن به کار رفته است. چهار پارامتر توان لیزر، سرعت برش، فشار گاز کمکی و موقعیت همگرایی (فاصله کانونی) به عنوان پارامترهای برش در نظر گرفته شده است. مقدار سطوح پارامترهای کنترل در جدول ۲ نمایش داده شده است. همچنین مدلی ریاضی برای بررسی عرض برش در بالا و گونیا بودن بر اساس شبکه عصبی ارائه شده است.

آزمایش‌ها به وسیله آرایه‌های متعام  $L_{27}$  تاگوچی طراحی شده‌اند. به علاوه، کاهش شاخصه‌های کیفی عرض برش در بالا و گونیا بودن هدف این مقاله می‌باشد. در روش بهینه‌سازی از روش

به طور ذاتی در عمل بسیار بعید است که همه  $a_{ij}$  ها،  $z_j \in J_i$  را در تغییر نمایند. لذا هدف این فرمول‌بندی این است که مدل را در برابر همه حالاتی که در آن‌ها  $\Gamma_i$  تا از ضرایب محدودیت اجازه تغییر دارند و یک ضریب چون  $a_{it}$  به مقدار  $(\Gamma_i - [\Gamma_i]) \hat{a}_{it}$  تغییر نماید، حمایت کند. به عبارت دیگر این قید وجود دارد که تنها زیرمجموعه‌ای از ضرایب می‌تواند هم زمان به منظور تأثیر روی حل تغییر نماید. این رویکرد به گونه‌ای توسعه داده شده است که اگر چنین رفتارهای طبیعی رخ دهد، آن گاه حل استوار قطعاً شدنی باقی خواهد ماند و حتی اگر بیشتر از  $[\Gamma_i]$  تغییر توأم به وجود آید باز هم حل استوار ارائه شده به احتمال زیاد شدنی می‌باشد. فرمول‌بندی خطی ارائه شده توسط آن‌ها برای مدل استوار به صورت زیر است:

$$\text{maximize } c'X \quad (24)$$

Subject to:

$$\sum a_{ij} x_j + \max_{\{u(t_i) | S_i \in J_i, S_i | \Gamma_i, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \{ \sum \hat{a}_{ij} y_i + (\Gamma_i - [\Gamma_i]) \hat{a}_{it} y_t \} \leq b_i \quad \forall i \quad (25)$$

$$-y_i \leq x_i \leq y_i \quad \forall i \quad (26)$$

$$l \leq x \leq u \quad (27)$$

$$y \geq 0 \quad (28)$$

اگر  $\Gamma_i$  یک عدد صحیح انتخاب شود، محدودیت  $i$  ام توسط عبارت زیر حمایت می‌گردد.

$$\beta(x, \Gamma_i) = \max_{\{S_i | S_i \in J_i, S_i | \Gamma_i\}} \{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij} |x_j| \} \quad (29)$$

زمانی که  $\Gamma_i = 0$  باشد،  $\beta(x, \Gamma_i) = 0$  می‌شود. محدودیت‌ها معادل محدودیت‌های مسئله اسمی می‌گردد. و اگر  $\Gamma_i = |J_i|$  شود، آن گاه مدل سویستر [۲۳] را داریم. بنابراین با تغییر  $\Gamma_i$  در بازه  $[0, |J_i|]$  یک تعادل انعطاف‌پذیر بین استوارسازی و سطح محافظه‌کاری خواهیم داشت. مدل نهایی استوار برتسیماس و سیم به صورت زیر است:

$$\text{maximize } c'X \quad (30)$$

$$\text{Subject to } \sum_j a_{ij} x_j + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i \quad \forall i \quad (31)$$

$$z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_i \quad \forall j \quad (32)$$

$$-y_i \leq x_i \leq y_i \quad \forall i \quad (33)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad \forall j \quad (34)$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in J_i \quad (35)$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j \quad (36)$$

$$z_i \geq 0 \quad \forall i \quad (37)$$

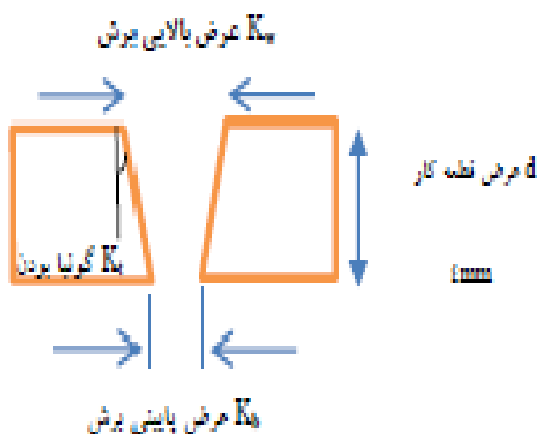
## ۵. بحث و نتایج

هدف در این مقاله کاهش و بهینه‌سازی عرض و پهنای برش در بالای قطعه کار و زاویه ایجاد شده در برش می‌باشد که از آنجا که ما به دنبال کاهش این شاخصه‌های کیفی می‌باشیم از نسبت هشدار به اغتشاش "کوچک‌تر بهتر" استفاده خواهیم کرد. نتایج حاصل از آزمایش‌ها در جدول ۳ نمایش داده شده است. با توجه به پارامترهای انتخابی و تعداد سطوح آن‌ها و همچنین با توجه به اثرات غیرخطی و پیچیده پارامترها روی کیفیت سطح پاسخ‌ها، همچنین اثرات تعاملی پارامترها روی یکدیگر، یک آرایه استاندارد  $L_{27}(3^{13})$  از آرایه‌های استاندارد تاگوچی انتخاب شده است، که می‌تواند تعداد حالات بیشتری از پارامترهایی را که اپراتور تحت کنترل دارد، پوشش دهد. جدول شامل ۲۷ سطر به عنوان تعداد آزمایش‌ها و ۱۳ ستون به عنوان پارامترها می‌باشد. آزمایش‌ها دارای توزیع یکنواخت از نقطه‌نظر آزمایشی می‌باشند که با دقت بالا انجام گرفته‌اند. پارامترهای توان لیزر، سرعت برش، فشار گاز کمکی و فاصله کانونی به ترتیب به ستون‌های ۱، ۲، ۵ و ۹ تخصیص داده شده‌اند. طراحی آزمایش‌ها به کمک نرم‌افزار Minitab17 انجام گرفته شده است.

آزمایش‌ها در شرکت مارال صنعت و در بخش لیزر و پلاسما انجام یافت. به علت وجود محدودیت، تکرار در آزمایش‌ها امکان‌پذیر نبود و فقط ۱ بار از هر تنظیم امکان نمونه‌گیری بود. مقدار نسبت هشدار به اغتشاش هر تنظیم نیز به کمک نرم‌افزار Minitab17 محاسبه شده است. در ادامه روالی برای تخمین نتایج دیگر آزمایش‌ها و به دست آوردن بهترین تنظیم و سطح پارامترها ارائه داده شده است. نحوه‌ی محاسبه زاویه ایجاد شده در برش از طریق فرمول زیر می‌باشد.

$$K_t = \left| \frac{K_w - K_b}{2d} \right| \frac{180}{\pi} (46) \quad \pi = 3.14 \quad (47)$$

و  $d$  عرض قطعه کار می‌باشد (۴ میلی‌متر).



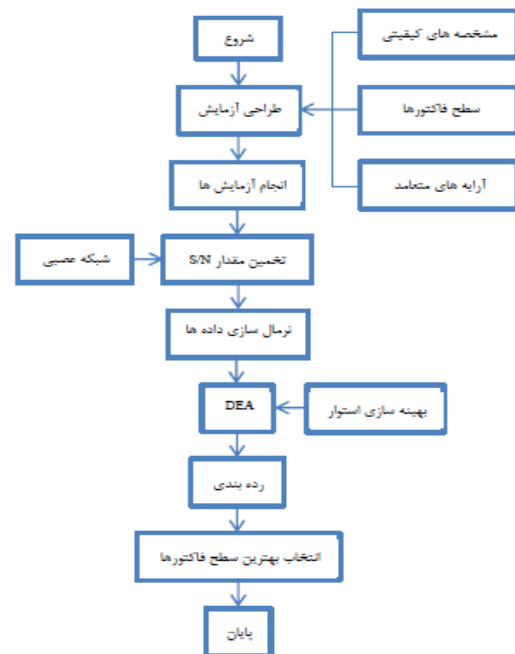
شکل ۴. نمای کنار قطعه کار برش خورده

تحلیل پوششی داده‌های استوار استفاده شده است. شاخصه‌های کیفی برش مورد بررسی به عنوان متغیر پاسخ عرض برش بالا ( $K_w$ )، گویا بودن ( $K_t$ ) و عرض برش در پایین ورق ( $K_b$ ) می‌باشد.

## جدول ۲. نمایش پارامترهای کنترل با سطح آن‌ها

پارامترهای برش	واحد	۱	۲	سطح	۳
P توان لیزر -A	W	۸۰۰	۱۰۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰
V سرعت برش -B	Mm/min	۱۲۰۰	۱۵۰۰	۱۷۰۰	۱۷۰۰
p فشار گاز کمکی -C	Kpa	۲۰۰	۲۷۵	۳۵۰	۳۵۰
f فاصله کانونی -D	Mm	-۱/۶	-۲	-۲/۴	-۲/۴

آزمایش‌ها با استفاده از دستگاه برش لیزر BYVENSION با توان اسمی ۳/۵ کیلووات سازمان‌دهی شد. گاز اکسیژن به عنوان گاز کمکی در این دستگاه استفاده می‌شود. همچنین فاصله نازل تا سطح قطعه کار به طور ثابت ۰/۵ mm در نظر گرفته شد. قطر دهانه نازل گاز کمکی نیز ۱ میلی‌متر ثابت است. در هر آزمایش قطعه کار حداقل ۷۰ mm برش خورده است که عرض برش در بالای قطعه کار در ۳ نقطه اندازه‌گیری شده و میانگین آن‌ها به عنوان عرض برش در بالای قطعه کار  $K_w$  در نظر گرفته شده است. در مورد عرض برش در پایین قطعه کار نیز همین روال بالا انجام گرفته است. همچنین عرض برش‌ها به وسیله میکروسکوپ نوری Olympus PMG 3 موجود در دانشگاه صنعتی سهند اندازه‌گیری شده‌اند. همچنین فلوجارتی برای درک بهتر و توضیح ترتیب گام‌های انجام مقاله رسم شده است:



شکل ۳. فلوجارت روش انجام مقاله



## ۵-۱. استفاده از شبکه عصبی

هدف از مدل‌سازی شبکه عصبی برقراری یک ارتباط بین ورودی‌های مدل‌ها مانند توان لیزر، فشار گاز کمکی، عمق کانونی، سرعت برش و خروجی‌های مدل مانند پهنای برش و تیزی لبه برش می‌باشد. در این تحقیق، برای راحتی و ساده شدن محاسبات از دو شبکه عصبی جداگانه برای تخمین هر یک از شاخص‌های پاسخ استفاده شده است. در شبکه مصنوعی اول از یک لایه پنهان برای مدل‌سازی شبکه عصبی مصنوعی استفاده شده است. به طور کلی، انتخاب تعداد نرون‌ها در لایه‌های پنهان به صورت سعی و خطا انجام می‌شود.

در این تحقیق، تعداد نرون‌ها در لایه‌های پنهان به صورت تجربی از ۱ تا ۳۰ عدد تغییر داده شده است تا به بهترین پیش‌بینی دست یابیم. در نهایت، برای لایه پنهان ۷ نرون انتخاب شده است. همچنین در شبکه عصبی دوم که مربوط به تخمین تیزی لبه بود

از دو لایه پنهان عصبی که در لایه اول ۴ و در لایه پنهان دوم ۶ نرون سازمان‌دهی شده‌اند. در ادامه میانگین مربع خطا با استفاده از رابطه (۴۸) برای داده‌های آموزش محاسبه شده که نشان از قابل قبول بودن نتایج دارد.

$$Mse = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i' - y_i)^2}{n} \quad (48)$$

که مقدار میانگین مربع خطا برای شاخص عرض برش ۰/۰۰۳۶ و برای شاخص تیزی لبه همین مقدار ۰/۰۰۳۲ محاسبه شد که نشان می‌دهد نتایج حاصل از شبکه عصبی با نتایج واقعی اختلاف بسیار ناچیزی دارند. جدول ۳ خلاصه‌ای از نتایج به دست آمده که به کمک نرم‌افزار neurosolution7 به دست آمده است نمایش می‌دهد.

جدول ۳. نتایج آزمایش‌ها با آموزش شبکه عصبی (مقادیر SN ها)

تیزی لبه تخمینی	تیزی لبه	عرض برش تخمینی	عرض برش	فاکتور D	فاکتور C	فاکتور B	فاکتور A	آزمایش
۰/۵۶	۰/۴۷	۰/۲۹۲	۰/۲۷۵	۱	۱	۱	۱	۱
۰/۱۱	۰/۰۹	۰/۲۲۲	۰/۲۳۶	۲	۲	۱	۱	۲
۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۲۰۰	۰/۲۱۱	۳	۳	۱	۱	۳
۰/۱۳	۰/۱۶	۰/۲۱۵	۰/۲۲۶	۲	۱	۲	۱	۴
۰/۲۶	۰/۱۷	۰/۱۸۶	۰/۱۸۷	۱	۳	۲	۱	۶
...	...	...	...	...	...	...	...	...
۰/۴۶	۰/۴۶	۰/۲۴۵	۰/۲۳۷	۲	۳	۳	۱	۹
۰/۷۷	۰/۷۵	۰/۳۲۲	۰/۳۰۷	۲	۱	۱	۲	۱۰
۰/۹۰	۰/۸۵	۰/۲۹۶	۰/۳۲۱	۱	۳	۱	۲	۱۲
۰/۳۴	۰/۴۲	۰/۲۳۵	۰/۲۲۵	۳	۱	۲	۲	۱۳
۱/۰۴	۱/۰۵	۰/۳۳۰	۰/۳۳۳	۱	۲	۲	۲	۱۴
...	...	...	...	...	...	...	...	...
۱/۰۴	۱/۰۴	۰/۳۱۵	۰/۳۱۲	۲	۳	۱	۳	۲۱
۱/۱۳	۱/۱۵	۰/۳۳۹	۰/۳۳۷	۱	۱	۲	۳	۲۲
۱/۱۳	۱/۱۳	۰/۳۴۰	۰/۳۴۱	۲	۲	۲	۳	۲۳
۰/۷۶	۰/۸۲	۰/۲۸۶	۰/۲۶۹	۳	۳	۲	۳	۲۴
۱/۱۵	۱/۱۹	۰/۳۳۹	۰/۳۳۳	۲	۱	۳	۳	۲۵
۱/۱۵	۰/۹۴	۰/۳۳۸	۰/۳۷۲	۳	۲	۳	۳	۲۶
۱/۱۱	۱/۱۴	۰/۳۴۰	۰/۳۴۰	۱	۳	۳	۳	۲۷

### ۵-۲. نرمال‌سازی داده‌ها

به منظور افزایش سرعت و کاهش خطا در مراحل هم‌چنین مقابله با مشکل وجود واحدهای مختلف نتایج خروجی از شبکه عصبی نرمال‌سازی می‌شوند [۱۶].

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \min\{X_{ij}, j = 1, \dots, n\}}{\max\{X_{ij}, j = 1, \dots, n\} - \min\{X_{ij}, j = 1, \dots, n\}}$$

$$i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m \quad (49)$$

### ۵-۳. محاسبه نسبت کارایی

در قسمت قبل، با استفاده از مدل شبکه عصبی مصنوعی یک مدل برای پیش‌بینی تیزی لبه و پهنای برش در برش لیزر ارائه گردید. در این پژوهش، شبکه عصبی مصنوعی با مدل تحلیل

پوششی داده‌های استوار (RDEA) برای به دست آوردن پارامترهای فرآیند که می‌تواند سطح بهینه را در برش لیزر ایجاد کند، ترکیب شده است. در این مقاله از مدل تحلیل پوششی داده‌های بدون ورودی استفاده شده است که فرض بر این است که این مدل یک ورودی  $X=1$  دارد و مقدار خروجی‌ها مقدارهای عرض برش در بالای قطعه کار و تیزی لبه می‌باشد. از آن جا که خروجی‌های مدل شبکه عصبی دارای قطعیت نیستند، مدل تحلیل پوششی داده‌های استوار ترکیب شده است. نتایج نسبت کارایی هر ترکیب از پارامترها در جدول ۴ آمده است. این نسبت‌ها تا ۳ رقم اعشار محاسبه شده‌اند. برای مقایسه بهتر یک بار نیز DEA حالت قطعی برای رتبه‌بندی و محاسبه کارایی هر DMU استفاده شده است.

جدول ۴. نتایج حاصل از محاسبه DEA غیرقطعی و قطعی

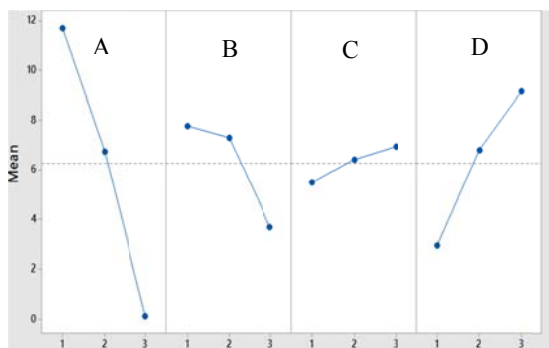
DMU	RDEA	DEA	DMU	RDEA	DEA	DMU	RDEA	DEA
۱	۰/۲۹۶	۰/۲۹۶	۲۸	۰/۱۴۹	۰/۱۵۳	۵۵	۰/۱۲۵	۰/۱۳۲
۲	۰/۹۵۱۲	۱	۲۹	۰/۱۵۷	۰/۱۶۵	۵۶	۰/۰۸۵	۰/۰۸۷
۳	۰/۹۵	۱	۳۰	۰/۹۴۵	۰/۹۹۵	۵۷	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵
۴	۰/۴۰۰	۰/۴۲۲	۳۱	۰/۱۶۶	۰/۱۶۶	۵۸	۰/۰۸۸	۰/۰۹۳
۵	۰/۸۷۱	۰/۹۱۷	۳۲	۰/۸۷۳	۰/۹۰۱	۵۹	۰/۱۲۸	۰/۱۳۰
...	...	...	...	...	...	...	...	...
۹	۰/۹۵۱	۱	۳۶	۰/۸۵۴	۰/۸۹۹	۶۳	۰/۰۶۹	۰/۰۶۹
۱۰	۰/۹۲۷	۰/۹۷۶	۳۷	۰/۱۰۰	۰/۱۰۶	۶۴	۰/۰۱۲	۰/۰۱۳
۱۳	۰/۹۵۰	۱	۴۰	۰/۰۴۷	۰/۰۵۰	۶۷	۰/۰۲۶	۰/۰۲۸
۱۴	۰/۹۷۳	۰/۹۹۷	۴۱	۰/۷۵۸	۰/۷۹۸	۶۸	۰/۰۱۲	۰/۰۱۳
۱۷	۰/۸۶۹	۰/۹۱۴	۴۴	۰/۷۵۹	۰/۷۹۹	۷۱	۰/۰۲۲	۰/۰۲۳
...	...	...	...	...	...	...	...	...
۲۱	۰/۶۶۱	۰/۶۶۱	۴۸	۰/۳۷۹	۰/۳۸۵	۷۵	۰/۰۳۴	۰/۰۳۵
۲۲	۰/۶۲۲	۰/۶۵۵	۴۹	۰/۰۳۴	۰/۰۳۴	۷۶	۰/۰۱۳	۰/۰۱۴
۲۵	۰/۵۴۶	۰/۵۷۵	۵۲	۰/۳۸۳	۰/۳۸۳	۷۹	۰/۰۱۹	۰/۰۲۱
۲۶	۰/۴۹۷	۰/۵۲۳	۵۳	۰/۲۷۷	۰/۲۹۱	۸۰	۰/۰۱۳	۰/۰۱۴
۲۷	۰/۵۰۱	۰/۵۲۷	۵۴	۰/۲۶۸	۰/۲۸۲	۸۱	۰/۰۹۹	۰/۱۰۴

قضیه است که نتایج حاصل از بهینه‌سازی استوار محتاطانه‌تر و بدتر از حالت قطعی می‌باشد. میانگین نتایج در حالت غیرقطعی و قطعی ۰/۳۹۲ و ۰/۴۳۵ می‌باشد که نشان از عملکرد پایین حالت‌های مورد بررسی دارد.

با محاسبه نسبت SN می‌توانیم بهترین ترکیب بهینه را برای هر پاسخ به دست آوریم که هر چقدر مقدار نسبت SN بیشتر باشد، یعنی آن تنظیم از حالت بهینه‌تری برخوردار است. به علت وجود ۲ شاخصه کیفی، ۲ جواب روش تاگوچی به صورت جداگانه بررسی شد. روش تاگوچی برای به دست آوردن حالت بهینه در حالتی

با بررسی نتایج به دست آمده از جدول متوجه می‌شویم که DMU شماره ۱۴ یعنی حالت  $A_1 B_2 C_2 D_2$  با نسبت کارایی ۰/۹۷۳ دارای بالاترین نسبت کارایی در بین ۸۱ نسبت کارایی ممکن می‌باشد. هم‌چنین مقدار نسبت کارایی برای تمام حالات ترکیبات فاکتورها در حالت قطعی نیز محاسبه شده است. در حالت DEA قطعی نیز DMU های شماره ۲، ۳، ۹ و ۱۳ که شامل حالت‌های  $A_1 B_1 C_1 D_2$  و  $A_1 B_1 C_1 D_3$  و  $A_1 B_1 C_3 D_3$  و  $A_1 B_2$  و  $C_2 D_1$  می‌شوند با نسبت کارایی ۱ دارای بیش‌ترین نسبت کارایی می‌باشند. مقایسه نتایج این دو مقدار در جدول ۴ نشان‌دهنده این

شده بیشتر می‌شود که این پدیده متأثر از این مطلب است که افزایش سرعت برش باعث سختی خروج مذاب ایجاد شده از سطح دیواره‌ها می‌باشد. با کاهش فاصله کانونی پایایی اندازه لکه در درازای بیشتری تأمین می‌گردد که موجب می‌شود تا تیزی لبه‌ها بیشتر و لبه‌های بیرونی قطعاً کمتر زاویه‌دار گردند. از بررسی شکل ۶ متوجه می‌شویم که فشار گاز کمکی تأثیر چندانی بر تیزی لبه‌ها ندارد.



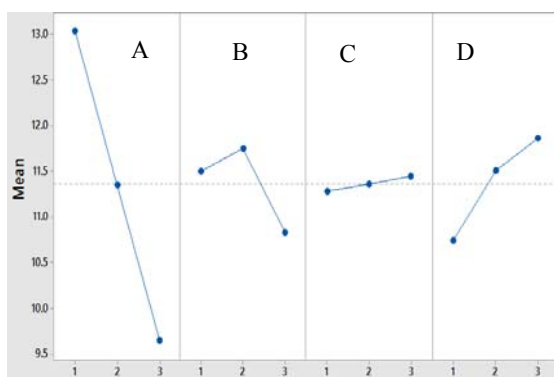
شکل ۶. نمودار تأثیر عامل‌های اصلی بر شاخصه تیزی لبه

#### ۶. مقایسه با مدل لیائو [۲۶]

برای انتخاب ترکیب بهینه در روش تاگوچی تکنیک‌های تصمیم‌گیری متنوعی وجود دارد. در این قسمت برای اعتبارسنجی مدل پیشنهادی در این مقاله، داده‌های مقاله لیائو [۲۶] در مدل پیشنهادی به کار گرفته شد و نتایج مقایسه گردید. به طور خلاصه، لیائو [۲۶] برای بهینه‌سازی روش تاگوچی از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها استفاده نمود. ایشان برای افزایش کیفیت دیسک‌های فشرده به روش تاگوچی از ۵ فاکتور قابل کنترل و ۱ فاکتور غیرقابل کنترل (اغتشاش) استفاده نمود. لیائو [۲۶] برای تخمین نتایج آزمایش‌ها انجام نگرفته از شبکه عصبی بهره جست. بعد از تخمین نتایج به روش شبکه عصبی، ایشان نتایج را قطعی فرض نمود و از روش تحلیل پوششی داده‌ها برای رده‌بندی ترکیب فاکتورها استفاده نمود. نتایج مدل لیائو [۲۶] به صورت خلاصه در جدول ۵ آمده است. در ادامه امتیازات کارایی ترکیب‌ها، با روش تحلیل پوششی داده‌های استوار محاسبه گردید و نتایج مقایسه گردیده است. همان‌طور که در جدول ۵ نشان داده شده است تنها ۴ ترکیب با امتیاز کارایی ۰/۹۴۱۷ به عنوان ترکیب‌های بهینه در مدل روش تحلیل پوششی داده‌های استوار شناخته شدند در حالی که در روش تحلیل پوششی داده‌ها ۳۱ ترکیب با امتیاز کارایی ۱ بهینه هستند. نتایج تأیید می‌کند که با افزایش عدم قطعیت در داده‌ها، مدل برای محافظت از محدودیت‌ها در مقابل عدم قطعیت، امتیازات کارایی پایین‌تری تولید می‌کند.

است که شما یک شاخصه کیفی مدنظر باشد. بیش‌ترین نسبت هشدار به سیگنال شاخص کیفی عرض برش در DMU شماره ۱۳ که حالت  $A_1 B_2 C_2 D_1$  با مقدار  $14/802$  می‌باشد اتفاق می‌افتد. همچنین جواب روش تاگوچی در شاخص کیفی تیزی لبه DMU شماره ۹ حالت  $A_1 B_1 C_3 D_3$  با مقدار  $20/252$  است. برای تحلیل اثر پارامترهای برش لیزر بر روی شاخصه کیفی عرض برش بررسی نمودار تغییر میانگین نسبت SN به ازای تغییر سطح فاکتورها نیاز می‌باشد. اثر اصلی هر فاکتور از تغییر مقدار میانگین نسبت SN هنگامی که سطح فاکتور تغییر می‌کند، می‌باشد. تغییر مثبت یعنی افزایش میانگین سطح پاسخ همزمان با افزایش سطح فاکتور می‌باشد و تغییر منفی نشان‌دهنده کاهش میانگین سطح پاسخ همزمان با افزایش سطح فاکتور می‌باشد.

شکل ۵ نمودار مقدار میانگین نسبت SN عرض برش به ازای هر سطح فاکتورها را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که عرض برش با افزایش مقدار برش لیزر افزایش و نسبت SN کاهش می‌یابد و این می‌تواند به علت جذب انرژی گرمایی توسط فلزات باشد. همچنین عرض برش با افزایش سرعت برش کاهش می‌یابد که توجیه این پدیده می‌تواند این گونه باشد که با افزایش سرعت برش قابلیت جذب گرمایی توسط سطح قطعه کار کاهش می‌یابد. در مورد فاصله کانونی نیز واضح است که تغییر مقدار این فاصله باعث تغییر در اندازه لکه لیزر شده و مقدار عرض برش را کاهش می‌دهد. همان گونه که از شکل ۵ مشخص است، مقدار فشار گاز کمکی تأثیر مهمی روی عرض برش ندارد، که این نشان‌دهنده خنثی بودن گاز اکسیژن است.



شکل ۵. نمودار تأثیر عامل‌های اصلی بر شاخصه عرض برش

شکل ۶ نیز مقدار نسبت SN برای زاویه ایجاد شده (تیزی لبه) به ازای فاکتورهای توان لیزر، سرعت برش، فشار گاز کمکی و فاصله کانونی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش توان لیزر، تیزی لبه بیشتر شده است. زیرا با افزایش توان، نفوذپذیری بیشتر شده که باعث می‌شود هر دو طرف به یک مقدار برش نخورند و زاویه ایجاد شده بیشتر گردد. با افزایش سرعت مقدار زاویه ایجاد

جدول ۵. نتایج مدل لیائو در مقایسه با نتایج مدل پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های استوار

	DMU	DEA	RDEA	DMU	DEA	RDEA	DMU	DEA	RDEA
۱	۰/۹۶۶۳	۰/۸۳۹۹	۳۵	۰/۹۸۳۲	۰/۸۱۰۵	۶۹	۱	۰/۷۷۱۹	
۲	۰/۹۸۴۶	۰/۸۰۸۵	۳۶	۱	۰/۸۳۶۷	۷۰	۰/۹۸۷۴	۰/۷۶۴۹	
۳	۱	۰/۸۵۳۵	۳۷	۰/۹۸۹۶	۰/۸۵۱۰	۷۱	۰/۹۹۱۷	۰/۷۶۴۸	
۴	۰/۹۶۰۳	۰/۸۵۳۳	۳۸	۰/۹۹۱۸	۰/۸۳۹۵	۷۲	۱	۰/۷۷۴۷	
۵	۰/۹۷۹۰	۰/۸۴۵۷	۳۹	۰/۹۹۹۶	۰/۸۵۵۲	۷۳	۱	۰/۷۴۴۸	
۶	۱	۰/۸۵۶۵	۴۰	۰/۹۹۸۲	۰/۸۵۵۱	۷۴	۰/۹۹۹۸	۰/۷۶۸۲	
۷	۰/۹۵۶۳	۰/۸۵۶۴	۴۱	۰/۹۹۱۱	۰/۸۵۱۳	۷۵	۱	۰/۷۷۵۴	
۹	۱	۰/۸۳۹۵	۴۳	۰/۹۸۴۳	۰/۷۵۳۷	۷۷	۰/۹۹۹۷	۰/۷۷۹۶	
۱۰	۰/۹۸۸۷	۰/۸۵۳۱	۴۴	۰/۹۸۸۸	۰/۷۵۳۶	۷۸	۱	۰/۷۶۴۶	
۱۱	۰/۹۹۰۳	۰/۸۴۲۴	۴۵	۱	۰/۷۶۴۱	۷۹	۰/۹۹۹۷	۰/۷۵۷۲	
۱۳	۰/۹۸۵۹	۰/۸۵۶۲	۴۷	۰/۹۹۸۹	۰/۷۵۶۵	۸۱	۱	۰/۷۶۷۹	
۱۶	۰/۹۸۰۶	۰/۸۴۳۸	۵۰	۰/۹۹۸۹	۰/۷۷۱۶	۸۴	۱	۰/۷۷۱۵	
۱۸	۱	۰/۸۵۲۲	۵۲	۰/۹۹۸۸	۰/۷۴۸۳	۸۶	۰/۹۷۴۱	۰/۷۷۰۸	
۱۹	۰/۹۹۸۳	۰/۸۵۶۰	۵۳	۰/۹۹۸۷	۰/۷۴۸۱	۸۷	۱	۰/۷۸۰۹	
۲۰	۰/۹۹۸۰	۰/۸۵۳۰	۵۴	۱	۰/۷۵۶۶	۸۸	۰/۹۵۷۲	۰/۷۸۰۲	
۲۲	۰/۹۹۸۲	۰/۸۳۶۶	۵۶	۰/۹۸۹۸	۰/۷۶۰۸	۹۰	۱	۰/۷۶۲۱	
۲۳	۰/۹۹۷۹	۰/۸۱۵۹	۵۷	۱	۰/۷۶۹۰	۹۱	۰/۹۷۶۱	۰/۷۷۳۲	
۲۶	۰/۹۹۷۴	۰/۸۵۳۰	۶۰	۱	۰/۷۴۸۲	۹۴	۰/۹۶۶۵	۰/۷۸۱۵	
۲۷	۱	۰/۸۵۶۰	۶۱	۰/۹۶۰۴	۰/۷۴۴۹	۹۵	۰/۹۷۷۸	۰/۷۸۰۹	
۲۸	۰/۹۷۰۳	۰/۸۳۷۵	۶۲	۰/۹۸۳۴	۰/۷۷۲۳	۹۶	۱	۰/۷۵۶۸	
۲۹	۰/۹۸۸۲	۰/۸۰۷۴	۶۳	۱	۰/۷۷۹۶	۹۷	۰/۹۵۸۴	۰/۷۷۹۸	
۳۰	۱	۰/۸۵۱۷	۶۴	۰/۹۹۱۴	۰/۷۴۸۴	۹۸	۰/۹۷۸۸	۰/۷۷۴۱	
۳۱	۰/۹۶۳۴	۰/۸۵۱۵	۶۵	۰/۹۹۴۷	۰/۷۷۵۱	۹۹	۱	۰/۷۷۳۰	
۳۲	۰/۹۸۳۳	۰/۸۴۳۴	۶۶	۱	۰/۷۸۰۲	۱۰۰	۰/۹۹۳۴	۰/۷۸۲۲	
۳۳	۱	۰/۸۵۵۷	۶۷	۰/۹۹۰۲	۰/۷۵۰۶	۱۰۱	۰/۹۹۳۰	۰/۷۸۱۸	
۱۰۶	۰/۹۸۹۸	۰/۷۳۵۰	۱۲۶	۱	۰/۹۳۰۸	۱۴۶	۰/۹۸۶۱	۰/۹۳۵۸	
۱۰۷	۰/۹۹۲۴	۰/۷۷۶۱	۱۲۷	۰/۹۹۴۸	۰/۹۴۰۶	۱۴۷	۰/۹۹۵۹	۰/۹۴۱۷	
۱۰۸	۱	۰/۷۷۵۲	۱۲۸	۰/۹۹۴۵	۰/۹۳۶۶	۱۴۸	۰/۹۷۶۸	۰/۹۴۱۷	
۱۱۰	۰/۹۷۲۶	۰/۹۴۱۷	۱۳۰	۰/۹۹۴۱	۰/۸۳۵۴	۱۵۰	۰/۹۹۸۲	۰/۹۴۱۷	
۱۱۳	۰/۹۷۲۴	۰/۷۵۳۶	۱۳۳	۰/۹۹۲۲	۰/۹۲۵۷	۱۵۳	۱	۰/۹۴۰۴	
۱۱۵	۰/۹۵۵۴	۰/۷۷۶۱	۱۳۵	۱	۰/۹۴۰۱	۱۵۵	۰/۹۹۵۸	۰/۹۴۱۲	
۱۱۷	۱	۰/۷۰۰۷	۱۳۷	۰/۹۷۳۳	۰/۷۹۶۸	۱۶۲	۱	۰/۹۴۱۶	

- [4] Dubey, A.K.; Yadava, V. 2008. Multi-objective opti-misation of laser beam cutting process, Optics and La-ser Technology Vol. 40, No. 3, pp.562-570.
- [5] Dubey, A.K.; Yadava, V. 2008. Multi-objective opti-mization of Nd:YAG laser cutting of nickel-based sup-eralloy sheet using orthogonal array with principal component analysis, Optics and Lasers in Engineering Vol. 46, No. 2, pp.124-132.
- [6] Rao, R.; Yadava, V. 2009. Multi-objective optimiza-tion of Nd:YAG laser cutting of thin superalloy sheet using grey relational analysis with entropy measure-ment, Optics and Laser Technology Vol. 41, No. 8, pp. 922-930.
- [7] Caydaş, U.; Hasçalik, A. 2008. Use of the grey rela-tional analysis to determine optimum laser cutting pa-rameters with multi-performance characteristics, Optics and Laser Technology Vol. 40, No. 7, pp.987-994.
- [8] Chen, M.F.; Ho, Y.S.; Hsiao, W.T.; Wu, T.H.; Tseng, S.F.; Huang, K.C. 2011. Optimized laser cut-ting on light guide plates using grey relational analysis, Optics and Lasers in Engineering Vol. 49, No. 2, pp. 222-228.
- [9] El-Taweel, T.A.; Abdel-Maaboud, A.M.; Azzam, B.S.; Mohammad, A.E. 2009. Parametric studies on the CO2 laser cutting of kevlar-49 composite, Interna-tional Journal of Advanced Manufacturing Technology Vol, 40. Nos 9-10, pp.907-917.
- [10] Mohan SV, Raghavulu SV, Mohanakrishna G, Srikanth S, Sarma PN. (2009), Optimiza-tion and evaluation of fermentative hydrogen production and wastewater treatment processes using data enveloping analysis (DEA) and Taguchi design of experimental (DOE) methodology. International Journal of Hydro- gen Energy; Vol. 34, pp. 216–26.

[۱۱] مونتگومری، داگلاس، "کنترل کیفیت آماری"، نورالسنا، رسول، انتشارات دانشگاه علم و صنعت، چاپ هفتم، ۱۳۸۶.

## ۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از روش تاگوچی و تحلیل پوششی داده‌ها به بهینه‌سازی شاخصه‌های کیفی پهنای عرض برش و گونیا بودن در برش لیزر CO<sub>2</sub> پرداخته شد. هدف این مقاله بررسی اثر اصلی فاکتورهای مهم برش همچون توان لیزر، سرعت برش، فاصله کانونی و فشار گاز کمکی برای به دست آوردن بهترین حالت پارامترهای برش بود. برای رسیدن به این هدف از روش‌های متفاوت و ابتکاری بهره گرفته شد. در این مقاله ابتدا به عنوان مهم‌ترین موضوع به بررسی روش تاگوچی و طراحی آزمایش به وسیله‌ی آرایه‌های متعامد استاندارد پرداخته شد. سپس از انجام آزمایش‌ها دیگر نتایج با استفاده از شبکه عصبی BP تخمین زده شد. برای رده‌بندی و انتخاب بهترین ترکیب بهینه پارامترها از تحلیل پوششی داده‌ها استفاده شد. روش تحلیل پوششی داده‌های استوار برای ایجاد روشی ابتکاری و واقع‌بینانه‌تر نسبت به حالت قطعی به کار گرفته شد و نتایج در دو حالت مورد بررسی قرار گرفت. همچنین جواب تاگوچی به صورت جداگانه برای هر شاخصه کیفی محاسبه شد. با توجه به این که نتایج حاصل از DEA استوار محتاطانه‌تر می‌باشد، بهترین حالت فاکتورها در این مدل در A<sub>1</sub> B<sub>2</sub> C<sub>2</sub> D<sub>2</sub> جایی که توان لیزر ۸۰۰w، سرعت برش ۱۵۰۰ mm/min، فشار گاز کمکی ۲۷۵ kpa و فاصله کانونی ۲ mm است اتفاق می‌افتد. با حل جداگانه مدل تاگوچی برای هر یک از شاخصه‌های کیفی، حالت‌های بهینه A<sub>1</sub> B<sub>2</sub> C<sub>2</sub> D<sub>1</sub> برای هر یک از شاخصه‌های کیفی پهنای عرض برش و A<sub>1</sub> B<sub>1</sub> C<sub>3</sub> D<sub>3</sub> برای شاخصه کیفی تیزی لبه به دست آمد. جایی که مقدار این شاخص‌ها به ترتیب ۲۰/۲۵۲ و ۱۴/۸۰۲ است. در نهایت برای اعتبارسنجی مدل پیشنهادی از داده‌های مقاله لیاو [۲۶] استفاده گردید و نتایج مقایسه گردید. نتایج به دست آمده بیانگر قابلیت استفاده مدل پیشنهادی در تمامی صنایع تولیدی است.

## منابع

- [1] Pandey, A.K.; Dubey, A.K. (2012). Taguchi based fuzzy logic optimization of multiple quality characteris-tics in laser cutting of duralumin sheet, Optics and La-sers in Engineering Vol. 50, No. 3, pp.328-335.
- [2] Kurt M, Kaynak Y, Bagci E, Demirer H, Kurt M (2009). Dimensional analyses and surface quality of the laser cutting process for engineering plastics. Int. J. Adv. Manuf. Technol., Vol. 41, Nos. 3-4, pp. 259-267.
- [3] Choudhury IA, Shirley S (2010). Laser cutting of polymeric materials: An experimental investigation. Opt. Laser Technol., Vol. 42, No. 3, pp. 503-508.

- technical and scale inefficiencies in data envelopment analyse. *Management Science*, Vol. 30, No. 9, pp. 1078-1092.
- [۲۱] محقر علی، حکاک محمد، یعقوبی حسین. ارزیابی کارایی واحدهای ارزی بانک کشاورزی با استفاده از روش‌های ترکیبی BSC، DEA و AHP. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. ۱۳۹۳؛ ۲۵ (۲): ۲۳۷-۲۴۷.
- [22] Soyster, A.L. (1973), Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming, *Oper. Res.*, Vol. 21, pp.1154-1157.
- [23] Ben-Tal, A. and Nemirovski, A. (2000), 'Robust solutions of linear programming problem contaminated with uncertain data', *Mathematical Programming*, Vol. 88, No. 3, pp.411-421.
- [24] Bertsimas, D. and Sim, M. (2004), 'The price of robustness', *Operations Research*, Vol. 52, No. 1, pp.35-53.
- [۲۵] جلالی نائینی، سید غلامرضا و مهدوی، محمد و نورعلیزاده، حمیدرضا، تجزیه و تحلیل اثر لغو انحصار ورود بر کارایی شرکت‌های بیمه ایرانی. پژوهشنامه بیمه، سال بیست و هشتم، شماره ۲، شماره سلسله ۱۱۰، صفحات ۵۱-۲۵، ۱۳۹۲.
- [26] Liao, H.-C. (2004). A data envelopment analysis method for optimizing multi-response problem with censored data in the Taguchi method. *Computer & Industrial Engineering*, Vol. 46, No. 4, pp. 817-835.
- [۱۲] غلامیان، سید اصغر و شیدایی، سید صابر، طراحی بهینه موتور مغناطیس دائم برای کاهش گشتاور دندانه‌ای با استفاده از روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی و آنالیز محدود. سیستم‌های هوشمند در مهندسی برق، سال چهارم، شماره دوم، ۱۳۹۲.
- [۱۳] خواجوی، شکراله و سلیمی فرد، علیرضا و ربیع، مسعود، کاربرد تحلیل پوششی داده‌ها در تعیین پرتفویی از کاراترین شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، مجله علوم اجتماعی و انسانی دانشگاه شیراز دوره بیست و دوم، شماره دوم، تابستان ۱۳۸۴.
- [۱۴] عرب زاد سید محمد، رزمی جعفر، توکلی مقدم رضا، قربانی مظاهر. بکارگیری شبکه عصبی مصنوعی در دسته بندی اقلام خرید و ارزیابی تأمین کنندگان. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. ۱۳۹۴؛ ۲۶ (۱): ۸۱-۹۷.
- [۱۵] بشیری مهدی، حسین زاده سیدمحمد. بهینه سازی فرآیند با چند سطح پاسخ به وسیله شبکه‌های عصبی بر مبنای مفهوم مطلوبیت. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. ۱۳۸۸؛ ۲۰ (۴): ۵۳-۶۳.
- [۱۶] امیرآبادی، حسین و عاشوری، جواد و جعفریان، فرشید، بهینه‌سازی برش کاری جت آب همراه با ذرات ساینده و با استفاده از روش شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک، مجله مدل‌سازی مهندسی، سال هشتم، شماره ۲۳، ۱۳۸۹.
- [۱۷] رصافی، امیرعباس و مؤمنی، فرشته و امینی، بهنام، کاربرد تصمیم‌گیری چند معیاره در شناسایی نقاط پرحادثه با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و روش همایی، مهندسی حمل و نقل، سال سوم، شماره چهارم، ۱۳۹۱.
- [۱۸] جهانگشای رضایی، مصطفی و انوری، مونا و ایزدبخش، حمیدرضا، "الگوبرداری و ارزیابی جامع عملکرد با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها"، انتشارات جهاد دانشگاهی، چاپ اول، ۱۳۹۱.
- [19] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). 'Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*', Vol. 2, pp.429-444.
- [20] Banker, R.D, Charnes, A., Cooper, W. W., (1984). 'Some methods for estimating