



# **A Hybrid Particle Swarm Optimization-Theory of Constraints for Simultaneous Solving Worker Assignment and Mixed-Model two-Sided Assembly Line Balancing**

**Parviz Fattahi\* , Parvaneh Samouei & Mostafa Zandieh**

*Parviz Fattahi, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Alzahra University*

*Parvaneh Samouei, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University*

*Mostafa Zandieh, Department of Industrial Management, Management and Accounting Faculty, Shahid Beheshti University*

## **Keywords**

**Two-sided assembly line balancing,  
Mixed-model,  
Multi-objective particle swarm optimization,  
Theory of constraints,  
Worker assignment.**

## **ABSTRACT**

*One of the most important problems in two-sided assembly lines is a suitable decision-making about tasks and worker assignments to maximize the line efficiency. But unfortunately, in the most of the cases, there is not any attention to the bottlenecks. Also, if there is a bottleneck, changing the positions of two operators may eliminate the bottleneck or we have to determine the product-mix. Therefore, in this paper, this problem is considered and as well as a mathematical model, a hybrid algorithm based on the particle swarm optimization and theory of constraints are presented. Furthermore, several lower bounds are developed for the number of stations. The efficiency of the proposed algorithms is tested by different test problems.*

**© 2017 IUST Publication, IJIEPM Vol. 28, No. 3, All Rights Reserved**



## ارائه‌ی الگوریتم هیبریدی بهینه‌سازی توده ذرات و تئوری محدودیت‌ها برای حل مسائل همزمان بالانس خطوط مونتاژ دو طرفه مدل‌های ترکیبی و تخصیص نیروی انسانی

پرویز فتاحی\*، پروانه سموئی و مصطفی زندیه

### چکیده:

یکی از مهمترین مسائل در خطوط مونتاژ دو طرفه، تخصیص مناسب نیروی انسانی و فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری است، تا بتوان کارایی خط را به حداکثر مقدار ممکن رساند. اما موردی که در اغلب مسائل بالانس خطوط مونتاژ از آن غفلت می‌شود، آن است که آیا با بالانس انجام شده، گلوگاهی در سیستم به وجود می‌آید یا خیر. همچنین اگر در سیستم گلوگاهی وجود دارد، آیا می‌توان با جابه‌جا کردن افراد ایستگاه‌ها همچنان حداکثر تقاضای پیش‌بینی شده را تامین کرد و یا نیاز به تعیین ترکیب تولید می‌باشد. بدین منظور، پس از ارائه‌ی یک مدل ریاضی دوسطحی تک‌هدفه-چندهدفه، به حل این مدل توسط الگوریتم هیبریدی بهینه‌سازی توده‌ی ذرات و تئوری محدودیت‌ها اقدام شده است. علاوه بر این، نیز چند کران پایین برای تعداد ایستگاه‌ها پیشنهاد شده است. نتایج حاصل از الگوریتم به کمک مثال‌های عددی مختلف تشریح شده است.

### کلمات کلیدی

بالانس خطوط مونتاژ دو طرفه، مدل‌های ترکیبی، تخصیص نیروی انسانی، بهینه‌سازی توده ذرات چندهدفه، تئوری محدودیت‌ها.

### ۱. مقدمه

خطوط مونتاژ دسته‌ای از فرایندهای تولید هستند که معمولاً در آن‌ها چند ایستگاه به کمک وسایل انتقال دهنده به هم متصل شده‌اند و محصولات جهت تکمیل فرایند، از ایستگاهی به ایستگاه مجاور منتقل می‌شوند. در هر ایستگاه نیز قسمتی از عملیات توسط نیروی انسانی و یا ربات انجام می‌گیرد. اولین تحقیق علمی درباره‌ی بالانس خطوط مونتاژ در سال ۱۹۵۵ انجام گرفته است [1]. اما پس از آن به دلیل اهمیت موضوع از نظر محققین دانشگاهی و مهندسين تولید، مطالعات متعددی در این زمینه برای نزدیکتر شدن به دنیای واقعی صورت پذیرفته است.

تاریخ وصول: ۹۳/۰۴/۲۹

تاریخ تصویب: ۹۵/۰۲/۲۱

پروانه سموئی، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران. [p.samouei@basu.ac.ir](mailto:p.samouei@basu.ac.ir)  
مصطفی زندیه، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران. [m\\_zandieh@sbu.ac.ir](mailto:m_zandieh@sbu.ac.ir)  
\*نویسنده مسئول مقاله: پرویز فتاحی، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران. [fattahi@basu.ac.ir](mailto:fattahi@basu.ac.ir)

مقالات مروری نظیر [2]، [3]، [4] و [5] به مطالعه‌ی برخی از این تحقیقات پرداخته‌اند.

دسته‌بندی‌های مختلفی برای بالانس خطوط مونتاژ مشاهده می‌شود. به طور مثال، براساس تنوع محصولات، می‌توان این مسئله را به مدل‌های تکی، ترکیبی و چندگانه تقسیم نمود. در مدل‌های تکی، تنها یک نوع محصول، در مدل‌های ترکیبی، مدل‌های مختلفی از یک نوع محصول و در مدل‌های چندگانه نیز چند نوع محصول تولید می‌گردد. در این میان، خطوط مونتاژ مدل‌های ترکیبی به دلیل مزایایی نظیر کاهش موجودی‌ها [6] باعث شده است بسیاری از کارخانجات از این خطوط استفاده کنند.

دسته‌بندی دیگری که برای این خطوط می‌توان شاهد شد، دسته‌بندی براساس ساختار خط می‌باشد که کارخانجات بنا بر دلایلی نظیر مشخصه‌های فنی و یا نیازهای عملیاتی از آن استفاده می‌کنند. به گونه‌ای که می‌توان خطوط مونتاژ یک طرفه، دو طرفه، U شکل و یا ترکیبی از آن‌ها را دید. در خطوط یک طرفه تنها یک سمت از خط (راست یا چپ) استفاده می‌شود، در حالی که در خطوط مونتاژ دو طرفه هر دو سمت خط مورد بهره برداری قرار

می‌شود اپراتوری که مهارت بالاتری دارد، کارها را سریع‌تر از فرد متوسط و یا مبتدی انجام می‌دهد. اثر این تغییرات زمان را می‌توان در نحوه‌ی بالانس خطوط مونتاژ، زمان سیکل و تعداد ایستگاه‌های مشاهده کرد. به علاوه، تفاوت میان سطوح مختلف مهارت پرسنل و همچنین دستمزد آن‌ها به مدیریت اجازه می‌دهد تا تصمیمات بهتری در مورد سیستم تولید خود اتخاذ نماید. از این رو می‌توان به اهمیت مسئله‌ی تخصیص نیروی انسانی در بالانس خطوط مونتاژ پی برد. ولی با این حال مقالات کمی هستند که به این موضوع پرداخته باشند. جدول ۱ مشخصات این مقالات را نشان می‌دهد:

می‌گیرند. استفاده از ساختار دوطرفه باعث کاهش طول خط و همچنین کاهش هزینه‌های ابزارآلات، وسایل انتقال دهنده و ... می‌گردد.

از آنجا که مسائل بالانس خطوط مونتاژ دو طرفه نیز مشابه بالانس خطوط مونتاژ یک طرفه در کلاس مسائل NP-hard قرار می‌گیرند [7]، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری نظیر بهینه‌سازی توده ذرات [8]، کلونی زنبور عسل [9] و ... جز روش‌های رایج برای حل به حساب می‌آیند.

بیشتر تحقیقات در بالانس خطوط مونتاژ زمان‌های عملیات را قطعی فرض می‌کنند [10]. این در حالیست که در بسیاری از مواقع عملیات مونتاژ به صورت دستی انجام می‌گیرد و به وضوح دیده

جدول ۱. مقالات مرتبط با بالانس و تخصیص نیروی انسانی

نویسنده	پارامتر ثابت		روش حل		ساختار		مدل	توضیحات
	تعداد ایستگاه	تعداد پرسنل	فراابتکاری	تکرار	واقعه	شکل	توصیحات	
Miralles et al.[11]	*	*	*	*	*	*	*	روش ابتکاری بر مبنای شاخه و کران
Blum & Miralles[12]	*	*	*	*	*	*	*	جستجوی پرتو
Costa & Miralles [13]	*	*	*	*	*	*	*	الگوریتم ژنتیک
Zaman et al. [14]	*	*	*	*	*	*	*	الگوریتم ژنتیک چند هدفه
Zhang et al. [15]	*	*	*	*	*	*	*	الگوریتم ژنتیک تکرار شونده
Araújo et al.[16]	*	*	*	*	*	*	*	شاخه و کران
Mutlu et al. [17]	*	*	*	*	*	*	*	شاخه و کران
Vilà & Pereira[18]	*	*	*	*	*	*	*	استفاده از نرم افزار CPLEX 9.0
Miralles et al.[19]	*	*	*	*	*	*	*	
Borba & Ritt [20]	*	*	*	*	*	*	*	

این در حالیست که وجود گلوگاه در سیستم می‌تواند علاوه بر از دست دادن منابع نتوان تقاضای محصولات را برآورده و سود کارخانه را حداکثر نمود. لذا باید در کنار تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌ها به این موضوع نیز پرداخته شود که آیا با توجه به تقاضا، افق برنامه‌ریزی، زمان‌های عملیات و سطوح مهارت اپراتورها، آیا گلوگاهی در سیستم به وجود می‌آید یا خیر؟ و اگر گلوگاهی وجود دارد آیا می‌توان با جابه‌جا کردن اپراتورهای موجود و قرار دادن افراد ماهرتر در ایستگاه گلوگاه، بارگذاری‌های اضافی را برطرف نمود، یا کاهش داد و یا مجبور به تعیین ترکیب تولید و مشخص کردن تعداد تولید هر محصول می‌باشیم.

با توجه به مطالب بیان شده و همچنین جدول ۱ می‌توان دریافت که تا کنون مقاله‌ای وجود ندارد که به بررسی بالانس خطوط مونتاژ دو طرفه مدل‌های ترکیبی و تخصیص نیروی انسانی پرداخته باشد، از این رو در این مقاله علاوه بر بررسی همزمان مسئله بالانس خطوط مونتاژ و تخصیص نیروی انسانی به تجزیه و تحلیل گلوگاه‌ها نیز پرداخته می‌شود. به علاوه یک الگوریتم جدید سیکلی-سلسله

همان‌طور که از این جدول می‌توان مشاهده کرد در اکثر موارد تعداد ایستگاه‌ها ثابت فرض شده‌اند و از روش‌های فرا ابتکاری برای حل کمک گرفته شده است. علاوه بر این به وضوح دیده می‌شود که در تمام این مقالات خطوط مونتاژ یک طرفه مدل‌های تکی مورد توجه قرار گرفته شده است. به بیان دیگر مقاله‌ای تا کنون به بررسی خطوط مونتاژ دوطرفه‌ی مدل‌های ترکیبی نپرداخته است.

علاوه بر تخصیص مناسب نیروی انسانی و بالانس خطوط مونتاژ، با توجه به گلوگاه‌ها و تلاش برای رفع آن‌ها، می‌توان کارایی سیستم را افزایش دهد. همچنین توجه به این عامل باعث می‌شود که بتوان تصمیم بهتری را در مورد میزان تولید هر یک از محصولات داشت. از این رو، پاسور به بالانس خطوط مونتاژ گلوگاه‌های لکزیکوگراف پرداخت، که در آن به طور سلسله مراتبی، ابتدا بارگذاری اضافی سنگین‌ترین ایستگاه، پس از آن دومین ایستگاه و به همین ترتیب تمام ایستگاه‌های گلوگاه مورد بررسی قرار می‌گرفتند [21].

با توجه به تحقیقات انجام شده مشخص می‌شود که توجه بسیار کمی به تجزیه و تحلیل گلوگاه‌ها و بالانس خط مونتاژ شده است.

الگوریتم دو مرحله‌ای سلسله مراتبی-سیکلی پرداخته می‌شود. این مدل و الگوریتم حل بر مبنای مفروضات زیر قرار گرفته‌اند.

- ۱- مدل‌های مختلفی از یک محصول با روابط پیش‌نیازی مشخص روی یک خط دو طرفه مونتاژ می‌شوند.
- ۲- هر کار تنها باید یک بار و در یک ایستگاه انجام گیرد.
- ۳- امکان انجام چند کار توسط یک اپراتور در یک لحظه از زمان امکان‌پذیر نیست.
- ۴- اپراتورهایی با مهارت‌های مختلف وجود دارند و زمان‌های عملیات وابسته به سطح مهارت اپراتورها می‌باشند.
- ۵- هر اپراتور به یک ایستگاه تخصیص می‌یابد و هر ایستگاه نیز تنها یک اپراتور دارد.
- ۶- حداکثر تقاضای پیش‌بینی‌شده‌ی، سود محصولات و تقاضای هر ایستگاه مشخص است.
- ۷- زمان سیکل و تعداد ایستگاه‌ها و ایستگاه‌های زوجی (ایستگاه-های رو به روی هم در خطوط مونتاژ دوطرفه) مشخص نیستند.

## ۲-۱. مدل ریاضی

پیش از ارائه‌ی مدل ریاضی دوسطحی تک‌هدفه-چندهدفه برای بالانس خطوط مونتاژ دوطرفه مدل‌های ترکیبی، تخصیص نیروی انسانی و تعیین ترکیب تولید (تجزیه و تحلیل گلوگاه) لازمست که به بیان اندیس‌ها، پارامترها، متغیرها و مجموعه‌های استفاده شده در این مدل پرداخته شود.

مراتبی بر مبنای بهینه‌سازی توده ذرات و تئوری محدودیت‌ها و همچنین چند کران پایین برای تعداد ایستگاه‌ها و ایستگاه‌های زوجی برای حل این مسئله ارائه شده است.

در ادامه‌ی این مقاله، بخش ۲ به تعریف مسئله، بیان مفروضات و مدل ریاضی اشاره دارد. پس از آن در بخش ۳ به بیان الگوریتم پیشنهادی پرداخته می‌شود. بخش ۴ نیز به نحوه‌ی تنظیم پارامتر، مثال‌های عددی مختلف و تجزیه و تحلیل الگوریتم می‌پردازد. در نهایت نیز آخرین بخش به بیان نتایج به دست آمده و جهت‌گیری تحقیقات آتی اشاره دارد.

## ۲. تعریف مسئله

خطوط مونتاژ دوطرفه مدل‌های ترکیبی، اغلب در صنایعی استفاده می‌شوند که علاوه بر مونتاژ محصولات با ابعاد بزرگ، تنوعی نیز در محصول پایه دیده شود. از سویی در بسیاری از عملیات، مهارت اپراتورها نقش بسیار مهمی روی زمان انجام عملیات و زمان سیکل ایفا می‌کند. از این رو، تخصیص فعالیت‌ها و اپراتورها به ایستگاه‌ها باید به گونه‌ای باشد که حداکثرکارایی را برای سیستم به وجود آورد و از هدر رفت زمان، سرمایه و انرژی جلوگیری به عمل آورد. به علاوه، با تخصیص‌های مناسب می‌توان خط روانی داشت که در آن گلوگاهی وجود نداشته باشد. لذا در این مقاله علاوه بر توسعه‌ی یک مدل ریاضی دو سطحی تک‌هدفه-چندهدفه، به ارائه‌ی یک

جدول ۲. اندیس‌ها، پارامترها، متغیرها و مجموعه‌های مسائل دو طرفه

اندیس‌ها	
فعالیت	$i, h, p, r$
ایستگاه زوجی	$j, g$
مهارت	$l, z$
سمت خط مونتاژ (۱: سمت چپ، ۲: سمت راست)	$k$
مجموعه‌ها	
مجموعه‌ی مدل‌های محصول	$M$
مجموعه‌ی فعالیت‌ها در دیگرام روابط پیش‌نیازی ترکیب شده	$I$
مجموعه‌ی ایستگاه‌های زوجی	$J$
مجموعه‌ی سطوح مهارت (پایین، متوسط، بالا و ...)	$L$
مجموعه‌ی فعالیت‌هایی که هیچ پیش‌نیازی ندارند.	$P_0$
مجموعه‌ی پیش‌نیازهای بلافاصله فعالیت $i$	$P(i)$
مجموعه‌ی تمام پیش‌نیازهای فعالیت $i$	$P_a(i)$
مجموعه‌ی تمام پس‌نیازهای فعالیت $i$	$S_a(i)$
مجموعه‌ی جهت‌های لازم برای انجام فعالیت $i$	$K(i) = \begin{cases} \{1\} & \text{if } i \in S_R \\ \{2\} & \text{if } i \in S_L \\ \{1,2\} & \text{if } i \in S_E \end{cases}$
مجموعه‌ی فعالیت‌هایی که جهت عملیاتشان بر خلاف جهت فعالیت $i$ است.	$N(i)$

پارامترها و متغیرها	
$NM$	تعداد ایستگاه‌های زوجی
$NS$	تعداد کل ایستگاه‌ها
$\Psi$	یک عدد مثبت خیلی بزرگ
$t_{iml}$	زمان فعالیت $i$ برای مدل $m$ و مهارت $l$
$t_{iml}^f$	زمان تکمیل عملیات فعالیت $i$ برای مدل $m$ توسط کارگری با مهارت $l$
$C$	زمان سیکل
$Pr_m$	سود محصول نوع $m$
$Q_m$	تعداد تولید محصول $m$
$D_m$	تقاضای محصول $m$
$LS_{max}$	بارگذاری ماکزیمم
$mLS_j^k$	میزان بار ایستگاه‌ها شامل بیکاری‌های غیر قابل اجتناب در سمت $k$ ایستگاه زوجی $j$ برای تمام $m \in M$
$cap_{jl}$	ظرفیت ایستگاه زوجی $j$ با مهارت $l$
$HC_l$	هزینه‌ی نیروی انسانی با سطح مهارت $l$
$THC$	هزینه کل نیروی انسانی
$TP$	سود کل
$WSI$	شاخص حداقل‌سازی ناهمواری‌های موزون
$x_{ijkl}$	متغیر صفر و یک، اگر فعالیت $i$ به ایستگاه زوجی $j$ در سمت $k$ و با مهارت $l$ تخصیص یابد، ۱ در غیر این صورت *
$y_{jkl}$	متغیر صفر و یک، اگر اپراتوری با سطح مهارت $l$ به ایستگاه زوجی $j$ در سمت $k$ تخصیص یابد، ۱ در غیر این صورت *
$z_{ip}$	متغیر صفر و یک، اگر فعالیت $i$ قبل از $p$ در همان ایستگاه انجام گیرد، ۱ در غیر این صورت *
$F_j$	متغیر صفر و یک، اگر ایستگاه زوجی $j$ مورد بهره برداری قرار گیرد ۱ و در غیر این صورت *

نیروی انسانی با سطوح مهارت مختلف و تعیین ترکیب تولید با در نظر گرفتن گلوگاه‌ها به شرح زیر می‌باشد:

مدل ریاضی دو سطحی تک هدفه-چندهدفه ارائه شده برای مسائل بالانس خطوط مونتاژ دو طرفه مدل‌های ترکیبی، تخصیص

$$\text{Max } TP = \sum_{m \in M} Pr_m Q_m \quad (1)$$

S.to:

$$Q_m \leq D_m \quad \forall m \in M \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ijkl} \cdot t_{iml} \leq cap_{jl} \quad \forall l \in L, m \in M, j \in J, k \in K(i) \quad (3)$$

$$Q_m \geq 0 \text{ \& integer } \quad \forall m \in M \quad (4)$$

$$\text{Min } NM = \sum_{j \in J} F_j \quad (5)$$

$$\text{Min } NS = \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^2 \sum_{l \in L} y_{jkl} \quad (6)$$

$$\text{Min } THC = \sum_{j \in J} \sum_{k=1}^2 \sum_{l \in L} HC_l \cdot y_{jkl} \quad (7)$$

$$\text{Min } WSI = \sqrt{\frac{Q_m (\sum_{j \in J} \sum_{k=1,2} (mLS_j^k - LS_{max})^2)}{\sum_{m \in M} Q_m \cdot NS}} \quad (8)$$

S.to:

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K(i)} \sum_{l \in L} x_{ijkl} = 1 \quad \forall i \in I \quad (9)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{g \in J} \sum_{k \in K(h)} g \cdot x_{hgkl} - \sum_{z \in L} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K(i)} j \cdot x_{ijkz} \leq 0 \quad \forall i \in I - P_0, h \in P(i) \quad (10)$$

$$C \cdot \sum_{m \in M} Q_m \geq DP \quad (11)$$

$$t_{iml}^f \leq C \quad \forall i \in I, m \in M, l \in L \quad (12)$$

$$t_{iml}^f \geq t_{iml} \quad \forall i \in I, m \in M, l \in L \quad (13)$$

$$t_{imz}^f - t_{hml}^f + \psi(1 - \sum_{k \in K(h)} x_{hjkz}) + \psi(1 - \sum_{k \in K(h)} x_{ijkz}) \geq t_{imz} \quad \forall i \in I - P_0, h \in P(i), j \in J, m \in M, l, z \in L \quad (14)$$

$$t_{iml}^f - t_{pml}^f + \psi \cdot (1 - x_{pjkl}) + \psi \cdot (1 - x_{ijkl}) + \psi \cdot z_{ip} \geq t_{iml} \quad \forall p \in \{r | r \in I - (P_a(i) \cup S_a(i) \cup N(i)) \text{ and } i < r\}, j \in J, k \in K(i) \cap K(p), l \in L, i \in I, m \in M \quad (15)$$

$$t_{pml}^f - t_{iml}^f + \psi \cdot (1 - x_{pjkl}) + \psi \cdot (1 - x_{ijkl}) + \psi \cdot (1 - z_{ip}) \geq t_{pml} \quad \forall p \in \{r | r \in I - (P_a(i) \cup S_a(i) \cup N(i)) \text{ and } i < r\}, i \in I, j \in J, k \in K(i) \cap K(p), l \in L, m \in M, \quad (16)$$

$$mLS_j^k - \sum_{j \in J} \sum_{k \in K(i)} \sum_{l \in L} x_{ijkl} \cdot t_{iml}^f = 0 \quad \forall m \in M \quad (17)$$

$$LS_{max} \geq mLS_j^k \quad \forall j \in J, k = 1, 2, m \in M, l \in L \quad (18)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k=1,2} \sum_{l \in L} y_{jkl} \leq 2 \sum_{j \in J} F_j \quad (19)$$

$$\sum_{l \in L} y_{jkl} \leq 1 \quad \forall j \in J, k = 1, 2 \quad (20)$$

$$x_{ijkl} \leq y_{jkl} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K(i), l \in L \quad (21)$$

$$x_{ijkl} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K(i), l \in L \quad (22)$$

$$z_{ip} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, p \in \{r | r \in I - (P_a(i) \cup S_a(i) \cup N(i)) \& i < r\} \quad (23)$$

$$F_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \quad (24)$$

$$y_{jkl} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, l \in L, k = 1, 2 \quad (25)$$

کاربردهای اثبات شده‌ی آن، این الگوریتم در سال‌های بعد برای فضاهای گسسته نیز به کار رفته است.

در این الگوریتم، توده‌ای از ذرات، برای یافتن بهترین پاسخ، جستجویی در یک فضای D بعدی انجام می‌دهند. هر ذره در هر تکرار دارای یک موقعیت، یک سرعت و یک تابع هدف (برازندگی) است که در تکرارهای مختلف، این مقادیر با توجه به شرایط ذره و توده به روز می‌شوند. به طور کل می‌توان ساختار این الگوریتم را در حالت پایه به شرح زیر دانست [10]:

مرحله ۱. موقعیت  $(X_{i,0}^j)$  و سرعت  $(V_{i,0}^j)$  ابتدایی هر ذره از توده را با توجه به روابط زیر محاسبه کنید:

$$X_{i,0}^j = X_{Min} + \text{Random}(X_{Max} - X_{Min}) \quad (26)$$

$$V_{i,0}^j = V_{Min} + \text{Random}(V_{Max} - V_{Min}) \quad (27)$$

مرحله ۲. موقعیت و سرعت جدید هر ذره در هر مرحله را با توجه به روابط (۲۸) و (۲۹) به دست آورید:

$$V_{i,k+1} = c_1 r_1 (X_{i,k}^{pbest} - X_{i,k}) + c_2 r_2 (X_{i,k}^{gbest} - X_{i,k}) + W_k V_{i,k} \quad (28)$$

$$X_{i,k+1} = X_{i,k} + V_{i,k+1} \quad (29)$$

مرحله ۳. با توجه به مقادیر سرعت و موقعیت، تابع برازندگی هر ذره تعیین کنید.

مرحله ۴. مقادیر  $X_{i,k}^{pbest}$  و  $X_{i,k}^{gbest}$  که به ترتیب نشان‌دهنده‌ی بهترین موقعیت ذره و توده است را به روز کنید.

مرحله ۵. اگر شرط توقف (نظیر تعداد تکرار و یا زمان معین) برآورده شده است، توقف کنید. در غیر این صورت به مرحله ۲ بازگردید.

در این الگوریتم همان‌طور که از عبارت ۲۸ مشخص است، چند پارامتر مشاهده می‌شوند. پارامترهای  $c_1$  و  $c_2$ ، مقادیر مثبتی هستند که به ترتیب ضریب یادگیری فردی و ضریب یادگیری اجتماعی نامیده می‌شوند.  $r_1$  و  $r_2$  نیز دو عدد تصادفی بین صفر و یک می-

تابع هدف (۱) سود کل را ماکزیم می‌کند. محدودیت (۲) نشان می‌دهد که حداکثر مقدار تولیدی برابر با مقدار تقاضاست. محدودیت (۳) تضمین می‌کند که بیش از ظرفیت ایستگاه نمی‌توان از آن استفاده نمود. محدودیت (۴) نیز بیان می‌کند که تعداد تولید باید مثبت و عدد صحیح باشد. توابع هدف (۵) تا (۷) به حداقل‌سازی تعداد ایستگاه‌های زوجی، تعداد ایستگاه‌ها و هزینه‌های نیروی انسانی اشاره دارند. تابع هدف (۸) به حداقل‌سازی شاخص ناهمواری بارگذاری میان ایستگاه‌ها می‌پردازد. محدودیت (۹) بیان می‌کند که هر فعالیت دقیقاً باید به یک ایستگاه تخصیص یابد. محدودیت (۱۰) روابط پیش‌نیازی میان فعالیت‌ها را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۱) تا (۱۳) نیز روابط مربوط به زمان سیکل را نشان می‌دهد. روابط (۱۴) تا (۱۶) نیز توالی وابسته به زمان‌های تکمیل عملیات‌ها را ارائه می‌دهند. محدودیت‌های (۱۷) و (۱۸) نیز بارگذاری ایستگاه‌ها را برای محاسبه‌ی میزان WSI نشان می‌دهد. محدودیت (۱۹) تعداد ایستگاه‌های زوجی را به دست می‌آورد. روابط (۲۰) و (۲۱) نیز نشان می‌دهند هر ایستگاه نهایتاً می‌تواند دارای یک اپراتور باشد و فعالیت‌ها به ایستگاه‌هایی می‌توانند تخصیص می‌یابند که حتماً اپراتوری در آن ایستگاه مشغول فعالیت باشد. سایر محدودیت‌ها نیز بیانگر صفر و یک بودن متغیرها هستند.

### ۳. الگوریتم حل

قبل از آنکه به ارائه‌ی الگوریتم پیشنهادی برای حل مسئله‌ی همزمان بالانس خطوط مونتاژ دو طرفه‌ی مدل‌های ترکیبی و تخصیص نیروی انسانی پرداخته شود، بهتر است به معرفی الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات در حالت استاندارد بپردازیم.

#### ۳-۱. الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات در حالت استاندارد

این الگوریتم، یکی از الگوریتم‌های جمعیت مبنای متاهوریستیک است که برای فضای پیوسته ارائه گردید [22] ولی به دلیل

سمت لازم انجام فعالیت، مجموع زمان‌های تخصیص داده شده به ایستگاه‌ها از زمان سیکل بیشتر نشوند.

پس از آنکه بهترین تخصیص ممکن فعالیت‌ها به ایستگاه‌ها به دست آمد، تجزیه و تحلیل گلوگاه انجام می‌گیرد، تا بتوان اگر ممکن است با تغییر جایگاه اپراتورهای موجود گلوگاه را بر طرف کرد و اگر چنین چیزی نیز ممکن نیست با تغییر در میزان تولید پیش‌بینی شده این مشکل را رفع کرد و ترکیب تولید را تعیین نمود. جزییات الگوریتم پیشنهادی در ادامه آمده است.

### ۳-۲-۱. فاز ۱

همان‌طور که پیش از این نیز اشاره شد، در این فاز تخصیص اپراتورها با مهارت‌های مختلف و بالانس خط مونتاژ دو طرفه‌ی مدل‌های ترکیبی با اهداف چندگانه، توسط الگوریتم PSO پیشنهادی انجام می‌گیرد. در این الگوریتم، پارامترهای ضریب اینرسی ( $W$ ) و همچنین ضریب یادگیری اجتماعی ( $C_2$ ) مقادیر ثابتی نیستند و در هر تکرار مطابق زیر تغییر می‌کنند.

$$W = W_{\max} - \frac{W_{\max} - W_{\min}}{Itr_{\max}} \times Itr \quad (31)$$

$$C_2 = C_{2\min} + \frac{C_{2\max} - C_{2\min}}{Itr_{\max}} \times Itr \quad (32)$$

در این روابط  $W_{\max}$ ،  $W_{\min}$ ،  $C_{2\max}$ ،  $C_{2\min}$ ،  $Itr_{\max}$  و  $Itr$  به ترتیب ضریب اینرسی ابتدایی، ضریب اینرسی انتهایی، ضریب یادگیری اجتماعی ابتدایی، ضریب یادگیری اجتماعی تکرار و شماره‌ی تکرار فعلی می‌باشند. جدول ۳ سایر پارامترهای پیشنهادی جهت الگوریتم را نشان می‌دهد.

### جدول ۳. برخی از پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

مقدار	پارامتر
مقدار ثابت	ضریب یادگیری فردی ( $C_1$ )
n	$X_{\max}$
-n	$X_{\min}$
n	$V_{\max}$
-n	$V_{\min}$
مقدار ثابت	حداکثر تکرار (قانون توقف)
مقدار ثابت	اندازه توده

### • نمایش ذرات

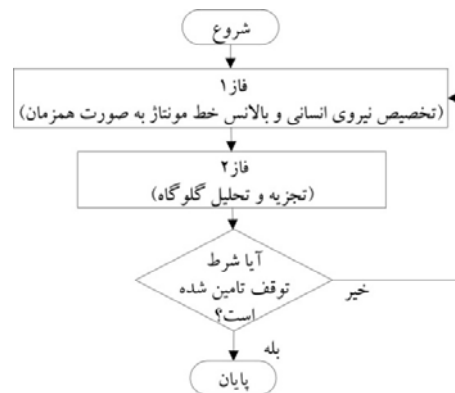
در الگوریتم پیشنهادی هر ذره به کمک رشته‌ای از اعداد صحیح نشان داده می‌شود که طول این رشته نیز برابر با تعداد عملیاتی است که یا پیش‌نیاز ندارند و یا پیش‌نیازشان رعایت شده است. مقدار و جایگاه هر کدام از اعضای این رشته نیز بیان می‌کنند که هر کدام از فعالیت‌ها دارای چه اولویتی می‌باشند. به طور مثال اگر رشته‌ی زیر را داشته باشیم، مشخص می‌شود که اولاً در حال حاضر ۴ فعالیت می‌توانند انجام شوند و ثانیاً فعالیت ۴ در اولویت ۱ و فعالیت ۳ نیز در اولویت آخر قرار دارد.

۴	۲	۱	۳
---	---	---	---

باشند. به علاوه ضریب اینرسی  $W$ ، موقعیت ماکزیمم و مینیمم ( $X_{\min}$ ،  $X_{\max}$ ) و سرعت ماکزیمم و مینیمم ( $V_{\min}$  و  $V_{\max}$ ) مقادیر ثابتی هستند که در این الگوریتم به کار می‌روند.

### ۳-۲ الگوریتم هیبریدی پیشنهادی

برای حل مسئله پیشنهادی یک الگوریتم دو فازی سلسله مراتبی-سیکلی پیشنهاد می‌شود که در هر فاز توابع هدف مشخصی وجود دارند. روند حل به این گونه است که به طور سلسله مراتبی پس از حل فاز اول وارد فاز دوم شده و مسئله با توجه به مقادیر حاصل از فاز اول حل می‌شود. اگر قانون توقف (عدم وجود گلوگاه) تامین شده باشد، می‌توان پاسخ نهایی را ارائه داد، در غیر این صورت، با خروجی‌های به دست آمده از فاز ۲، مجدداً مسئله از فاز ۱ شروع به حل می‌شود. فاز اول الگوریتم پیشنهادی به تخصیص نیروی انسانی و بالانس خط مونتاژ تمرکز دارد و از الگوریتم بهینه‌سازی توده‌ی ذرات استفاده می‌کند و در فاز دوم تجزیه و تحلیل گلوگاه و تعیین ترکیب تولید صورت می‌پذیرد و برای این کار نیز از تئوری محدودیت‌ها بهره گرفته می‌شود. ساختار کلی این الگوریتم در شکل ۱ آمده است.



شکل ۱. ساختار کلی الگوریتم پیشنهادی

در این الگوریتم ابتدا با باز کردن هر ایستگاه، یک کارگر با مهارت تصادفی باید به آن اختصاص یابد. این کار باعث می‌شود که مشخص شود اولاً چه کسی در این ایستگاه مشغول کار است و ثانیاً با توجه به مهارت این اپراتور، زمان انجام فعالیت‌ها به چه شکل خواهد شد؟ پس از آن سعی می‌شود که بالانس به نحوی صورت گیرد که با حداقل زمان سیکل ممکن و حداقل تعداد ایستگاه‌ها و ایستگاه‌های زوجی بیشترین کارایی به دست آید. برای محاسبه‌ی زمان سیکل ابتدایی می‌توان از رابطه‌ی زیر کمک گرفت:

$$C = \max\{\max\{t_{iml}\}, \frac{P}{\sum_{i=1}^m D_i}\} \text{ for all } m \text{ and } i \quad (30)$$

در رابطه‌ی فوق  $C$  نشان‌دهنده‌ی زمان سیکل ابتدایی،  $P$ ، دوره افق برنامه‌ریزی،  $D_i$  تقاضای پیش‌بینی شده برای مدل‌های مختلف و  $t_{iml}$ ، زمان عملیات  $i$  برای مدل  $m$  و با اپراتور ماهر است.

پس از تعیین زمان سیکل باید تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌ها صورت گیرد. به گونه‌ای که علاوه بر حفظ روابط پیش‌نیازی و

۲. مجموعه AT را تعیین کنید. این مجموعه شامل تمام فعالیت‌هایی است که یا پیش‌نیازی ندارند یا پیش‌نیازشان رعایت شده است. اگر  $AT = \{0\}$  باشد، به مرحله ۶ بروید.

۳. فعالیت‌های موجود در AT را به ترتیب صعودی اولویت فعالیت‌های هر ذره مرتب کنید.

۴. اولین فعالیت  $r$  در AT را به شکل زیر تخصیص دهید:

۱،۴. اگر فعالیت  $r \in A_L$  است، آنگاه:

۱،۱،۴. اگر  $mLS_{NM}^1 = 0$  می‌باشد، آنگاه یک کارگر با مهارت تصادفی به سمت چپ ایستگاه زوجی کنونی اختصاص دهید و به تعداد کارگران دارای این مهارت در خط مونتاژ، یک واحد اضافه کنید.

۲،۱،۴. اگر  $t_{rmh} + t_{bhm}^f \leq C$  و  $t_{rmh} + mLS_{NM}^1 \leq C$  آنگاه فعالیت  $r$  را به سمت چپ ایستگاه زوجی تخصیص دهید و  $ST_{NM}^1$  را به روز کنید  $(ST_{NM}^1 = ST_{NM}^1 + \{r\})$ . همچنین برای تمام مدل‌ها  $t_{rmh}^f = \max\{t_{rmh} + mLS_{NM}^1, t_{rmh} + t_{bhm}^f\}$  را  $mLS_{NM}^1 = t_{rmh}^f$  مشخص کنید و به مرحله ۲ بروید. در غیر این صورت به مرحله ۵ بروید.

۲،۴. اگر فعالیت  $r \in A_R$  است، آنگاه:

۱،۲،۴. اگر  $mLS_{NM}^2 = 0$  می‌باشد، آنگاه یک کارگر با مهارت تصادفی به سمت راست ایستگاه زوجی کنونی اختصاص دهید و به تعداد کارگران دارای این مهارت در خط مونتاژ، یک واحد اضافه کنید.

۲،۲،۴. اگر  $t_{rmh} + t_{bhm}^f \leq C$  و  $t_{rmh} + mLS_{NM}^2 \leq C$  آنگاه فعالیت  $r$  را به سمت راست ایستگاه زوجی تخصیص دهید و  $ST_{NM}^2$  را به روز کنید  $(ST_{NM}^2 = ST_{NM}^2 + \{r\})$ . همچنین برای تمام مدل‌ها  $t_{rmh}^f = \max\{t_{rmh} + mLS_{NM}^2, t_{rmh} + t_{bhm}^f\}$  را  $mLS_{NM}^2 = t_{rmh}^f$  مشخص کنید و به مرحله ۲ بروید. در غیر این صورت به مرحله ۵ بروید.

۱،۳،۴. اگر فعالیت  $r \in A_E$  است، آنگاه:

۱،۳،۴. عدد تصادفی  $p_2$  را در بازه  $[0, 1]$  انتخاب کنید. اگر  $p_2 \leq 0.5$  آنگاه به مرحله 4.1.1 بروید. در غیر این صورت به مرحله 4.2.1 بروید.

۵. اگر هیچ یک از فعالیت‌های موجود در AT نتوانند به سمت چپ یا راست ایستگاه زوجی حاضر اختصاص یابند، ایستگاه زوجی جدیدی باز کنید. اگر  $ST_{NM}^1 \neq \{0\}$ ، آنگاه  $NL = NL + 1$ . اگر  $ST_{NM}^2 \neq \{0\}$ ، آنگاه  $NR = NR + 1$ . علاوه بر این  $NM = NM + 1$ . همچنین برای تمام مدل‌ها مقادیر  $mLS_{NM}^1$  و  $mLS_{NM}^2$  را برابر صفر قرار دهید و به مرحله ۲ بروید.

۶. توقف کنید و مقادیر توابع هدف فاز ۱ را محاسبه نمایید. واضح است که تعداد ایستگاه‌های زوجی برابر  $NM$  و تعداد ایستگاه‌ها نیز برابر  $NS$  است که این مقدار برابر با مجموع مقادیر  $NL$  و  $NS$  می‌باشد. مقادیر تابع هدف این فاز با استفاده از روش مجموع موزون [24] به یک تابع هدف (E) می‌شود که تحلیل‌های این تابع هدف در بخش چهارم نیز آورده شده است.

با تخصیص هر فعالیت نیز این رشته باید به روز شود. این فرایند تا جایی ادامه می‌یابد که تمام فعالیت‌ها به ایستگاه‌ها تخصیص داده شده باشند.

### • ایجاد راه حل شدنی

برای ایجاد یک راه حل شدنی برای حل مسائل بالانس خطوط مونتاژ دو طرفه‌ی مدل‌های ترکیبی از رویکرد مقاله‌ی [23] استفاده می‌شود، اما با توجه به شرایط مسئله‌ی موجود تغییرات لازم نیز اعمال می‌گردد. در این رویکرد ابتدا یک ایستگاه زوجی باز شده و فعالیت‌ها با توجه به روابط پیش‌نیازی، سمت و اولویت انجام فعالیت‌ها به این ایستگاه تخصیص می‌یابند، تا مقدار بارگذاری ایستگاه‌های موجود در این ایستگاه زوجی که دارای مهارت‌های تصادفی هستند، به حدی برسند که از زمان سیکل تجاوز نکنند. پس از آنکه امکان تخصیص فعالیت دیگری به ایستگاه زوجی موجود وجود نداشت، این ایستگاه بسته شده و ایستگاه زوجی جدیدی باز می‌شود. این فرایند تا جایی ادامه می‌یابد که تمام فعالیت‌ها تخصیص داده شوند. در این رویکرد برای ایجاد یک راه حل شدنی از نمادهای زیر استفاده می‌گردد:

H	مجموعه‌ی مهارت‌های مختلف
$S_h$	تعداد کارگر با مهارت h
NL	تعداد ایستگاه سمت چپ
NR	تعداد ایستگاه سمت راست
AT	مجموعه‌ی فعالیت‌های قابل تخصیص
$mLS_{NM}^1$	میزان بار ایستگاه‌ها شامل بیکاری‌های غیرقابل اجتناب در سمت چپ ایستگاه زوجی جاری برای تمام $m \in M$
$mLS_{NM}^2$	میزان بار ایستگاه‌ها شامل بیکاری‌های غیرقابل اجتناب در سمت راست ایستگاه زوجی جاری برای تمام $m \in M$
$ST_{NM}^1$	مجموعه‌ی فعالیت‌هایی که به سمت چپ ایستگاه زوجی حاضر تخصیص یافته است.
$ST_{NM}^2$	مجموعه‌ی فعالیت‌هایی که به سمت راست ایستگاه زوجی حاضر تخصیص یافته است.
$A_L$	مجموعه‌ی فعالیت‌هایی که باید در سمت چپ انجام گیرند.
$A_R$	مجموعه‌ی فعالیت‌هایی که باید در سمت راست انجام گیرند.
AE	مجموعه‌ی فعالیت‌هایی که می‌توانند در سمت چپ و یا راست انجام گیرند.

مراحل این رویکرد مطابق زیر است:

۱. مقادیر زیر را برای تمام  $m \in M$  قرار دهید:

$$NM = 1, NL = 0, NR = 0, mLS_1^1 = 0, mLS_1^2 = 0 \text{ for all } m \in M, S_h = 0 \text{ for all } h \in H$$



## ۲-۲-۲. فاز ۲

در فاز دوم از خروجی فاز اول به عنوان ورودی استفاده می‌شود و بررسی می‌گردد آیا گلوگاهی در سیستم وجود دارد یا خیر؟ همچنین اگر گلوگاهی موجود است آیا می‌توان با تغییر جایگاه نیروهای انسانی موجود گلوگاه را برطرف کرد؟ دلیل این امر آن است که تخصیص‌های ابتدایی به صورت تصادفی صورت می‌گیرد و از این رو ممکن است در ایستگاه گلوگاه فردی مبتدی قرار داشته باشد و بالعکس در ایستگاه‌های غیرگلوگاه که صرفه‌جویی زمان در آن معنایی ندارد، فردی ماهر مشغول عملیات باشد. لذا سعی می‌شود در ابتدا و در اولویت بالاتر با تغییر محل دو اپراتور گلوگاه برطرف شود. اما اگر چنین چیزی امکان‌پذیر نباشد، مجبور خواهیم شد با تغییر در میزان تولید مدل‌ها این کار را انجام دهیم تا علاوه بر رفع گلوگاه، کارایی سیستم را نیز حداکثر نماییم.

## ۳-۳. شرط توقف

این فاز زمانی به اتمام می‌رسد که هیچ گلوگاهی در سیستم وجود نداشته باشد و زمان سیکل نیز نسبت به مرحله‌ی قبل خود تغییر نکرده باشد. باید توجه داشت که اگر مجبور باشیم تمام تقاضای پیش‌بینی شده را تامین نکنیم مقدار  $D_m$  در رابطه‌ی برآورد زمان سیکل نیز تغییر خواهد کرد و چون زمان سیکل ممکن است تغییر

(۳۴)

کند، لذا می‌تواند شرایطی را به وجود آورد که بالانس را تحت شعاع خود قرار دهد. لذا در این مواقع باید از خروجی فاز ۲ به عنوان ورودی فاز اول استفاده کرد و مجدداً تخصیص نیروی انسانی و بالانس را انجام داد.

## ۳-۴. کران‌های پایین

در این قسمت ۳ کران پایین مختلف برای تعداد ایستگاه‌ها تعمیم داده می‌شود.

## • کران پایین ۱

در مقاله‌ی [23] کران پایینی برای تعداد ایستگاه‌های خطوط مونتاژ دو طرفه مدل‌های ترکیبی با زمان سیکل ثابت و بر مبنای کران پایین ارائه شده در منبع [6] ارائه شده است. در این مقاله این کران برای مسئله‌ی مطرح شده تعمیم داده می‌شود. در این رابطه  $t_{im1}$  نشان‌دهنده زمان فعالیت  $i$  از مدل  $m$  و با اپراتور ماهر است. در واقع بدین معناست که اگر در تمام ایستگاه‌ها افراد ماهر قرار گیرند، تعداد ایستگاه‌های مورد نیاز می‌تواند کمترین مقدار باشد. در این کران روابط پیش‌نیازی میان فعالیت‌ها آزادسازی شده است.

$$A = \max \left\{ \left\lceil \frac{\sum_{m \in M} \sum_{i \in S_L} q_m t_{im1}}{c} \right\rceil, \left\lceil \frac{\sum_{m \in M} \sum_{i \in S_R} q_m t_{im1}}{c} \right\rceil \right\} \quad (33)$$

$$LB_1 = 2.A +$$

$$\max \left\{ 0, \left\lceil \frac{\sum_{m \in M} \sum_{i \in S_R} q_m t_{im1} - (Max.C - \sum_{m \in M} \sum_{i \in S_L} q_m t_{im1}) - (Max.C - \sum_{m \in M} \sum_{i \in S_R} q_m t_{im1})}{c} \right\rceil \right\} \quad (34)$$

## • کران پایین ۳

کران دیگری که در این مقاله از آن استفاده شده است، ماکزیمم کران‌های پایین ۱ و ۲ می‌باشد. به عبارت دیگر این کران عبارتست از:

$$LB_3 = \max \{LB_1, LB_2\} \quad (35)$$

## ۴. تنظیم پارامتر، آزمایشات عددی و تجزیه و

## تحلیل

در این بخش به نحوه‌ی تنظیم پارامترهای الگوریتم، آزمایشات عددی و تجزیه و تحلیل آنها پرداخته می‌شود.

## ۴-۱. تنظیم پارامتر

از آنجا که انتخاب درست پارامترها در یک الگوریتم فرا ابتکاری می‌تواند تاثیر بسیار زیادی در عملکرد الگوریتم داشته باشد، در این مقاله سعی شده است که از روش تاگوچی [26] که یکی از معتبرترین و شناخته‌ترین روش‌های تنظیم پارامتر است، استفاده شود. بدین منظور برای اندازه‌ی توده،  $C_1$ ،  $C_{2min}$ ،  $C_{2max}$  و  $W_{min}$  تجزیه و تحلیلی در ۵ سطح و مطابق جدول ۴ انجام گرفته است.

## • کران پایین ۲

کران پایین دیگری در منبع [25] برای حل مسائل بالانس خط مونتاژ یک طرفه و تک مدلی ارائه شده است. این کران بر مبنای آن قرار گرفته است که تعداد فعالیت‌هایی که زمان انجام آنها از  $c/2$  بیشتر است، می‌توانند به عنوان کران پایینی برای تعداد ایستگاه‌ها به حساب آیند. چرا که هر یک از این فعالیت‌ها باید به ایستگاه‌های مجزایی تخصیص یابند، حال آنکه، سایر فعالیت‌ها امکان پخش شدن در ایستگاه‌ها را خواهند داشت. این کران می‌تواند با اضافه کردن نصف تعداد فعالیت‌هایی که دارای زمان فعالیت  $c/2$  هستند (که البته باید به نزدیک‌ترین عدد صحیح بالاتر گرد شوند)، به کران پایین قوی‌تری تبدیل شود. چرا که امکان ترکیب شدن این فعالیت‌ها در یک ایستگاه مشترک وجود دارد. در این مقاله این کران به این شکل تعمیم داده شده است که پس از برآورد زمان سیکل، زمان‌های اپراتور ماهر به عنوان مبنای تصمیم‌گیری قرار می‌گیرد. علاوه بر این، با در نظر گرفتن ماکزیمم زمان فعالیت برای کلیه‌ی مدل‌ها، این کران برای مدل‌های ترکیبی نیز تعمیم داده می‌شود.

جدول ۴. فاکتورها و سطوح پیشنهادیشان

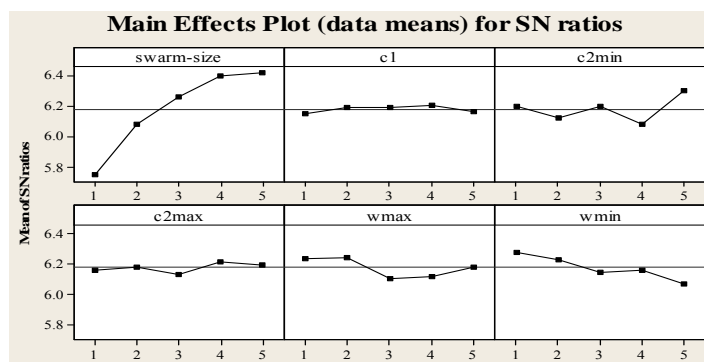
فاکتور	اندازه توده					C <sub>1</sub>					C <sub>2min</sub>				
سطح	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
مقدار	2n*	4n	6n	8n	10n	0.5	1	1.5	2	2.2	0.5	1	1.2	1.5	1.7
فاکتور	C <sub>2max</sub>					W <sub>Max</sub>					W <sub>Min</sub>				
سطح	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
مقدار	1.8	2.2	2.7	3	4	1.8	2.2	2.7	3	4	2.7	3	1.8	2.2	2.7

\*n: تعداد فعالیت‌ها

$$SN = -10 \log\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\text{objective function})^2\right) \quad (36)$$

شایان ذکر است که بهترین سطح، سطحی است که بیشترین مقدار شاخص SN را دارا باشد. شکل ۲ مقادیر این شاخص را برای سطوح مختلف نمایش می‌دهد.

با توجه به روش تاگوچی برای این سطوح ۲۵ آزمایش لازم است که انجام شود. بدین منظور پس از نوشتن کد برنامه‌ها در نرم افزار Matlab این آزمایشات صورت پذیرفت. پس از آن با استفاده از شاخص SN که در رابطه‌ی ۳۶ نشان داده شده است، بهترین مقادیر به دست آمدند.



شکل ۲. شاخص SN برای مقادیر مختلف پارامترها

با توجه به شکل ۲ بهترین مقادیر هر پارامتر در جدول ۵ خلاصه شده است.

جدول ۵. مقادیر پارامترهای انتخاب شده جهت الگوریتم پیشنهادی

فاکتور	اندازه توده	ضریب یادگیری فردی (C <sub>1</sub> )	حداقل ضریب یادگیری اجتماعی (C <sub>2min</sub> )	حداکثر ضریب یادگیری اجتماعی (C <sub>2max</sub> )	حداکثر ضریب اینرسی (W <sub>Max</sub> )	حداقل ضریب اینرسی (W <sub>Min</sub> )
سطح	5	4	5	4	2	1
مقدار	10n	2	1.7	3	1	0.3

است، مثال‌های سایر مقالات برای این مقاله تغییر داده شدند. به گونه‌ای که زمان‌های لازم برای مهارت‌های مختلف و همچنین سمت‌های لازم برای انجام آنها به صورت تصادفی به فعالیت‌ها تخصیص داده شدند. مشخصات بیشتری از مسائل بیان شده در جدول ۶ آورده شده است.

#### ۲-۴. آزمایشات عددی

در این بخش الگوریتم پیشنهادی به کمک مثال‌های عددی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. هر یک از محصولات دارای ۲ مدل، ۳ نوع تقاضا و ۳ سطح نیروی انسانی (مبتدی، متوسط و ماهر) با هزینه‌هایی به ترتیب ۴۰۰، ۶۰۰ و ۹۰۰ واحد پولی برای تخصیص موجود می‌باشند. از آنجا که تا کنون چنین مسئله‌ای بررسی نشده

جدول ۶. تعداد فعالیت‌ها، تعداد تقاضا و سود حاصل از هر محصول

مسئله	P9D1	P9D2	P9D3	P12D1	P12D2	P12D3	P14D1	P14D2	P14D3	P20D1	P20D2	P20D3	P25D1	P25D2	P25D3	P30D1	P30D2	P30D3	P39D1	P39D2	P39D3	P47D1	P47D2	P47D3	P65D1	P65D2	P65D3
تعداد فعالیت	9	9	9	12	12	12	14	14	14	20	20	20	25	25	25	30	30	30	39	39	39	47	47	47	65	65	65
A: تقاضای	100	40	70	90	45	65	70	30	50	70	30	50	38	10	24	70	30	50	60	60	30	8	20	14	30	70	50
B: تقاضا	40	100	70	45	90	65	30	70	50	30	70	50	10	38	24	30	70	50	30	60	60	8	20	14	30	70	50
A: سود	90	40	70	90	45	65	70	30	50	70	30	50	38	10	24	70	30	50	60	60	30	8	20	14	30	70	50

Bسود	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
افق برنامه ریزی	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480	480

جدول ۷ نتایج حاصل از تعداد ایستگاه‌ها، ایستگاه‌های زوجی، برای مسائل مختلف و توسط الگوریتم پیشنهادی را و در ۳ حالت اپراتورهای تخصیص داده شده و کران‌های پایین تعداد ایستگاه‌ها را حداکثر و میانگین نشان می‌دهد.

جدول ۷. تعداد ایستگاه‌ها، ایستگاه‌های زوجی، اپراتورهای تخصیص داده شده و کران‌های پایین تعداد ایستگاه‌ها برای مسائل مختلف

مسئله	مهارت ۱			مهارت ۲			مهارت ۳			تعداد ایستگاه‌های زوجی				تعداد ایستگاه‌ها				LB1	LB2	LB3
	m*	A**	M***	m	A	M	m	A	M	M	A	m	M	A	m					
P9D1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	1	1	1		
P9D2	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	2	2	2	1	1	1		
P9D3	1	1.25	2	0	0.75	1	0	0	0	1	1	1	2	2	2	1	1	1		
P12D1	2	2.75	3	0	0.5	1	0	0.25	1	2	2	2	3	3	3	2	0	2		
P12D2	2	2.75	3	0	0	0	0	0.75	1	2	2	2	3	3	3	2	0	2		
P12D3	2	2.75	3	0	0	0	0	0.25	1	2	2	2	3	3	3	2	0	2		
P14D1	3	3.75	4	0	0.75	1	1	1.25	2	3	3	3	6	5.25	5	4	3	4		
P14D2	3	3.5	4	0	1	2	0	0.75	1	3	3	3	6	5.25	5	3	3	3		
P14D3	2	2.75	3	1	2.5	4	0	1	2	3	3	6	5.75	5	3	3	3			
P20D1	2	4	5	1	1.75	3	0	0.75	3	4	3.25	3	8	6.5	6	5	5	5		
P20D2	3	3.5	5	0	1.5	3	1	1.5	2	4	4	4	8	7.25	7	4	5	5		
P20D3	3	3.5	4	2	2.75	3	0	1.25	2	4	4	4	8	7.5	7	4	5	5		
P25D1	2	3.25	5	2	5.5	7	3	4.25	5	7	7	7	14	13	12	8	8	8		
P25D2	3	3.5	4	5	6	7	3	3.5	5	7	7	7	13	13	13	7	8	8		
P25D3	1	2.25	3	6	7	9	3	3.75	4	7	7	7	13	13	13	7	8	8		
P30D1	2	2.5	3	3	5.5	7	3	4	7	6	6	6	12	12	12	8	6	8		
P30D2	2	3.5	6	1	5.75	9	0	2.5	4	6	6	6	12	11.75	11	8	6	8		
P30D3	3	3.5	4	2	4.25	6	3	4.25	6	6	6	6	12	12	12	8	6	8		
P39D1	5	5.5	7	4	4.75	5	1	1.75	3	7	6.25	6	13	12	11	7	6	7		
P39D2	3	5	7	2	5.25	8	0	2	4	7	6.5	6	13	12.25	11	8	6	8		
P39D3	3	4	5	6	6.75	8	0	1.25	2	7	6.25	6	12	12	12	7	6	7		
P47D1	2	3.25	5	6	8.5	11	3	4.5	7	9	8.5	8	17	16.25	16	9	5	9		
P47D2	3	5.25	6	5	7.25	9	0	2.75	5	8	8	8	16	15.25	15	9	5	9		
P47D3	2	3.75	5	6	8	10	2	4.25	7	9	8.5	8	16	16	16	9	5	9		
P65D1	1	2.5	3	3	4.5	7	4	5	6	6	6	6	12	12	12	8	2	8		
P65D2	1	1.75	3	2	5.25	8	1	4	9	6	6	6	12	12	12	8	2	8		
P65D3	2	2	2	5	6	7	3	4	5	6	6	6	12	12	12	8	2	8		

m\*: حداقل، A\*\*: متوسط، M\*\*\*: حداکثر

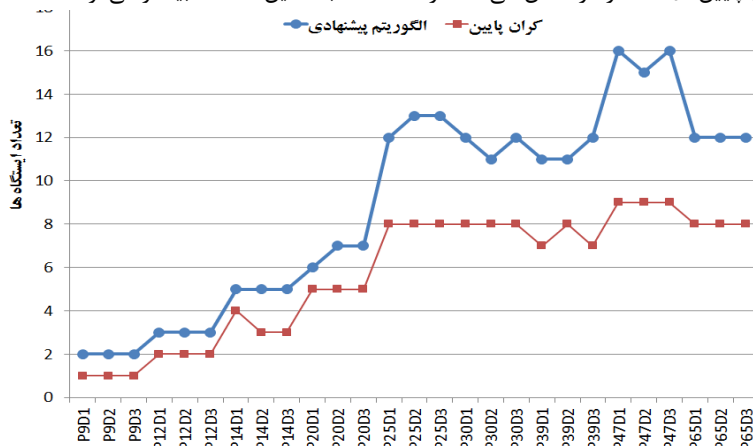
این شکل واضح است که برای مسائل با ابعاد کوچک اختلاف میان

تعداد ایستگاه‌ها و کران ارائه شده کم می‌باشد و تقریباً با افزایش

ابعاد، این اختلاف بیشتر می‌گردد.

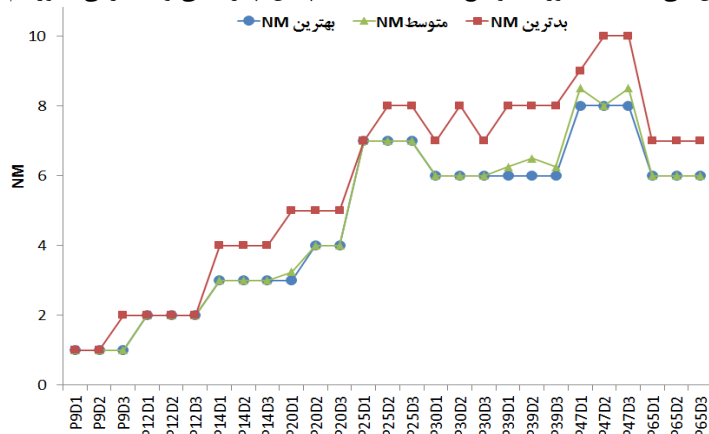
شکل ۳ نمودار تعداد ایستگاه‌ها در بهترین حالت و همچنین

اختلافی که با بهترین کران پایین (LB<sub>3</sub>) دارد را نشان می‌دهد. از



شکل ۳. تعداد ایستگاه‌های حاصل از الگوریتم و کران پایین

شکل ۴ نیز تعداد ایستگاه‌های زوجی را در ۳ حالت بهترین، میانگین نتایج، به بهترین مقادیر حاصل، بسیار نزدیک می‌باشند که چینی چیزی می‌تواند کارایی الگوریتم پیشنهادی را نشان دهد.



شکل ۴. تعداد ایستگاه‌های زوجی حاصل از اجرای الگوریتم برای مسائل مختلف

زمانی که بالانس و تخصیص انجام شده و در سیستم گلوگاهی وجود ندارد نسبت به زمانی که بالانس و تخصیص انجام شده ولی در سیستم گلوگاه موجود است، چقدر می‌باشد. این نسبت‌ها نشان می‌دهند که قطعاً نمی‌توان گفت این مقادیر افزایش و یا کاهش دارند. چرا که این نسبت‌ها در برخی موارد برابر ۱ و در برخی از حالات کمتر و یا بیشتر از ۱ می‌باشند و این کاملاً بستگی به ایستگاه گلوگاه، بارگذاری اضافی و نحوه‌ی بالانس دارد.

جدول ۸ نتایج حاصل از حل مسائل مختلف را برای مقادیر شاخص هموارسازی موزون (WSI)، هزینه‌های نیروی انسانی (HC) و مقدار تابع هدف ترکیب شده از ۴ هدف (E) نشان می‌دهد. در این جدول حداکثر، حداقل و میانگین نتایج حاصل از ۴ بار اجرای الگوریتم ارائه شده است. واضح است از آنجا که این ۳ تابع هدف از نوع حداقل‌سازی هستند، بهترین حالت، کمترین این مقادیر می‌باشند. علاوه بر این در ۳ ستون آخر مقادیر  $WSI_1/WSI$ ،  $HC_1/HC$  و  $E_1/E$  نسبت‌هایی هستند که بیان می‌کنند مقادیر تابع هدف نهایی یعنی

جدول ۸. مقادیر حاصل از اجرای الگوریتم پیشنهادی برای WSI، HC و E

مسئله	WSI		HC		E		$WSI_1/WSI$	$HC_1/HC$	$E_1/E$			
	حداکثر	متوسط	حداکثر	متوسط	حداکثر	متوسط						
P9D1	2.00	0.50	0.00	1500	1500	1500	0.28	0.27	0.25	0	1	1.12
P9D2	1.54	0.90	0.38	1500	1500	1500	0.24	0.23	0.21	1	1	1
P9D3	1.50	1.30	0.71	1800	1575	1500	0.26	0.25	0.23	1	1	1
P12D1	2.17	1.47	0.92	2700	2425	2200	0.29	0.29	0.28	1	1	1
P12D2	2.43	1.89	1.61	2200	7275	2200	0.29	0.29	0.27	1	1	1
P12D3	1.73	1.41	1.05	2700	2575	2200	0.30	0.29	0.29	1	1	1
P14D1	2.83	2.39	1.58	4100	3875	3700	0.46	0.46	0.44	0.40	1	1.01
P14D2	6.56	5.23	3.54	4300	4050	3700	0.45	0.44	0.43	1	0.93	0.98
P14D3	4.96	3.02	1.37	4200	3925	3700	0.47	0.46	0.45	0.32	1	1.09
P20D1	4.42	3.13	2.27	5100	4950	4800	0.52	0.50	0.47	0.45	0.96	1.06
P20D2	8.25	6.69	6.12	5500	5325	5200	0.51	0.50	0.49	1.00	1.06	1.02
P20D3	6.32	4.92	3.82	5400	5300	5200	0.51	0.50	0.48	1	1	1
P25D1	19.30	18.48	17.56	8100	7925	7700	0.63	0.62	0.62	1	1	1
P25D2	10.77	10.64	10.57	8400	7950	7500	0.60	0.59	0.57	1	1	1
P25D3	14.88	14.85	14.80	7900	7725	7500	0.63	0.61	0.60	1	1	1
P30D1	5.05	4.56	4.05	7500	7150	6400	0.57	0.55	0.55	0.79	0.85	0.98
P30D2	4.72	4.23	3.78	8200	7750	7200	0.57	0.56	0.56	1	1.03	1.03
P30D3	5.76	5.36	4.96	7600	7325	7200	0.57	0.56	0.56	1.06	1.03	1.00
P39D1	9.98	8.68	6.48	9100	8500	7900	0.55	0.54	0.52	1	1	1
P39D2	10.64	9.55	8.62	9300	8450	7800	0.57	0.55	0.54	1	1	1
P39D3	10.67	10.17	9.24	8500	8150	7700	0.56	0.55	0.54	1	1	1
P47D1	28.16	26.20	24.82	10100	9825	9600	0.61	0.60	0.59	1	1	1
P47D2	30.87	28.69	26.56	10800	10175	9500	0.61	0.61	0.60	1	1	1
P47D3	29.87	28.19	27.26	10700	9875	8800	0.62	0.62	0.61	1	1	1
P65D1	127.06	106.83	83.62	7100	6950	6700	0.53	0.52	0.52	1	1	1
P65D2	161.30	134.83	115.01	7900	6725	5700	0.53	0.53	0.51	1	1	1

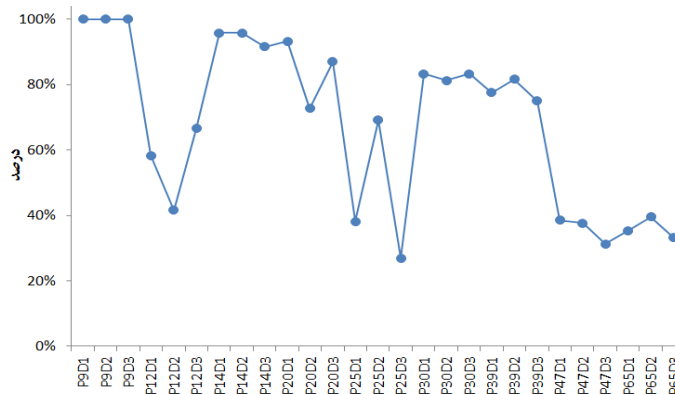
جدول ۹ نیز نتایج نهایی فاز ۲ الگوریتم را که به تعیین ترکیب تولید و ماکزیم‌سازی سود توسط تئوری محدودیت‌ها می‌پردازد ارائه می‌دهد. از این جدول می‌توان دریافت که در بسیاری از مسائل پس از بالانس خط مونتاژ و تخصیص نیروی انسانی نیاز به تعیین ترکیب تولید بوده است چرا که مقادیر تولید تولید، با مقادیر تقاضای اولیه ارائه شده در جدول ۶ متفاوت است. از این رو می‌توان دریافت که صرفاً بدون توجه به گلوگاه‌های سیستم نمی‌توان بالانس و تخصیص مناسبی انجام داد.

جدول ۹. نتایج به دست آمده از فاز ۲ الگوریتم

مسئله	ترکیب تولید		سود کل		
	A (حداکثر، متوسط، حداقل)	B (حداکثر، متوسط، حداقل)	حداکثر	متوسط	حداقل
P9D1	(80, 80, 80)	(0, 0, 0)	7200	7200	7200
P9D2	(40, 40, 40)	(40, 40, 40)	5600	5600	5600
P9D3	(70, 70, 70)	(10, 12.75, 21)	7350	6937.5	6800
P12D1	(90, 90, 90)	(10, 15.25, 31)	9650	8862.5	8600
P12D2	(45, 45, 45)	(55, 57.75, 66)	7350	6937.5	6800
P12D3	(65, 65, 65)	(35, 45.5, 54)	8550	8125	7600
P14D1	(50, 50, 50)	(0, 0, 0)	3500	3500	3500
P14D2	(30, 30, 30)	(20, 22.5, 24)	3300	3225	3100
P14D3	(50, 50, 50)	(0, 0.75, 3)	3650	3537.5	3500
P20D1	(68, 68, 68)	(0, 0, 0)	6120	6120	6120
P20D2	(30, 30, 30)	(38, 39.5, 40)	4700	4675	4600
P20D3	(50, 50, 50)s	(22, 22, 22)	5600	5600	5600
P25D1	(34, 36.25, 38)	(4, 7.25, 10)	2950	2900	2860
P25D2	(10, 10, 10)	(31, 32.5, 34)	2400	2325	2250
P25D3	(24, 24, 24)	(16, 19, 21)	2730	2630	2480
P30D1	(68, 68, 68)	(0, 0, 0)	4760	4760	4760
P30D2	(30, 30, 30)	(38, 39.5, 41)	3945	3877.5	3810
P30D3	(50, 50, 50)	(18, 18.5, 20)	4400	4332.5	4310
P39D1	(60, 60, 60)	(4, 5, 8)	4600	4450	4400
P39D2	(30, 30, 30)	(34, 37.5, 40)	4100	3975	3800
P39D3	(45, 45, 45)	(19, 19, 19)	4100	4100	4100
P47D1	(20, 20, 20)	(3, 4.5, 5)	2050	2025	1950
P47D2	(8, 8, 8)	(15, 15.5, 16)	1520	1495	1470
P47D3	(14, 14, 14)	(10, 10.75, 11)	1810	1797.5	1760
P65D1	(70, 70, 70)	(22, 23.25, 25)	74250	73462.5	72900
P65D2	(30, 30, 30)	(59, 63, 66)	56700	55350	53550
P65D3	(50, 50, 50)	(43, 44.5, 46)	65701	65025.25	64350

انجام شده معمولاً در ابعاد کوچک درصد بیشتری از ایستگاه‌ها گلوگاه هستند و با افزایش فعالیت‌ها و همچنین تعداد ایستگاه‌ها درصد کمتری از ایستگاه‌ها گلوگاه خواهند شد.

تحلیل دیگری که در این مقاله بررسی شده است، درصد تعدادی از ایستگاه‌هاست که در انتهای فاز اول به گلوگاه تبدیل شده‌اند و در انتهای فاز ۲ رفع شده‌اند. شکل ۵ نشان می‌دهد که با بالانس



شکل ۵. درصد متوسط ایستگاه‌های گلوگاه در خط مونتاژ

### ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی مسئله‌ی همزمان بالانس خط مونتاژ دو طرفه‌ی مدل‌های ترکیبی و تخصیص نیروی انسانی و تجزیه و تحلیل گلوگاه‌های سیستم پرداخته شد. در این مطالعات زمان فعالیت‌ها وابسته به سطح مهارت اپراتورهای مختلف بودند. همچنین پس از توسعه‌ی یک مدل ریاضی دوسطحی برای این مسئله و چند کران پایین برای تعداد ایستگاه‌ها، یک الگوریتم هیبریدی بر مبنای تئوری محدودیت‌ها و بهینه‌سازی توده‌ی ذرات ارائه گردید.

اهدافی که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفتند، حداقل‌سازی تعداد ایستگاه‌های زوجی، تعداد ایستگاه‌ها، هزینه‌های نیروی انسانی و شاخص هموارسازی، در سطح اول و حداکثر کردن سود کل در سطح دوم می‌باشند. برای بررسی الگوریتم نیز مثال‌های عددی مختلف با شرایط متفاوت از نظر سود، تقاضا و تعداد فعالیت‌ها مورد ارزیابی قرار گرفتند و نتایج مورد ارزیابی و تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. برای تحقیقات آتی می‌توان از اثرات یادگیری در تخصیص نیروی انسانی استفاده نمود و نتایج سایر الگوریتم‌ها را با الگوریتم پیشنهادی مورد مقایسه قرار داد.

### منابع

- [7] Bartholdi, J.J., (1993), "Balancing two-sided assembly lines: a case study", *International Journal of Production Research* 31 (10) pp. 2447–2461.
- [8] Chutima, P., Chimklai, P., (2012), "Multi-objective two-sided mixed-model assembly line balancing using particle swarm optimisation with negative knowledge", *Computers and Industrial Engineering* 62, pp. 39–55.
- [9] Tapkan, P., Özbakir, L., Baykasoglu, A., (2012), "Modeling and solving constrained two-sided assembly line balancing problem via bee algorithms", *Applied Soft Computing* 12, pp. 3343–3355.
- [10] Hamta, N., Fatemi Ghomi, S.M.T., Jolai, F., Akbarpour Shirazi, M., (2013), "A hybrid PSO algorithm for a multi-objective assembly line balancing problem with flexible operation times, sequence-dependent setup times and learning effect". *International Journal of Production Economics* 141(1), pp. 99-111.
- [11] Miralles, C., Garía-Sabater, J. P., Andrés, C., Cardós, M., (2008), "Branch and bound procedures for solving the Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem: Application to Sheltered Work centres for Disabled", *Discrete Applied Mathematics* 156, pp. 352-367.
- [12] Blum, C., Miralles, C., (2011), "On solving the assembly line worker assignment and balancing problem via beam search", *Computers & Operations Research* 38, pp. 328–339.
- [13] Costa, A. M., Miralles, C., (2009), "Job rotation in assembly lines employing disabled workers", *International Journal of Production Economics* 120, pp. 625–632.
- [14] Zaman, T., Paul, S. K., Azeem, A., (2012), "Sustainable operator assignment in an
- [1] Salveson, M.E., (1955), "The assembly line balancing problem", *Journal of Industrial Engineering* 6 (3), pp. 18–25.
- [2] Baybars, I. (1984), "A Survey of in exact Algorithms for the Simple Assembly Line Balancing Problem", Tech. Report GSIA WP-86-82-83, Carnegie-Mellon University.
- [3] Amen, M., (2000), "Heuristic methods for cost-oriented assembly line balancing: A survey", *International Journal of Production Economics* 68, pp. 1-14.
- [4] Becker, C., Scholl, A., (2006), "A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing", *European Journal of Operational Research* 168 (3), pp. 694–715.
- [5] Battaïa, O., Dolgui, A., (2013), "A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches", *International Journal of Production Economics*, 142(2), pp. 259–277.
- [6] Hu, S.J., Ko, J., Weyand, L., El Maraghy, H.A., Lien, T.K., Koren, Y., Bley, H.,

- Computers and Industrial Engineering 57, pp. 217–227.
- [24] Deb, K., (2001), "Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms", John Wiley and Sons, Inc, New York, NY, USA.
- [25] Scholl, A., (1999), "balancing and sequencing of assembly lines", Physica-Verlag.
- [26] Taguchi, G., (1986), "Introduction to Quality Engineering", Asian Productivity.
- assembly line using genetic algorithm", International Journal of Production Research, 50 (18), pp. 5077–5084.
- [15] Zhang, W., Gen, M., Lin, L., (2008), "A Multi-objective Genetic Algorithm for Assembly Line Balancing Problem with Worker Allocation", IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics.
- [16] Araújo, F.B., Costa, A, M., Miralles, C., (2012), "Two extensions for the ALWABP: Parallel stations and collaborative approach", International Journal of Production Economics 140, pp. 483–495.
- [17] Mutlu, Ö., Polat, O., Supciller, A. A., (2013), "An iterative genetic algorithm for the assembly line worker assignment and balancing problem of type-II", Computers & Operations Research 40 (1), pp. 418–426.
- [18] Vilà, M., Pereira, J., (2014), "A branch-and-bound algorithm for assembly line worker assignment and balancing problems", Computers & Operations Research 44, pp. 105–114.
- [19] Miralles, C., García-Sabater, J. P., Andrés, C., Cardos, M., (2007), "Advantages of assembly lines in Sheltered Work Centres for Disabled. A case study", International Journal of Production Economics 110, pp. 187–197.
- [20] Borba, L., Ritt, M., (2014), "A heuristic and a branch-and-bound algorithm for the Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem", Computers & Operations Research pp. 4587–4596.
- [21] Pastor, R., (2011), "LB-ALBP: the lexicographic bottleneck assembly line balancing problem", International Journal of Production Research, 49(8), pp. 2425-2442.
- [22] Kennedy, J., & Eberhart, R.C., (1995), "Particle swarm optimization", In proceedings of IEEE international Conference on Neural Networks (Perth, Australia). Pp. 1942-1948.
- [23] Özcan, U., Toklu, B., (2009), "Balancing of mixed-model two-sided assembly lines",