



# THE EFFECT OF MEASUREMENT ERROR ON THE PERFORMANCE OF SIGNED-RANK NONPARAMETRIC CONTROL CHART

M. Nojavan\* & M. Alishahi

*Majid Nojavan, Assistant Professor, Industrial Engineering Faculty, Islamic Azad University, South Tehran Branch*

*Massoud Alishahi, MSc, Industrial Engineering Faculty, Islamic Azad University, South Tehran Branch*

## Keywords

Non - parametric control charts,  
Signed - rank control charts,  
Measurement error,  
Multiple measurements

## ABSTRACT

*Signed-rank non-parametric control charts are used for controlling the center of the process when the distribution is unknown or non-normal. In this paper the effect of measurement error with additive covariate model on the signed-rank chart is investigated. A simulation program is used for average run length (ARL) calculation of this chart with three distributions and two different cases as: "awareness and unawareness of error". The results show that the performance of the chart is weakened by measurement error. Also the multiple measurements approach is investigated as a way to decrease the effect of error. The results show that although in the case of awareness of error, multiple measurements approach has a positive effect on the chart performance, but in the case of unawareness it will increase the effect of error and weakens the performance of signed-rank chart.*

© 2016 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 27, No. 2, All Rights Reserved



## بررسی اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار ناپارامتری رتبه علامت‌دار

مجید نوجوان\* و مسعود علیشاهی

### چکیده:

نمودار رتبه علامت‌دار یکی از نمودارهای ناپارامتری است که برای کنترل مرکزیت فرآیندهایی با توزیع نامعلوم یا غیرنرمال بکار می‌رود. در این مقاله تأثیر خطای اندازه‌گیری با مدل جمع‌پذیر خطی بر روی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار بررسی شده است. برای این کار یک برنامه‌ی شبیه‌سازی تهیه شده است که متوسط طول دنباله‌ی نمودار را به ازای سه توزیع متفاوت و در دو حالت آگاهی یا عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری محاسبه می‌کند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد که عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار تحت تأثیر خطای اندازه‌گیری تضعیف می‌شود. همچنین برای کاهش اثر خطای اندازه‌گیری از روش افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری استفاده شده و تأثیر این روش بر عملکرد نمودار نیز بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که اگر چه استفاده از روش افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری در حالت آگاهی از وجود خطا اثر مثبتی بر عملکرد نمودار دارد، ولی در صورت عدم آگاهی از وجود خطا، این روش عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار را تضعیف می‌کند.

### کلمات کلیدی

نمودارهای کنترل ناپارامتری، نمودار رتبه علامت‌دار، خطای اندازه‌گیری، اندازه‌گیری چندگانه

### ۱. مقدمه

نمودارهای کنترلی یکی از ابزارهای مهم در کنترل فرآیند آماری (SPC) بوده و جهت تشخیص تغییرات با دلیل در فرآیند به کار می‌روند. برای کنترل فرآیند در حالتی که توزیع فرآیند نامشخص و یا دارای توزیع غیر نرمال باشد معمولاً از نمودارهای ناپارامتری استفاده می‌شود.

پارنت [۱] و رینولدز [۲] نمودارهای کنترل ناپارامتری را بر اساس رتبه‌های ترتیبی علامت در مشاهدات نمونه معرفی کردند. مک‌گیلکریست و وودیر [۳] روش آزاد توزیع جمع تجمعی (CUSUM) را برای نظارت بر میزان بارش، پیشنهاد و عملکرد آن را بررسی نمودند. باکیر [۴] و باکیر و رینولدز [۵] نمودار کنترل ناپارامتری CUSUM را با استفاده از آماره‌ی رتبه علامت ویلکاکسون معرفی کردند. پارک [۶] استفاده از نمودار کنترل ناپارامتری با توزیع نامتقارن را پیشنهاد و عملکرد نمودارهای علامت و رتبه علامت‌دار را در این حالت بررسی نمود.

پارک و رینولدز [۷] نمودارهای ناپارامتری از نوع شوهارت و جمع تجمعی را بر اساس آماره‌ی جایابی خطی پیشنهاد نمودند. امین و سیرسی [۸] عملکرد نمودار میانگین متحرک موزون نمایی (EWMA) را با استفاده از آماره رتبه علامت‌دار ویلکاکسون مطالعه کردند. هکل و لدالتر [۹-۱۰] یک نمودار کنترل ناپارامتری جدید مبتنی بر رتبه مشاهدات پیشنهاد نمودند. امین و همکاران [۱۱] و آرنولد [۱۲] برای داده‌های گروه‌بندی شده بر اساس آماره‌ی علامت از نمودارهای کنترل ناپارامتری از نوع شوهارت و CUSUM استفاده کردند. چاکرابورتی و همکاران [۱۳] نمودار ناپارامتری مبتنی بر آماره من-ویتنی را معرفی نمودند. نوجوان و نیابتی [۱۴] اثر فاصله نمونه‌گیری متغیر را بر روی بهبود عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار بررسی کردند. همچنین نوجوان و همکاران [۱۵] نیز اثر خطای تخمین را بر عملکرد نمودار ناپارامتری علامت بررسی نمودند.

یکی از عواملی که می‌تواند بر عملکرد نمودارهای کنترلی تأثیر بگذارد وجود خطای اندازه‌گیری است. مدل‌های مختلف خطای اندازه‌گیری و مزایا و معایب هر یک از آن‌ها توسط بوزاس و همکاران [۱۶] بررسی شده است. در حوزه‌ی نمودارهای کنترلی، ماراولاکیس و همکاران [۱۷] خطای اندازه‌گیری را یک معیار اعوجاج یا انحراف معمول در فعالیت‌های کاربردی دنیای واقعی

تاریخ وصول: ۹۲/۱۱/۰۵

تاریخ تصویب: ۹۳/۰۴/۲۴

مسعود علیشاهی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، [alishahi@azad.ac.ir](mailto:alishahi@azad.ac.ir)

\*نویسنده مسئول مقاله: مجید نوجوان، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، [mnojavan@azad.ac.ir](mailto:mnojavan@azad.ac.ir)

تغییرات کاهش می‌یابد ولی این کاهش بسیار کمتر از نمودار EWMA معمولی می‌باشد.

با توجه به پیشینه تحقیق مشخص می‌شود که تاکنون اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارهای ناپارامتری بررسی نشده است، بنابراین با توجه به استفاده از نمودارهای ناپارامتری در کنترل فرایندهای غیر نرمال و همچنین در نظر گرفتن تأثیر زیاد خطای اندازه‌گیری بر عملکرد این نمودارها لازم است که این موضوع نیز بررسی گردد. در این مقاله اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار ناپارامتری رتبه علامت‌دار بررسی شده است. برای بررسی اثر خطای دو حالت کلی در نظر گرفته شده است که در حالت اول مدل و پارامترهای خطای اندازه‌گیری مشخص بوده و نسبت به آن آگاهی وجود دارد و در حالت دوم فرض شده است که هنگام طراحی نمودار از وجود خطای اندازه‌گیری آگاهی وجود ندارد. ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش دوم نمودار رتبه علامت‌دار و نحوه استفاده از آن تشریح شده است. در بخش سوم اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار در هر دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطا و برای سه توزیع نرمال، یکنواخت و لاپلاس بررسی شده است. در بخش چهارم اثر افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار در هر دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطا بررسی شده است. نهایتاً در بخش پنجم نتیجه‌گیری آمده است.

## ۲. نمودار ناپارامتری رتبه علامت‌دار

نمودار رتبه علامت‌دار یکی از نمودارهای ناپارامتری است که از آن برای نظارت بر میانگین (یا میانه) فرآیندهای غیرنرمال استفاده می‌شود. فرضیات مورد نیاز برای استفاده از این نمودار شامل: استقلال مشاهدات، پیوسته بودن و همچنین متقارن بودن توزیع احتمال حول یک مقدار مشخص می‌باشد. آماره‌ی آزمون مورد استفاده در نمودار رتبه علامت‌دار یک ترکیب خطی از آماره‌ی رتبه علامت‌دار ویلکاکسون (Wilcoxon) می‌باشد. به منظور تعریف آماره‌ی نمودار رتبه علامت‌دار ابتدا باید رتبه مطلق درون گروهی انحراف مشاهدات از پارامتر مرکزی به صورت زیر محاسبه شوند:

$$R_{tj}^+ = 1 + \sum_{i=1}^n I(|x_{ti} - \mu_0| < |x_{tj} - \mu_0|) \quad (1)$$

که در آن،  $\mu_0$  مقدار هدف پارامتر مکان (میانه، میانگین یا صدکی از توزیع فرآیند) است که مورد پایش و نظارت قرار می‌گیرد،  $x_{tj}$  مشاهده  $j$ ام ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) در نمونه  $t$ ام و  $R_{tj}^+$  نیز رتبه  $|x_{tj} - \mu_0|$  در زیرگروه شامل مقادیر  $|x_{t1} - \mu_0|, |x_{t2} - \mu_0|, \dots, |x_{tn} - \mu_0|$  می‌باشد. در رابطه فوق تابع  $I$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I(u) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } u \text{ درست باشد} \\ 0 & \text{اگر } u \text{ درست نباشد} \end{cases} \quad (2)$$

می‌دانند که بر روی خروجی فرآیند تأثیر می‌گذارد. مطابق تعریف ماراوالاکیس [۱۸] خطای اندازه‌گیری زمانی مطرح می‌شود که باید متغیر  $X$  کنترل شود، اما چون نمی‌توان مقدار واقعی آن را مشاهده نمود به جای آن متغیر دیگری به نام  $Y$  اندازه‌گیری می‌شود که با  $X$  همبستگی دارد. اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارهای کنترلی پارامتری توسط بعضی از محققان بررسی شده است.

رحیم [۱۹] در نمودار  $\bar{X} - S$  که برای کنترل میانگین یک فرآیند غیرنرمال در حالت وجود خطای اندازه‌گیری بکار می‌رود، یک مدل اقتصادی معرفی نمود. میتتگ و استمن [۲۰] تأثیر خطای اندازه‌گیری را بر عملکرد نمودارهای  $\bar{X} - S$  بررسی و نشان دادند که خطای اندازه‌گیری می‌تواند به طور جدی توانایی نمودار را در تشخیص سریع تغییرات فرآیند کاهش دهد. استمن و ویس [۲۱] اثر خطای اندازه‌گیری را بر عملکرد نمودارهای  $\bar{X} - S$  EWMA بررسی و آن را با عملکرد نمودار  $\bar{X} - S$  شوهارت در حالت وجود خطای اندازه‌گیری مقایسه کردند. آن‌ها با استفاده از تحلیل حساسیت نشان دادند که در تغییرات کوچک فرآیند، عملکرد نمودار  $\bar{X} - S$  EWMA بر نمودار شوهارتی  $\bar{X} - S$  برتری دارد. شور [۲۲] شرایط خطای اندازه‌گیری را برای تنظیم مقدار متوسط طول دنباله‌ی نمودار (ARL) در حالت تحت کنترل به یک مقدار مشخص، معرفی نمود. چانگ و گان [۲۳] اهمیت پایش ابزار اندازه‌گیری را در عملکرد نمودارهای کنترلی بررسی کردند. لینا و وودال [۲۴] اثر خطای اندازه‌گیری بر روی نمودارهای کنترلی شوهارتی و لینا و همکاران [۲۵] اثر خطای اندازه‌گیری را بر روی نمودارهای کنترلی چندمتغیره بررسی نمودند. ماراوالاکیس و همکاران [۱۷] عملکرد نمودار EWMA را در صورت وجود خطای اندازه‌گیری بررسی و نشان دادند که خطای اندازه‌گیری عملکرد این نمودار را در تشخیص تغییرات تضعیف می‌کند. آنها افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری را به عنوان یک راه حل برای کاهش اثر خطا پیشنهاد کردند. کاستا و کاستاگلیولا [۲۶] تأثیر خودهمبستگی و خطای اندازه‌گیری را بر روی عملکرد نمودار  $\bar{X}$  مطالعه و برای مقابله با اثر خطای اندازه‌گیری، افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری و برای مقابله با خودهمبستگی، تولید نمونه‌ها با توجه به زمان تولید و بدون همسایگی را پیشنهاد دادند. ماراوالاکیس [۱۸] اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار CUSUM را بررسی و نشان داد که عملکرد این نمودار شدیداً تحت تأثیر خطای اندازه‌گیری قرار می‌گیرد. او همچنین میزان تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارهای CUSUM و EWMA را مقایسه و نتیجه گرفت که در حضور خطای اندازه‌گیری، برای تغییرات کوچک، نمودار CUSUM و در تغییرات بزرگ نمودار EWMA عملکرد بهتری دارند. امین‌نیری و جابری [۲۷] نیز تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار EWMA انطباق‌پذیر را بررسی و نتیجه گرفتند که با افزایش واریانس خطای اندازه‌گیری، توان این نمودار برای کشف

در رابطه بالا  $\mu_0$  و  $\sigma_0^2$  به ترتیب میانگین و واریانس مشخصه (X) در حالت تحت کنترل و  $\Delta$  میزان تغییر در میانگین (در حالت خارج از کنترل) را نشان می‌دهند. همچنین A و B مقادیر ثابت بوده و  $\varepsilon$  خطای اندازه‌گیری است که دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_m^2$  می‌باشد.

با توجه به وجود خطای اندازه‌گیری مقدار اندازه‌گیری شده از فرایند (Y) در حالت تحت کنترل دارای میانگین  $A + B\mu_0$  و واریانس  $B^2\sigma_x^2 + \sigma_m^2$  می‌باشد.

برای بررسی اثر خطای اندازه‌گیری بر نمودار رتبه علامت‌دار، متوسط طول دنباله نمودار رتبه علامت‌دار در سه توزیع مختلف فرایند (X) شامل: توزیعهای یکنواخت (به عنوان توزیع دنباله نازک)، نرمال (به عنوان توزیع متداول) و لاپلاس (به عنوان توزیع دنباله پهن) بررسی شده است. رابطه (۸) به ترتیب تابع چگالی توزیعهای نرمال با پارامترهای  $\mu_0$  و  $\sigma_0^2$ ، توزیع یکنواخت با پارامترهای  $\theta$  و  $\lambda$  و تابع چگالی لاپلاس با پارامترهای  $\theta$  و  $\lambda$  را نشان می‌دهند.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} e^{-\frac{(x-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} \quad -\infty < x < +\infty$$

$$f(x) = \frac{1}{2\lambda} \quad \theta - \lambda < x < \theta + \lambda \quad \lambda > 0 \quad (۸)$$

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-\frac{|x-\theta|}{\lambda}} \quad -\infty < x < +\infty \quad \lambda > 0$$

برای بررسی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار در توزیعهای مختلف، پارامترهای این توزیعها به گونه‌ای در نظر گرفته شده‌اند که میانگین هر سه توزیع در حالت کنترل برابر صفر ( $\mu_0 = 0$ ) و واریانس آنها برابر یک ( $\sigma_0^2 = 1$ ) باشد. برای رسیدن به این حالت در شرایط تحت کنترل مقدار پارامتر توزیع یکنواخت  $\lambda = \sqrt{3}$  و در توزیع لاپلاس  $\lambda = 1/\sqrt{2}$  در نظر گرفته شده است. همچنین حدود کنترل نمودار رتبه علامت‌دار به صورت  $LCL = -\Delta$  و  $UCL = \Delta$  در نظر گرفته شده‌اند. در این حالت میانگین طول دنباله نمودار رتبه علامت‌دار مساوی  $ARL_0 = 512$  و نرخ هشدار نادرست آن برابر  $p_0 = 0.0194$  می‌باشد.

برای محاسبه طول متوسط دنباله در نمودار رتبه علامت‌دار با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری، یک برنامه با استفاده از نرم‌افزار MATLAB تهیه شده است که عملکرد این نمودار را در حالت‌های مختلف شبیه‌سازی می‌کند. مقادیر محاسبه شده در برنامه‌ی شبیه‌سازی با ۱۰۰۰۰ بار تکرار به دست آمده‌اند. برای بررسی درستی عملکرد برنامه‌ی شبیه‌سازی، مقادیر ARL در حالت عدم وجود خطای اندازه‌گیری با مقادیر مشخص شده در مراجع و جداول استاندارد مقایسه شده است که این مقایسه نشان‌دهنده‌ی اختلاف ناچیز بین مقادیر به دست آمده در برنامه‌ی شبیه‌سازی و مقادیر ارائه شده در مراجع است. بنابراین می‌توان از برنامه‌ی

با استفاده از متغیر  $R_{tj}^+$  آماره نمودار رتبه علامت‌دار در دوره  $t$  ( $\psi_t$ ) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\psi_t = \sum_{j=1}^n \text{sign}(x_{tj} - \mu_0) R_{tj}^+ \quad t = 1, 2, \dots \quad (۳)$$

که در آن تابع علامت (Sign) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Sign}(x) = \begin{cases} +1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (۴)$$

رابطه بین آماره نمودار رتبه علامت‌دار ( $\psi_t$ ) و آماره رتبه علامت‌دار ویلکاکسون ( $W^+$ ) که مجموع رتبه‌های مطلق مشاهدات مثبت را نشان می‌دهد به صورت زیر می‌باشد.

$$\psi_t = 2W^+ - n(n+1)/2 \quad (۵)$$

در نمودار رتبه علامت‌دار دو طرفه از نوع شوهرتی، باید مقدار حد کنترل پایین ( $LCL < 0$ ) و حد کنترل بالا ( $UCL > 0$ ) به گونه‌ای تعیین شوند که نرخ هشدار اشتباه نمودار ( $p_0$ ) و یا میانگین طول دنباله نمودار در حالت تحت کنترل ( $ARL_0$ ) به مقدار مشخصی برسد. در این حالت انتخاب  $LCL = -UCL$  موجب ایجاد یک نمودار دوطرفه متقارن می‌شود. در نمودارهای رتبه علامت‌دار یک طرفه فقط از یک حد کنترلی استفاده می‌شود. در حالت کلی احتمال هشدار اشتباه ( $p_0$ )، طول دنباله (RL) و میانگین طول دنباله (ARL) یک نمودار رتبه علامت‌دار شوهرتی دوطرفه با استفاده از روابط زیر مشخص می‌شوند:

$$RL = \min_t \{t; \psi_t \leq LCL \text{ یا } \psi_t \geq UCL\}$$

$$ARL = E(L) = 1/p \quad (۶)$$

$$p = \Pr[\psi_t \notin (LCL, UCL)]$$

در هر صورت اگر آماره‌ی آزمون ( $\psi_t$ ) از حدود کنترلی تجاوز کند نمودار اخطار خارج از کنترل خواهد داد.

نرخ هشدار اشتباه ( $p_0$ ) و میانگین طول دنباله‌ی تحت کنترل ( $ARL_0$ ) در نمودار کنترل رتبه علامت‌دار دوطرفه نیز با استفاده از روابط  $ARL_0 = ARL_0^+/2$  و  $p_0 = 2p_0^+$  محاسبه می‌شود.

### ۳. اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار رتبه

#### علامت‌دار

برای بررسی اثر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارها ابتدا باید مدل مورد استفاده برای خطای اندازه‌گیری مشخص شود. مدل‌های زیادی برای در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری وجود دارد که یکی از معمول‌ترین آنها مدل جمع‌پذیر است و در بسیاری از مقالات از این مدل استفاده شده است [۱۴، ۱۵، ۲۱، ۲۲، ۲۴]. مدل جمع‌پذیر به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$X \sim (\mu_0 + \Delta, \sigma_0^2)$$

$$Y = A + BX + \varepsilon \quad (۷)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma_m^2)$$

$$Y \sim (A + B(\mu_0 + \Delta), B^2\sigma_0^2 + \sigma_m^2)$$

در ادامه عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل خطا و به ازای سه توزیع نرمال، یکنواخت و لاپلاس بررسی شده است. لازم به ذکر است که در هر حالت فقط یک پارامتر تغییر کرده و سایر پارامترهای مدل ثابت در نظر گرفته شده است.

#### الف) تغییرات پارامتر A

چون آماره‌ی رتبه علامت‌دار در حالت آگاهی از وجود خطا با توجه به مقدار پارامتر A محاسبه می‌شود و از طرفی این پارامتر فقط در میانگین متغیر اندازه‌گیری شده (Y) تاثیر می‌گذارد، بنابراین در این حالت تغییرات پارامتر A تاثیری بر عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار ندارد. این موضوع به ازای تمامی مقادیر مختلف B و C صادق است.

#### ب) تغییرات پارامتر B

با توجه به اینکه مقدار A تاثیری بر روی محاسبات ندارد، عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار به ازای مقادیر مختلف B و در حالتی که  $\sigma_m^2 = 1$  می‌باشد بررسی شده است. جدول ۱ مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار را در این حالت نشان می‌دهد.

شبیه‌سازی برای بررسی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار در حالت وجود خطای اندازه‌گیری نیز استفاده نمود.

در ادامه عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری در دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطا بررسی شده است.

#### ۳-۱. آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری

درحالتی که مدل و پارامترهای خطای اندازه‌گیری مشخص باشد می‌توان با استفاده از این اطلاعات محاسبه آماره رتبه علامت‌دار را اصلاح نمود. در این حالت متغیر اندازه‌گیری شده در حالت تحت کنترل (Y) به جای میانگین تحت کنترل فرایند (X) که برابر  $\mu_0$  می‌باشد دارای میانگین  $A + B\mu_0$  می‌باشد و باید مشاهدات نمونه‌ای با این مقدار مقایسه و علامت و رتبه‌ی آن‌ها تعیین و در رابطه‌ی (۳) قرار بگیرد. از طرفی با توجه به اینکه در این مقاله میانگین فرایند در حالت تحت کنترل  $\mu_0 = 0$  در نظر گرفته شده است، میانگین متغیر اندازه‌گیری شده (Y) در حالت تحت کنترل برابر A می‌باشد و مشاهدات نمونه‌ای باید با این مقدار مقایسه شوند.

جدول ۱. مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با خطای اندازه‌گیری به ازای مقادیر مختلف B (آگاهی از وجود خطا)

توزیع B	$\Delta$	بدون خطا	1	2	3	5
نرمال	0.0	511.7	506.6	517.7	512.8	510.9
	0.5	40.18	90.86	53.11	45.34	41.28
	1.0	5.52	15.55	7.78	6.48	5.88
	1.5	2.03	4.75	2.53	2.22	2.09
	2.0	1.24	2.25	1.46	1.32	1.29
	2.5	1.07	1.45	1.14	1.09	1.08
	3.0	1.01	1.20	1.04	1.02	1.02
یکنواخت	0.0	507.3	510.0	516.0	513.0	516.9
	0.5	79.50	99.97	83.65	80.83	80.56
	1.0	10.74	17.98	11.68	10.79	11.00
	1.5	1.98	5.06	2.87	2.32	2.07
	2.0	1.00	2.30	1.34	1.13	1.02
	2.5	1.00	1.43	1.04	1.00	1.00
	3.0	1.00	1.15	1.00	1.00	1.00
لاپلاس	0.0	511.8	508.7	520.9	516.7	521.1
	0.5	16.23	78.41	34.04	24.27	18.27
	1.0	3.75	13.02	5.16	4.40	3.78
	1.5	1.83	4.14	2.30	1.98	1.88
	2.0	1.34	2.10	1.45	1.39	1.37
	2.5	1.16	1.46	1.22	1.19	1.15
	3.0	1.08	1.21	1.09	1.09	1.07

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، در هر سه توزیع، تغییرات پارامتر B تأثیر محسوسی بر روی مقادیر ARL در حالت تحت کنترل نمی‌گذارد، اما در حالت خارج از کنترل وقتی  $B = 1$  است، مقادیر ARL به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد ولی با افزایش مقدار B به تدریج تأثیر آن بر روی ARL نمودار کاهش می‌یابد.

#### پ) تغییرات پارامتر $\sigma_m^2$ (C)

برای بررسی اثر پارامتر  $\sigma_m^2$  بر نمودار رتبه علامت‌دار، عملکرد این نمودار به ازای مقادیر مختلف نسبت  $C = \sigma_m^2 / \sigma_0^2$  و در حالتی که  $B = 1$  می‌باشد بررسی شده است. در این حالت مقدار A تأثیری در مقادیر محاسبه شده ندارد. جدول ۲ مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار را در این حالت نشان می‌دهد.

با توجه به جدول ۲ مشخص می‌شود که برای هر سه توزیع در حالتی که فرایند تحت کنترل است وجود خطای اندازه‌گیری و

تغییرات نسبت  $C = \sigma_m^2 / \sigma_0^2$  تأثیر مشخصی بر عملکرد نمودار نمی‌گذارد، اما در حالتی که فرآیند خارج از کنترل باشد، با افزایش نسبت  $C$  میزان تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار افزایش و قدرت تشخیص تغییرات در نمودار رتبه علامت‌دار تضعیف می‌شود.

جدول ۲. مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با خطای اندازه‌گیری به ازای مقادیر مختلف  $C$  (آگاهی از وجود خطا)

توزیع $C$	$\Delta$	بدون خطا	0.1	0.2	0.3	0.5	1
نرمال	0.0	511.7	507.1	521.8	503.2	499.7	506.6
	0.5	40.18	44.10	50.13	55.16	68.32	90.86
	1.0	5.52	6.32	7.10	8.24	10.43	15.55
	1.5	2.03	2.26	2.45	2.82	3.09	4.75
	2.0	1.24	1.34	1.42	1.50	1.67	2.25
	2.5	1.07	1.09	1.11	1.16	1.23	1.45
	3.0	1.01	1.03	1.03	1.06	1.07	1.20
یکنواخت	0.0	507.3	513.0	508.4	520.2	518.3	510.0
	0.5	79.50	80.80	81.02	81.55	84.35	99.97
	1.0	10.74	10.92	11.11	11.54	13.33	17.98
	1.5	1.98	2.29	2.72	2.93	3.54	5.06
	2.0	1.00	1.10	1.24	1.37	1.65	2.30
	2.5	1.00	1.00	1.02	1.06	1.16	1.43
	3.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.03	1.15
لاپلاس	0.0	511.8	508.2	510.4	510.0	513.5	508.7
	0.5	16.23	23.31	30.33	36.42	48.53	78.41
	1.0	3.75	4.21	5.04	5.66	7.72	13.02
	1.5	1.83	1.95	2.13	2.29	2.70	4.14
	2.0	1.34	1.41	1.43	1.50	1.67	2.10
	2.5	1.16	1.18	1.20	1.23	1.26	1.46
	3.0	1.08	1.08	1.09	1.10	1.13	1.21

جدول ۳ نتایج حاصل از محاسبه‌ی مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار را به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $A$  نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود با افزایش پارامتر  $A$  مقدار ARL نمودار در حالت تحت کنترل کاهش و احتمال خطای نوع اول و اختاردهی اشتباه نمودار افزایش یافته است. در حالت خارج از کنترل نیز با افزایش پارامتر  $A$  مقدار ARL کاهش و بنابراین حساسیت نمودار نسبت به تغییرات افزایش یافته است. لازم به ذکر است که اگر تغییر در فرآیند به صورت کاهش در میانگین باشد با افزایش پارامتر  $A$  مقدار ARL افزایش و حساسیت نمودار نسبت به تغییرات کاهش می‌یابد.

### ۲-۲. عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری

در صورت عدم وجود آگاهی از خطای اندازه‌گیری، مقدار آماره رتبه علامت‌دار بدون آگاهی از این تغییر محاسبه و به جای میانگین مقدار اندازه‌گیری شده در حالت تحت کنترل ( $\mu_0 = A$ ) از میانگین فرآیند در حالت تحت کنترل ( $\mu_0 = 0$ ) استفاده و مقادیر مشاهدات نمونه با مقدار  $\mu_0 = 0$  مقایسه می‌شوند.

در ادامه عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار در این حالت و به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل خطا بررسی شده است.

### الف) تغییرات پارامتر $A$

برای بررسی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $A$  فرض شده است که مقادیر  $B = 1$  و  $\sigma_m^2 = 1$  می‌باشند.

جدول ۳. مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار برای مقادیر مختلف  $A$  (عدم آگاهی از وجود خطا)

توزیع $A$	$\Delta$	بدون خطا	0.1	0.4	0.7	1
تای	0.0	511.7	446.3	135.6	41.2	15.5
	0.5	40.18	59.12	20.70	9.11	4.78
	1.0	5.52	11.68	5.78	3.37	2.27
	1.5	2.03	4.05	2.62	1.83	1.49
	2.0	1.24	2.04	1.55	1.30	1.19
	2.5	1.07	1.37	1.22	1.14	1.07

		3.0	1.01	1.15	1.09	1.04	1.02
		0.0	507.3	468.9	150.4	49.1	17.6
یکساخت	0.5	79.50	68.85	24.30	10.63	5.20	
	1.0	10.74	13.39	6.34	3.57	2.34	
	1.5	1.98	4.33	2.69	1.86	1.45	
	2.0	1.00	2.01	1.54	1.29	1.15	
	2.5	1.00	1.38	1.20	1.08	1.04	
	3.0	1.00	1.12	1.06	1.03	1.01	
	0.0	511.8	441.3	120.6	33.7	12.8	
لاپلاس	0.5	16.23	52.79	17.84	7.86	4.11	
	1.0	3.75	9.97	5.00	2.99	2.14	
	1.5	1.83	3.57	2.36	1.79	1.47	
	2.0	1.34	1.95	1.57	1.37	1.22	
	2.5	1.16	1.41	1.26	1.17	1.10	
	3.0	1.08	1.18	1.12	1.08	1.04	

#### ب) تغییرات پارامترهای B و C

به علت تأثیر زیاد پارامتر A بر عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار، برای بررسی تغییر پارامترهای B و C مقدار پارامتر  $A = 0$  در نظر گرفته شده است. در این حالت عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار مشابه حالتی است که از ابتدا نسبت به وجود خطای اندازه‌گیری آگاهی وجود داشته باشد و بنابراین برای مشاهده و تحلیل نتایج این قسمت می‌توان به جداول ۱ و ۲ مراجعه نمود.

#### ۴-۱. آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری

در صورت آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری مقدار آماره رتبه علامت‌دار با مقایسه‌ی مشاهدات با میانگین متغیر اندازه‌گیری شده ( $\mu_0 = A$ ) تعیین می‌شود اثر تغییر پارامترهای مختلف در عملکرد نمودار در این حالت در ادامه بررسی شده است.

#### الف) تغییرات پارامتر A

همان‌طور که در قسمت‌های قبلی اشاره شد، تغییرات پارامتر A در حالت آگاهی از وجود خطا به علت فرض  $\mu_0 = 0$  بر مقادیر ARL تأثیر نمی‌گذارد و تأثیر جابه‌جایی میانگین به اندازه‌ی A با طراحی درست نمودار در شرایط جدید خنثی می‌شود. بنابراین در این حالت با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری می‌توان تأثیر واریانس خطا را تا حد امکان کاهش داد.

#### ب) تغییرات پارامتر B

در جدول ۴ اثر مقادیر مختلف پارامتر B بر عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار در حالتی که هر مقدار  $\delta$  بار اندازه‌گیری شده ( $k = 5$ ) و مقدار  $\sigma_m^2 = 1$  می‌باشد، بررسی شده است. تغییرات پارامتر A در این حالت تأثیری بر عملکرد نمودار ندارد.

#### ۴. بررسی اثر افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری

یکی از روش‌های کاهش اثر خطای اندازه‌گیری، افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری از یک مشخصه است [۱۷]. در این روش هر واحد نمونه  $k$  بار اندازه‌گیری و از میانگین مقادیر محاسبه شده استفاده می‌شود. افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری باعث می‌شود که تأثیر واریانس خطای اندازه‌گیری کاهش یابد. در ادامه تأثیر افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری در کاهش اثر خطای اندازه‌گیری نمودار رتبه علامت‌دار در دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطا تشریح شده است.

جدول ۴. مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با  $k = 5$  بار اندازه‌گیری برای مقادیر مختلف B (آگاهی از وجود خطا)

	توزیع B	$\Delta$	بدون خطا	1	2	3	5
یکساخت		0.0	511.7	514.2	525.2	510.8	509.7
		0.5	40.18	49.15	42.92	40.88	39.72
		1.0	5.52	7.57	6.17	5.53	5.59
		1.5	2.03	2.46	2.06	2.00	2.05
		2.0	1.24	1.42	1.27	1.29	1.25
		2.5	1.07	1.12	1.08	1.07	1.07
		3.0	1.01	1.03	1.02	1.02	1.01
لاپلاس		0.0	507.3	510.0	522.9	522.2	506.3
		0.5	79.50	81.44	79.69	79.78	82.01
		1.0	10.74	11.19	10.65	10.77	10.69
		1.5	1.98	2.63	2.13	2.04	1.97
		2.0	1.00	1.24	1.04	1.01	1.00
		2.5	1.00	1.02	1.00	1.00	1.00

	3.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	0.0	511.8	503.4	520.2	517.5	500.3
رتبه‌گیری	0.5	16.23	30.25	20.59	17.95	17.61
	1.0	3.75	4.96	3.92	3.71	3.62
	1.5	1.83	2.17	1.89	1.90	1.83
	2.0	1.34	1.48	1.36	1.35	1.34
	2.5	1.16	1.21	1.19	1.17	1.17
	3.0	1.08	1.10	1.08	1.08	1.07

ج) تغییرات پارامتر C

جدول ۵ مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با  $k = 5$  بار اندازه‌گیری و نسبت‌های مختلف  $C = \sigma_m^2 / \sigma_0^2$  را به ازای  $B = 1$  نشان می‌دهد. در این حالت نیز مقدار A تأثیری در عملکرد نمودار ندارد.

با مقایسه جدول ۴ و جدول ۱ مشاهده می‌شود که برای هر سه توزیع با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری، تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار به شدت کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش مقدار B، به ازای تغییرات فرایند غالباً از تأثیر نامطلوب خطا بر روی عملکرد نمودار کاسته می‌شود.

جدول ۵. مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با ۵ بار اندازه‌گیری با برای مقادیر مختلف C (آگاهی از وجود خطا)

توزیع C	$\Delta$	بدون خطا	0.1	0.2	0.3	0.5	1
نرمال	0.0	511.7	508.4	514.4	520.0	511.6	514.2
	0.5	40.18	42.20	41.88	44.18	45.86	49.15
	1.0	5.52	5.74	5.95	6.27	6.51	7.57
	1.5	2.03	2.11	2.07	2.12	2.17	2.46
	2.0	1.24	1.29	1.28	1.29	1.31	1.42
	2.5	1.07	1.07	1.07	1.09	1.10	1.12
	3.0	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02	1.03
یکنواخت	0.0	507.3	512.0	512.7	517.9	509.8	510.0
	0.5	79.50	81.28	80.25	80.37	84.46	81.44
	1.0	10.74	10.73	10.84	10.90	10.70	11.19
	1.5	1.98	2.02	2.10	2.18	2.31	2.63
	2.0	1.00	1.00	1.02	1.05	1.09	1.24
	2.5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.02
	3.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
لاپلاس	0.0	511.8	504.0	517.1	518.4	510.8	503.4
	0.5	16.23	18.12	19.27	20.31	23.30	30.25
	1.0	3.75	3.75	3.82	4.11	4.21	4.96
	1.5	1.83	1.89	1.90	1.95	1.98	2.17
	2.0	1.34	1.35	1.37	1.41	1.41	1.48
	2.5	1.16	1.16	1.16	1.16	1.19	1.21
	3.0	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08	1.10

در جدول ۶ تأثیر تعداد دفعات اندازه‌گیری بر روی مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با خطای اندازه‌گیری بررسی شده است. در این حالت مقادیر  $C = 1$  و  $B = 1$  در نظر گرفته شده‌اند زیرا این مقادیر بیشترین تأثیر را بر عملکرد نمودار دارند. در این حالت نیز مقدار پارامتر A تأثیری بر عملکرد نمودار ندارد. همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری، برای توزیع‌های نرمال و لاپلاس تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار کاهش می‌یابد. در توزیع یکنواخت، با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری، برای تغییرات  $\Delta \geq 1$  تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری کاهش می‌یابد. در تغییرات  $\Delta < 1$  این کاهش محسوس نیست.

با مقایسه جدول ۵ و جدول ۲ که مقادیر ARL نمودار را برای حالت یک بار اندازه‌گیری نشان می‌دهد مشخص می‌شود که در هر سه توزیع با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری اثر نامطلوب خطای اندازه‌گیری بر روی عملکرد نمودار به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد. در توزیع‌های نرمال و لاپلاس با افزایش مقدار C تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری در همه‌ی تغییرات افزایش می‌یابد. در توزیع یکنواخت با افزایش C برای  $\Delta \geq 1/5$  تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار افزایش یافته است.

د) اثر افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری (k)



جدول ۶. مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با  $k$  بار اندازه‌گیری (آگاهی از وجود خطا)

توزیع K	$\Delta$	بدون خطا	5	10	20	50
نرمال	0.0	511.7	514.2	521.5	522.7	503.4
	0.5	40.18	49.15	46.23	41.16	38.98
	1.0	5.52	7.57	6.29	6.07	5.91
	1.5	2.03	2.46	2.29	2.12	2.01
	2.0	1.24	1.42	1.33	1.33	1.26
	2.5	1.07	1.12	1.10	1.06	1.06
	3.0	1.01	1.03	1.02	1.01	1.01
یکساخت	0.0	507.3	510.0	507.0	518.3	509.2
	0.5	79.50	81.44	81.08	81.53	81.03
	1.0	10.74	11.19	10.84	10.78	10.76
	1.5	1.98	2.63	2.27	2.06	1.98
	2.0	1.00	1.24	1.11	1.04	1.00
	2.5	1.00	1.02	1.00	1.00	1.00
	3.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
لاپلاس	0.0	511.8	503.4	509.8	528.6	500.7
	0.5	16.23	30.25	23.76	20.19	18.55
	1.0	3.75	4.96	4.20	3.99	3.79
	1.5	1.83	2.17	1.99	1.91	1.87
	2.0	1.34	1.48	1.38	1.36	1.34
	2.5	1.16	1.21	1.18	1.17	1.16
	3.0	1.08	1.10	1.07	1.07	1.07

## ۴-۲. عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری

در صورت عدم آگاهی از وجود خطا، میانگین متغیر اندازه‌گیری شده به دلیل وجود خطا تغییر کرده است ولی مقدار آماره‌ی آزمون بدون در نظر گرفتن خطا محاسبه شده است. همان‌طور که در قسمت قبل مشاهده شد، تأثیر جابه‌جا شدن میانگین در این حالت به قدری زیاد است که تغییرات B و C را تحت الشعاع قرار می‌دهد.

بنابراین در این حالت فقط تأثیر تعداد دفعات اندازه‌گیری با فرض  $A \neq 0$  بررسی شده است.

جدول ۷ نتایج حاصل از محاسبه‌ی مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار را با  $k$  بار اندازه‌گیری در حالتی که مقادیر  $B = 1$ ،  $A = 1$  و  $\sigma_m^2 = 1$  هستند، نشان می‌دهد.

جدول ۷. مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با  $k$  بار اندازه‌گیری (آگاهی از وجود خطا)

K توزیع	$\Delta$	بدون خطا	5	10	20	50
نرمال	0.0	511.7	7.8	6.5	6.1	5.8
	0.5	40.18	2.50	2.20	2.11	2.04
	1.0	5.52	1.41	1.32	1.29	1.27
	1.5	2.03	1.12	1.09	1.08	1.07
	2.0	1.24	1.03	1.02	1.02	1.01
	2.5	1.07	1.00	1.00	1.00	1.00
	3.0	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00
یکساخت	0.0	507.3	11.1	10.7	10.7	10.7
	0.5	79.50	2.61	2.28	2.12	2.02
	1.0	10.74	1.25	1.11	1.04	1.00
	1.5	1.98	1.03	1.00	1.00	1.00
	2.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	2.5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	3.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
لاپلاس	0.0	511.8	4.9	4.2	3.9	3.8
	0.5	16.23	2.11	1.95	1.89	1.89
	1.0	3.75	1.44	1.38	1.36	1.36
	1.5	1.83	1.21	1.18	1.17	1.17
	2.0	1.34	1.09	1.09	1.08	1.08
	2.5	1.16	1.05	1.04	1.04	1.04
	3.0	1.08	1.02	1.02	1.02	1.02

- [5] Bakir ST, Reynolds MR. A nonparametric procedure for process control based on within-group ranking, *Technometrics*, 1979, No. 2, Vol. 21, pp. 175-183.
- [6] Park C. Some control procedures useful for one-sided asymmetrical distributions, *Journal of the Korean Statistical Society*, 1985, No. 2, Vol. 14, pp. 76-86.
- [7] Park C, Park C, Reynolds Jr MR, Reynolds Jr MR. Nonparametric procedures for monitoring a location parameter based on linear placement statistics, *Sequential Analysis*, 1987, No. 4, Vol. 6, pp. 303-323.
- [8] Amin RW, Searcy AJ. A nonparametric exponentially weighted moving average control scheme, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 1991, No. 4, Vol. 20, pp. 1049-1072.
- [9] Hackl P, Ledolter J. A control chart based on ranks, *Journal of Quality Technology*, 1991, No. 2, Vol. 23, pp. 117-124.
- [10] Hack P, Ledolter J. A new nonparametric quality control technique, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 1992, No. 2, Vol. 21, pp. 423-443.
- [11] Amin RW, Reynolds Jr MR, Saad B. Nonparametric quality control charts based on the sign statistic, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 1995, No. 6, Vol. 24, pp. 1597-1623.
- [12] Arnold B. The sign test in current control, *Statistische Hefte*, 1985, No. 1, Vol. 26, pp. 253-262.
- [13] Chakraborti S, Van de Wiel MA. A nonparametric control chart based on the Mann-Whitney statistic, *Technische Universiteit Eindhoven, Department of Mathematics and Computing Science*, 2003.

[۱۴] نوجوان، مجید؛ نیابتی، ندا. نمودار ناپارامتری شوهارتی رتبه علامت‌دار با فاصله نمونه‌گیری متغیر، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۴، شماره ۲، شهریور ۱۳۹۲.

[۱۵] نوجوان، مجید؛ غفاری، نفیسه؛ کرباسیان، مهدی. بررسی اثر خطای تخمین بر عملکرد نمودار کنترل ناپارامتری علامت، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۴، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۲.

نتایج جدول ۷ نشان می‌دهد که افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری در حالت  $A \neq 0$  نه تنها تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری را کاهش نمی‌دهد، بلکه این تأثیر را افزایش می‌دهد. علت این است که با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری تأثیر واریانس خطا کاهش و در نتیجه مقدار اشتباه  $A + \mu_0$  دقیق‌تر تخمین زده می‌شود.

### ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار در دو حالت آگاهی و عدم آگاهی از وجود خطای اندازه‌گیری بررسی شده است. برای این کار یک برنامه‌ی شبیه‌سازی تهیه و مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و با تغییر پارامترهای مدل خطای جمع‌پذیر خطی و در سه توزیع مختلف محاسبه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که در حالتی که آماره‌ی رتبه علامت‌دار از ابتدا با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری محاسبه شود، تغییرات پارامتر A مدل خطا تأثیری در عملکرد آن ندارد، با افزایش واریانس خطای اندازه‌گیری و نسبت  $C = \sigma_m^2 / \sigma_0^2$  تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودار افزایش می‌یابد و وجود پارامتر B تأثیر قابل توجهی بر عملکرد نمودار می‌گذارد اما با افزایش مقدار آن تأثیر کاهش می‌یابد. یکی از روش‌های کاهش اثر خطای اندازه‌گیری بر روی عملکرد نمودارها افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری و در نظر گرفتن میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده است. در حالت آگاهی از وجود خطا افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری تأثیر زیادی در کاهش اثر نامطلوب خطای اندازه‌گیری دارد اما در حالت عدم آگاهی از وجود خطا وجود پارامتر A عملکرد نمودار را شدیداً تحت تأثیر قرار داده و متوسط طول دنباله را در حالت تحت کنترل کاهش می‌دهد. در این حالت افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری نه تنها نتایج را بهتر نمی‌کند بلکه تأثیر نامطلوب خطای اندازه‌گیری را افزایش می‌دهد.

### مراجع

- [1] Parent EA. *Sequential ranking procedures*. Stanford, California: Stanford University, 1965.
- [2] Reynolds Jr MR. A sequential nonparametric test for symmetry with applications to process control, (No. TR-148), Stanford university, Calif dept. of operations research, 1972.
- [3] Mc-Gilchrist CA, Woodyer KD. Note on a distribution-free CUSUM technique, *Technometrics*, 1975, No. 3, Vol. 17, pp. 321-325.
- [4] Bakir ST. *Nonparametric procedures for process control*, Doctoral dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1977.

- performance requirements, IIE Transactions, 2004, No. 9, Vol. 36, pp. 881-890.
- [23] Chang TC, Gan FF. Monitoring linearity of measurement gauges, Journal of Statistical Computation and Simulation, 2006, No. 10, Vol. 76, pp. 889-911.
- [24] Linna KW, Woodall WH. Effect of measurement error on Shewhart control charts, Journal of Quality Technology, 2001, No. 2, Vol. 33, pp. 213-222.
- [25] Linna KW, Woodall WH, Busby KL. The performance of multivariate control charts in the presence of measurement error, Journal of Quality Technology, 2001, No. 3, Vol. 33.
- [26] Costa AF, Castagliola P. Effect of measurement error and autocorrelation on the X-bar chart, Journal of Applied Statistics, 2011, No. 4, Vol. 38, pp. 661-673.
- [۲۷] مجید امین‌نیری؛ سعید جابری، "تأثیر خطای اندازه‌گیری بر روی عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی انطباق‌پذیر، نهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، ۱۳۹۱.
- [16] Buzas JS, Stefanski LA, Tosteson TD. Measurement error: Handbook of Epidemiology, 2014, pp. 1241-1282.
- [17] Maravelakis P, Panaretos J, Psarakis S. EWMA chart and measurement error, Journal of Applied Statistics, 2004, No. 4, Vol. 31, pp. 445-455.
- [18] Maravelakis PE. Measurement error effect on the CUSUM control chart, Journal of Applied Statistics, 2012, No. 2, Vol. 39, pp. 323-336.
- [19] Rahlm MA. Economic model of x-chart under non-normality and measurement errors, Computers and Operations Research, 1985, No. 3, Vol. 12, pp. 291-299.
- [20] Mittag HJ, Stemann D. Gauge imprecision effect on the performance of the X-S control chart, Journal of Applied Statistics, 1998, No. 3, Vol. 25, pp. 307-317.
- [21] Stemann D, Weihs C. The EWMA-X-S-control chart and its performance in the case of precise and imprecise data, Statistical Papers, 2001, No. 2, Vol. 42, pp. 207-223.
- [22] Shore H. Determining measurement error requirements to satisfy statistical process control