

## MODELLING AND SOLVING LOCATION-ROUTING-INVENTORY CONTROL PROBLEM

Jamal Arkat & Heshmatollah Ataei\*

*Jamal Arkat, Assistance Professor of Industrial Engineering, University of Kurdistan  
Heshmatollah Ataei, MSc of Industrial Engineering, University of Kurdistan.*

### Keywords

Distribution network,  
Facility location,  
Vehicle routing,  
Inventory control

### ABSTRACT

*Designing a distribution network consists of tree sub-problems, namely location – allocation, vehicle routing and inventory control problems. In this paper, we investigate a three-echelon distribution network including a main supplier, a number of candidate distribution centers and a number of customers. In order to integrate the distribution network, the location of distribution centers, allocation of customers to open distribution centers, the routing of vehicles and the inventory control of the distribution centers are simultaneously considered. The aforementioned problem is formulated as a linear integer problem aiming at the minimization of the total costs of location, allocation, vehicle routing and inventory control. Since the problem in hand is NP hard, we develop a genetic algorithm to solve large size problems. In order to evaluate the performance of the proposed algorithm, a number of numerical examples are solved and the results are compared with those one obtained using GAMS software.*

© 2016 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 27, No. 1, All Rights Reserved



## ارائه مدل و رویکرد حل برای مسأله مکان‌یابی - مسیریابی - کنترل موجودی

جمال ارکات\* و حشمت الله عطائی

چکیده:

طراحی شبکه توزیع از سه مسأله مکان‌یابی - تخصیص، مسیریابی وسیله نقلیه و کنترل موجودی تشکیل شده است. در این مقاله، یک شبکه توزیع سه سطحی شامل یک تأمین‌کننده اصلی، چند مرکز توزیع بالقوه و تعدادی مشتری، مورد مطالعه قرار می‌گیرد و به منظور یکپارچه‌سازی شبکه مذکور، مسائل مکان‌یابی مراکز توزیع، تخصیص مشتریان به مراکز توزیع فعال شده، مسیریابی وسایل نقلیه و کنترل موجودی مراکز توزیع به صورت همزمان در نظر گرفته می‌شوند. برای نیل به این هدف، ابتدا برای مسأله مورد بررسی یک مدل ریاضی جدید با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های مکان‌یابی، تخصیص، مسیریابی و کنترل موجودی توسعه داده می‌شود. سپس با توجه به پیچیدگی مسأله، برای حل آن از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک استفاده می‌شود. برای نشان دادن کارایی الگوریتم، تعدادی مسأله در ابعاد مختلف، حل و نتایج محاسباتی با نتایج به دست آمده از نرم‌افزار GAMS مقایسه می‌شوند.

کلمات کلیدی

شبکه توزیع،  
مکان‌یابی تسهیلات،  
مسیریابی وسیله نقلیه،  
کنترل موجودی

### ۱. مقدمه

در دو دهه اخیر، رقابت میان شرکت‌ها در راستای عرضه کالا و خدمات به واقعیتی بی‌بدیل در مسیر پیشرفت آنها تبدیل شده است. انتظارات مشتریان در ارتباط با کیفیت و زمان تحویل محصولات ایجاب می‌کند که محصولات در مقدار، مکان و زمان مناسب عرضه شوند که این خود ضرورت ایجاد هماهنگی تولیدکنندگان با تأمین‌کنندگان مواد اولیه و توزیع‌کنندگان محصولات را نشان می‌دهد. زنجیره تأمین به عنوان یک ساختار یکپارچه، تمامی فعالیت‌های مرتبط با جریان کالا و تبدیل مواد از مرحله تهیه ماده اولیه تا مرحله تحویل محصول به مصرف‌کننده را شامل می‌شود. هدف یک زنجیره تأمین، افزایش سودآوری زنجیره از طریق کاهش هزینه‌ها و افزایش سطح خدمت‌دهی می‌باشد. شبکه توزیع به عنوان یکی از عوامل اصلی ایجاد هزینه در زنجیره تأمین،

عملکرد زنجیره را تحت تأثیر قرار می‌دهد. با این اوصاف، انتخاب یک شبکه توزیع مناسب و یکپارچه می‌تواند دستیابی به اهداف مختلف زنجیره تأمین را تسهیل نماید. طراحی شبکه توزیع از سه مسأله اصلی مکان‌یابی - تخصیص<sup>۱</sup>، مسیریابی وسیله نقلیه<sup>۲</sup> و کنترل موجودی تشکیل شده است. همزمان در نظر گرفتن این سه مسأله در طراحی شبکه توزیع می‌تواند اهداف شبکه توزیع را به شکل مطلوب‌تری برآورده سازد. اغلب تحقیقات انجام شده در حوزه شبکه‌های توزیع یکپارچه، بر اجتماع دو مسأله از سه مسأله فوق تمرکز نموده‌اند و مسائل مکان‌یابی - مسیریابی (LRP)، مسیریابی - موجودی (IRP) و مکان‌یابی - موجودی (LIP) را مورد بررسی قرار داده‌اند. تحقیق دگردی و نیک‌بخش [۱] و تحقیق توکلی مقدم و همکاران [۲] نمونه‌ای از تحقیقات مرتبط با مسائل مکان‌یابی - مسیریابی هستند. مین و همکاران [۳] و نگی و سلحی [۴] نیز انواع مسائل مکان‌یابی - مسیریابی را مورد بررسی قرار داده و طبقه‌بندی نموده‌اند. تحقیقات زیادی نیز به بررسی مسائل مسیریابی - موجودی پرداخته‌اند که از میان آنها می‌توان به تحقیقات آدلمن [۵]، یو و همکاران [۶] و برتازی و همکاران [۷] اشاره نمود. همچنین چندین تحقیق مسائل مکان‌یابی - موجودی را در نظر گرفته‌اند که از میان آنها می‌توان

تاریخ وصول: ۹۱/۱۲/۲۸

تاریخ تصویب: ۹۳/۰۲/۰۳

حشمت‌الله عطائی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان،  
heshmatataei@yahoo.com

\*نویسنده مسئول مقاله: جمال ارکات: دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان  
j.arkat@uok.ac.ir

دوره‌ای، مقدار محصولی که در هر دوره توسط وسیله نقلیه به هر یک از مشتریان تحویل داده می‌شود متناسب با مدت زمان تور آن وسیله در نظر گرفته شده است. به عبارت دیگر اگر تخصیص مشتری به مراکز توزیع یا مسیر وسیله نقلیه تغییر داده شود آنگاه تعداد دوره نیاز مشتری و مقدار محصولی که در هر دوره دریافت می‌کند نیز تغییر خواهد کرد. با استفاده از الگوی مسیریابی دوره‌ای، ظرفیت وسایل حمل در هر دوره نیاز رعایت می‌شود و موجودی مراکز توزیع فعال به صورت گسسته کاهش می‌یابد اما در مقابل، امکان تعیین مقدار تقاضای دوره‌های نیاز را از مشتریان سلب می‌نماید. همچنین محققین در این تحقیق ارتباط بین مصرف موجودی و نقطه سفارش مجدد مراکز توزیع را مشخص نموده‌اند و به منظور تسهیل در مدل‌سازی، ظرفیت مراکز توزیع را به صورت سالیانه در نظر گرفته و با مجموع تقاضای سالیانه مشتریان تخصیص یافته مقایسه نموده‌اند در حالی که لازم است ظرفیت مراکز توزیع در هر دوره دریافت سفارش رعایت گردد. نویسندگان به صورت همزمان تصمیمات مربوط به مکان‌یابی، ظرفیت، مسیریابی و کنترل موجودی مراکز توزیع را با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های سیستم مدنظر قرار داده و برای حل مدل خود یک الگوریتم ترکیبی مبتنی بر بازپخت شبیه‌سازی شده و بهینه‌سازی جامعه مورچگان<sup>۶</sup> را توسعه داده‌اند.

در تحقیق حاضر، مسأله LRIP مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور با در نظر گرفتن مفروضات جدید، مشکلات موجود در تحقیقات پیشین برطرف می‌گردند به گونه‌ای که روند مصرف موجودی و نقطه سفارش مجدد مراکز توزیع فعال، مشخص و هر یک از محدودیت‌های مربوط به ظرفیت مراکز توزیع و ظرفیت وسایل حمل به نحوی صحیح اعمال می‌گردند. برای نیل به این هدف، ابتدا برای مسأله مورد بررسی، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته (MILP) با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های مکان‌یابی، تخصیص، مسیریابی و کنترل موجودی توسعه داده می‌شود. سپس با توجه به NP-hard بودن مسأله LRIP [۱۲]، به منظور حل مسائل با ابعاد متوسط و بزرگ یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر الگوریتم ژنتیک<sup>۷</sup> (GA) توسعه داده می‌شود.

در ادامه، ساختار مقاله شامل بخش‌های ذیل است: در بخش دوم به تعریف مسأله مورد بررسی پرداخته می‌شود و مدل ریاضی مسأله ارائه می‌گردد. در بخش سوم، برای حل مسأله، یک الگوریتم ژنتیک توسعه داده می‌شود. در بخش چهارم نتایج محاسباتی مورد بررسی قرار می‌گیرند و در آخر، در بخش پنجم، نتیجه‌گیری مقاله و برخی از زمینه‌های تحقیقاتی آتی بیان می‌شود.

## ۲. تعریف مسأله و ارائه مدل ریاضی

در این مقاله، مسأله مکان‌یابی، مسیریابی و کنترل موجودی مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبکه توزیع مورد بررسی یک شبکه سه‌سطحی شامل یک تأمین‌کننده اصلی، چند مرکز توزیع بالقوه و

تحقیقات داسکین و همکاران [۸]، شن و همکاران [۹] و میرندا و گاریدو [۱۰] را نام برد.

شن و کی [۱۱] مسأله مکان‌یابی - موجودی را با در نظر گرفتن هزینه‌های حمل‌ونقل مورد مطالعه قرار داده‌اند. هدف مسأله بررسی شده، کمینه نمودن مجموع کل هزینه‌ها شامل هزینه‌های مکان‌یابی مراکز توزیع، هزینه‌های موجودی مراکز توزیع فعال شده و هزینه‌های حمل‌ونقل می‌باشد. آنها مسأله را به صورت یک مدل عدد صحیح غیرخطی آمیخته (MINLP) مدل‌سازی نموده و برای حل آن از روش آزادسازی لاگرانژ<sup>۲</sup> استفاده کرده‌اند. نکته حائز اهمیت در این تحقیق این است که هزینه‌های حمل‌ونقل به صورت تقریبی در نظر گرفته شده‌اند و در مسأله، تصمیمی مبنی بر انتخاب مسیرهای حمل صورت نگرفته است. محققین با انجام آزمایش‌های محاسباتی نشان داده‌اند که همزمان در نظر گرفتن هزینه‌های مکان‌یابی، حمل‌ونقل و موجودی منجر به کاهش مجموع هزینه‌های شبکه توزیع نسبت به رویکردهای تریبی می‌گردد.

احمدی جاوید و آزاد [۱۲] مدل به دست آمده از تحقیق [۱۱] را با در نظر گرفتن تصمیمات مسیریابی وسایل نقلیه توسعه داده و برای نخستین بار تصمیمات مربوط به مکان‌یابی مراکز توزیع، ظرفیت مراکز توزیع، تخصیص مشتریان به مراکز توزیع، موجودی مراکز توزیع و مسیریابی وسایل نقلیه را همزمان مدنظر قرار داده‌اند. در مدل ریاضی ارائه شده، تقاضای هر یک از مشتریان، احتمالی بوده و از توزیع نرمال پیروی می‌کند. هر یک از مراکز توزیع فعال نیز مقداری ذخیره ایمنی را نگهداری می‌کنند. در این تحقیق عنوان شده است که مشتریان، تقاضای سالیانه خود را طی چند دوره نیاز در طول سال دریافت می‌نمایند ولی ارتباط بین مقدار سفارش اقتصادی مراکز توزیع و نحوه توزیع آن میان مشتریان مشخص نشده است. از سوی دیگر به منظور تسهیل در مدل‌سازی، ظرفیت وسایل حمل به صورت سالیانه در نظر گرفته شده و با تقاضای سالیانه مشتریان تخصیص یافته به وسایل حمل متنظر، مقایسه شده است. این در حالی است که رعایت ظرفیت وسایل حمل در هر دوره نیاز ضروری است و باید در محدودیت‌های مدل در نظر گرفته شود. نویسندگان برای حل مدل خود از یک الگوریتم ابتکاری ترکیبی مبتنی بر جستجوی ممنوعه<sup>۴</sup> و بازپخت شبیه‌سازی شده<sup>۵</sup> استفاده نموده و با انجام آزمایش‌های محاسباتی نشان داده‌اند که مدل ارائه شده در این تحقیق، عملکرد سیستم توزیع را نسبت به مدل [۱۱] بهبود می‌دهد.

احمدی جاوید و صدیقی [۱۳] مسأله مکان‌یابی - مسیریابی - موجودی (LRIP) را برای طراحی شبکه توزیع چندمنبعی توسعه داده‌اند. تفاوت اصلی این مدل با مدل [۱۲] در این است که انتخاب تأمین‌کنندگان نیز به عنوان متغیر تصمیم مسأله در نظر گرفته شده است. قطعی بودن تقاضای مشتریان و استفاده از الگوی مسیریابی دوره‌ای<sup>۶</sup> به منظور توزیع محصول میان مشتریان از دیگر ویژگی‌های این تحقیق به شمار می‌رود. در الگوی مسیریابی

## مجموعه اندیس‌ها

$I$ : مجموعه مشتریان ( $i$ : اندیس مشتریان).  
 $J$ : مجموعه مراکز توزیع کاندیدا ( $j$ : اندیس مراکز توزیع کاندیدا).  
 $K$ : مجموعه وسایل حمل ( $k$ : اندیس وسایل حمل).  
 $V$ : مجموعه تمامی گره‌های شبکه توزیع ( $V = I \cup J$ ).

## پارامترها

$B$ : تعداد مشتریان در مجموعه  $I$ .  
 $d_i$ : تقاضای هر دوره نیاز مشتری  $i$  ( $\forall i \in I$ ).  
 $q$ : تعداد دوره نیاز مشتریان در طول یک سال.  
 $vc$ : ظرفیت هر یک از وسایل حمل.  
 $b_j$ : ظرفیت مرکز توزیع  $j$  ( $\forall j \in J$ ).  
 $f_j$ : هزینه ثابت سالیانه مرکز توزیع  $j$  ( $\forall j \in J$ ).  
 $c_j$ : هزینه ثابت هر بار استفاده از وسیله نقلیه در مرکز توزیع  $j$  ( $\forall j \in J$ ).  
 $A_j$ : هزینه ثابت سفارشی‌دهی در مرکز توزیع  $j$  ( $\forall j \in J$ ).  
 $h_j$ : هزینه نگهداری سالیانه هر واحد محصول در مرکز توزیع  $j$  ( $\forall j \in J$ ).  
 $o_j$ : هزینه خرید و انتقال هر واحد محصول از تأمین‌کننده به مرکز توزیع  $j$  ( $\forall j \in J$ ).  
 $tc_{ij}$ : هزینه سفر بین گره  $i$  و گره  $j$  ( $\forall i, j \in V$ ).

## متغیرهای تصمیم

$x_j$ : اگر مرکز توزیع  $j$  فعال شود برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است ( $\forall j \in J$ ).

$y_{ji}$ : اگر مشتری  $i$  به مرکز توزیع  $j$  تخصیص یابد برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است ( $\forall i \in I, \forall j \in J$ ).

$R_{ijk}$ : اگر از طریق وسیله  $k$  از گره  $i$  به گره  $j$  حرکت انجام شود برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است ( $\forall i, j \in V, \forall k \in K$ ).

$Q_j$ : مقدار سفارش اقتصادی مرکز توزیع  $j$  ( $\forall j \in J$ ).  
 $n_j$ : عددی صحیح برای تعیین مقدار سفارش اقتصادی مرکز توزیع  $j$  ( $\forall j \in J$ ).

$M_{ik}$ : متغیر کمکی تعریف شده برای مشتری  $i$  جهت حذف زیرتور مسیر وسیله نقلیه  $k$  ( $\forall i \in I, \forall k \in K$ ).

هدف مسأله مورد بررسی، کمینه کردن مجموع هزینه‌های سالیانه مکان‌یابی مراکز توزیع، مسیریابی وسایل حمل و کنترل موجودی مراکز توزیع می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شوند. هزینه سالیانه مکان‌یابی مراکز توزیع از طریق رابطه (۱) محاسبه می‌شود:

$$C1 = \sum_{j \in J} f_j x_j \quad (1)$$

هزینه مسیریابی در هر دوره نیاز مشتمل بر هزینه‌های ثابت و متغیر است و از طریق رابطه (۲) محاسبه می‌شود:

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_j R_{jik} + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} tc_{ij} R_{ijk} \quad (2)$$

تعدادی مشتری است. در این مسأله، تعداد و مکان مراکز توزیع موردنیاز جهت فعال‌سازی و خدمت‌رسانی به مشتریان شبکه، نحوه تخصیص مشتریان به مراکز توزیع فعال، مسیر خدمت‌رسانی از مراکز توزیع فعال به مشتریان و مقدار سفارش اقتصادی مراکز توزیع فعال با هدف کمینه کردن کل هزینه‌های سالیانه سیستم توزیع، تعیین می‌شوند. در این مسأله فرض شده است که محصول به صورت مستقیم از تأمین‌کننده اصلی به مراکز توزیع فعال ارسال می‌گردد. برای هر یک از مشتریان، چند دوره نیاز در طی یک سال در نظر گرفته می‌شود بدین معنی که مشتریان، تقاضای سالیانه خود را طی چند دوره دریافت می‌نمایند به گونه‌ای که تقاضای هر دوره نیاز برای هر یک از مشتریان از قبل مشخص و ثابت است. پس از تخصیص مشتریان به مراکز توزیع فعال، مسیر وسایل نقلیه جهت ارائه سرویس به مشتریان تعیین می‌شود و مشتریان تقاضای خود را در کلیه دوره‌های نیاز از طریق این مسیر دریافت می‌کنند. به عبارت دیگر، مسیر تعیین شده در طول سال به تعداد دوره‌های نیاز مشتریان تکرار می‌شود. مراکز توزیع فعال شده نیز بر اساس تقاضای سالیانه (مجموع تقاضای دوره‌های نیاز) مشتریان تخصیص یافته، موجودی خود را کنترل می‌کنند به گونه‌ای که مجموع هزینه‌های موجودی سالیانه، حداقل شوند. توجه نمودن به محدودیت‌های موجود در ظرفیت وسایل حمل و ظرفیت مراکز توزیع در این مسأله حائز اهمیت است. در ادامه ابتدا مفروضات مسأله و نمادگذاری معرفی می‌شوند و سپس مدل ریاضی مسأله ارائه می‌گردد. در توسعه مدل ریاضی، مفروضات زیر در نظر گرفته شده‌اند:

- مکان‌های کاندیدا برای احداث مراکز توزیع و مکان مشتریان، مشخص می‌باشند.
- هزینه سالیانه فعال‌سازی هر یک از مراکز توزیع، مشخص است.
- وسایل حمل، مشابه و دارای ظرفیت یکسان و به تعداد کافی در دسترس هستند.
- هزینه حمل، متناسب با مسافت طی شده است.
- سیستم توزیع، تک‌محصولی در نظر گرفته می‌شود.
- تقاضای هر مشتری برای هر دوره نیاز، ثابت است و هر مشتری جهت دریافت تقاضای خود دقیقاً در یک مسیر قرار می‌گیرد.
- کنترل موجودی مراکز توزیع بر اساس مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) صورت می‌گیرد و نقطه سفارش مجدد برای مراکز توزیع، صفر در نظر گرفته می‌شود.
- هزینه نگهداری هر واحد محصول و هزینه ثابت سفارشی‌دهی برای هر یک از مراکز توزیع مشخص است.
- مقدار سفارش اقتصادی هر مرکز توزیع فعال، مضرب صحیحی از مجموع تقاضای یک دوره نیاز مشتریان تخصیص یافته به آن مرکز است.

نمادگذاری به کار رفته در مدل ریاضی نیز به شرح زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{j \in J} f_j x_j + q \left( \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_j R_{jik} \right. \\ & \left. + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} t c_{ij} R_{ijk} \right) \\ & + \sum_{j \in J} \left( A_j \left[ \frac{q \sum_i d_i y_{ji}}{Q_j} \right] + h_j \left[ \frac{Q_j - \sum_i d_i y_{ji}}{2} \right] \right. \\ & \left. + o_j q \sum_i d_i y_{ji} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{k \in K} R_{jik} = 1, \quad \forall i \in I \quad (6)$$

$$Q_j \leq \left[ b_j + \sum_{i \in I} d_i y_{ji} \right] x_j, \quad \forall j \in J \quad (7)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{i \in I} d_i R_{jik} \leq v c, \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$Q_j = n_j \sum_{i \in I} d_i y_{ji}, \quad \forall j \in J \quad (9)$$

$$\sum_{i \in V} R_{jik} - \sum_{i \in V} R_{ijk} = 0, \quad \forall j \in V, \forall k \in K \quad (10)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I} R_{jik} \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{u \in V} R_{juk} + \sum_{h \in V} R_{ihk} \leq 1 + y_{ji}, \quad \forall j \in J, \forall i \in I, \forall k \in K \quad (12)$$

$$M_{ik} - M_{lk} + (B \times R_{ilk}) \leq B - 1, \quad \forall i, l \in I, \forall k \in K \quad (13)$$

$$R_{ijk} = 0 \text{ or } 1, \quad \forall i \in V, \forall j \in V, \forall k \in K \quad (14)$$

$$y_{ji}, x_j = 0 \text{ or } 1, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (15)$$

$$M_{ki}, Q_j \geq 0, \quad \forall k \in K, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (16)$$

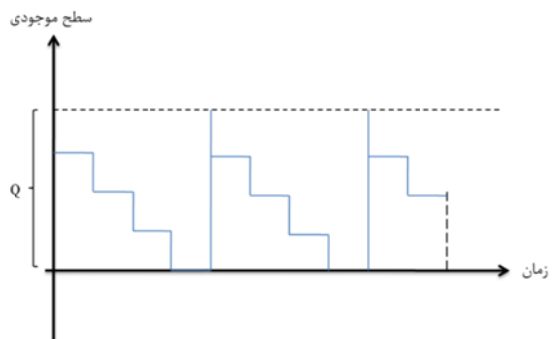
$$n_j \geq 0 \text{ and Integer}, \quad \forall j \in J \quad (17)$$

رابطه (۵) شکل کامل تابع هدف را نشان می‌دهد. محدودیت (۶) ایجاب می‌کند که هر مشتری فقط در یک مسیر قرار گیرد و کل تقاضای دوره نیاز خود را از یک وسیله حمل دریافت نماید. عدم تجاوز از ظرفیت مراکز توزیع و ظرفیت وسایل نقلیه به ترتیب توسط محدودیت‌های (۷) و (۸) تضمین می‌شوند. در محدودیت (۷) ظرفیت مرکز توزیع با مقدار سفارش اقتصادی آن مرکز مقایسه می‌شود و در محدودیت (۸) ظرفیت وسیله حمل با مجموع تقاضاهای یک دوره نیاز مشتریان تخصیص یافته به آن وسیله، مقایسه می‌شود. محدودیت (۹) بر اساس مفروضات مسأله بیان می‌کند که مقدار سفارش اقتصادی هر مرکز توزیع، مضرر صحیحی از مجموع تقاضاهای یک دوره نیاز مشتریان

با توجه به اینکه در طی یک سال  $q$  دوره نیاز برای مشتریان وجود دارد، هزینه کل مسیریابی سالیانه از رابطه (۳) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} C2 = & q \left( \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_j R_{jik} \right. \\ & \left. + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} t c_{ij} R_{ijk} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

همان گونه که پیشتر گفته شد هزینه‌های موجودی مربوط به مسأله مورد بررسی بر اساس مدل EOQ محاسبه می‌شود. شکل (۱) گسسته بودن نحوه مصرف موجودی سالیانه هر یک از مراکز توزیع فعال را در مسأله مورد بررسی نشان می‌دهد. همان گونه که در این شکل نشان داده شده است کلیه تقاضاهای یک دوره نیاز مشتریان تخصیص یافته به مرکز توزیع در ابتدای دوره نیاز از مرکز توزیع خارج می‌شوند. همچنین پس از دریافت سفارش، بلافاصله تقاضاهای مربوط به اولین دوره نیاز بدون وارد شدن به مرکز توزیع از طریق مسیرهای تعیین شده برای مشتریان تخصیص یافته ارسال می‌گردد.



شکل ۱. نحوه مصرف موجودی در هر یک از مراکز توزیع فعال

با توجه به شکل (۱) هزینه موجودی سالیانه مربوط به هر مرکز توزیع براساس رابطه (۴) از مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی، نگهداری و خرید سالیانه به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} C3 = & \sum_{j \in J} \left( A_j \left[ \frac{q \sum_i d_i y_{ji}}{Q_j} \right] \right. \\ & \left. + h_j \left[ \frac{Q_j - \sum_i d_i y_{ji}}{2} \right] \right. \\ & \left. + o_j q \sum_i d_i y_{ji} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

با در اختیار داشتن سه جزء اصلی تابع هدف، ساختار کامل مدل ریاضی به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$C4 = A_j q \left[ \sum_{m=1}^N \frac{w_{jm}}{m} \right], \forall j \in J \quad (20)$$

$$n_j = \sum_{m=1}^N m w_{jm}, \forall j \in J \quad (21)$$

$$\sum_{m=1}^N w_{jm} \leq 1, \forall j \in J \quad (22)$$

$$\sum_{m=1}^N w_{jm} \geq \sum_{i \in I} \frac{y_{ji}}{B}, \forall j \in J \quad (23)$$

$$w_{jm} = 0 \text{ or } 1, \forall j \in J, \forall m \in \{1, 2, 3, \dots, N\} \quad (24)$$

در معادلات فوق  $w_{jm}$  یک متغیر دودویی است و  $N$  برابر با حداکثر مقداری است که می‌توان به متغیر  $n_j$  تخصیص داد. برای محاسبه  $N$  از محدودیت (۱۹) استفاده می‌شود. در این محدودیت اگر مرکز توزیع، فعال شود آنگاه  $n_j$  در حداکثر مقدار خود خواهد بود اگر مرکز توزیع، حداقل مقدار تقاضا را برآورده نماید. به عبارت دیگر تنها یک مشتری با کمترین مقدار تقاضا به مرکز توزیع تخصیص یابد. محدودیت‌های (۲۲) و (۲۳) بیان می‌کنند که اگر حداقل یک مشتری به مرکز توزیع تخصیص یابد آنگاه به طور قطع، یکی از متغیرهای  $w$  مقدار یک را خواهد گرفت (و در نتیجه، متغیر  $n_j$  مقدار می‌گیرد). در صورتی که مرکز توزیع فعال نشود تمامی متغیرهای  $w$  برای آن مرکز توزیع برابر صفر می‌گردند و در نتیجه متغیر  $n_j$  نیز صفر می‌شود.

عبارت  $n_j \sum_{i \in I} d_i y_{ji}$  در تابع هدف و سمت چپ محدودیت (۱۹) غیرخطی است. با استفاده از متغیر کمکی  $yn_{ji}$  می‌توان عبارت مذکور را با استفاده از رابطه (۲۵) و افزودن محدودیت‌های (۲۶) تا (۲۹) خطی نمود. در این روابط  $M$  یک عدد مثبت بزرگ است.

$$n_j \sum_{i \in I} d_i y_{ji} = \sum_{i \in I} d_i yn_{ji}, \forall j \in J \quad (25)$$

$$yn_{ji} \geq n_j - M(1 - y_{ji}), \forall i \in I, \forall j \in J \quad (26)$$

$$yn_{ji} \leq n_j + M(1 - y_{ji}), \forall i \in I, \forall j \in J \quad (27)$$

$$yn_{ji} \leq M y_{ji}, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (28)$$

$$yn_{ji} \geq 0 \text{ and Integer}, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (29)$$

عبارت  $x_j \sum_{i \in I} d_i y_{ji}$  در سمت راست محدودیت (۱۹) غیرخطی است. با استفاده از متغیر کمکی  $yx_{ji}$  می‌توان عبارت مذکور را با استفاده از رابطه (۳۰) و افزودن محدودیت‌های (۳۱) تا (۳۳) خطی نمود.

$$x_j \sum_{i \in I} d_i y_{ji} = \sum_{i \in I} d_i yx_{ji}, \forall j \in J \quad (30)$$

$$x_j + y_{ji} - yx_{ji} \leq 1, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (31)$$

تخصیص یافته به آن مرکز توزیع است. اصل بقای جریان در هر گره از شبکه توسط محدودیت (۱۰) اعمال می‌شود. محدودیت (۱۱) تضمین می‌کند که هر وسیله حمل حداکثر به یک مرکز توزیع و یک مسیر حمل، تخصیص یابد. محدودیت (۱۲) ارتباط بین تخصیص و مسیریابی را در مدل ارائه شده نشان می‌دهد. این محدودیت بیان می‌کند که اگر وسیله حمل، مسیر خود را از یک مرکز توزیع شروع نماید و در این مسیر، یک مشتری را ملاقات کند آنگاه آن مشتری به مرکز توزیع مذکور تخصیص می‌یابد. محدودیت (۱۳) عدم ایجاد زیرتور را تضمین می‌نماید. محدودیت‌های (۱۴) تا (۱۷) دامنه متغیرهای مربوط به مدل ارائه شده را نشان می‌دهند. برای ساده‌سازی مدل ارائه شده، می‌توان با توجه به محدودیت (۹) متغیر  $Q_j$  را در تابع هدف با معادل آن جایگزین نمود. با این کار علاوه بر حذف متغیر  $Q_j$  از مدل، محدودیت (۹) نیز حذف می‌شود. با این جایگذاری تابع هدف و محدودیت (۷) به ترتیب به رابطه (۱۸) و محدودیت (۱۹) تبدیل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{j \in J} f_j x_j + q \left( \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_j R_{jik} \right. \\ & \left. + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} t c_{ij} R_{ijk} \right) \\ & + \sum_{j \in J} \left( A_j \left[ \frac{q \sum_i d_i y_{ji}}{n_j \sum_i d_i y_{ji}} \right] \right. \\ & \left. + h_j \left[ \frac{(n_j - 1) \sum_i d_i y_{ji}}{2} \right] \right. \\ & \left. + o_j q \sum_i d_i y_{ji} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

$$n_j \sum_{i \in I} d_i y_{ji} \leq \left[ b_j + \sum_{i \in I} d_i y_{ji} \right] x_j, \forall j \in J \quad (19)$$

مدل ارائه شده یک برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح آمیخته است. در ادامه به منظور فراهم نمودن امکان استفاده از نرم‌افزارهای حل مدل‌های عدد صحیح، از چند رویه خطی‌سازی استفاده می‌شود. در معادله (۱۸) که تابع هدف مدل ریاضی را نشان می‌دهد در بخش محاسبه هزینه سفارش‌دهی سالیانه، متغیر  $n_j$  در مخارج کسر قرار گرفته است. اگر مرکز توزیع به دلیل عدم تخصیص مشتری، غیرفعال باقی بماند آنگاه هزینه سفارش‌دهی سالیانه مرکز توزیع برابر صفر خواهد بود. از طرفی، در صورتی که مرکز توزیع، فعال شود آنگاه هزینه سفارش‌دهی سالیانه مرکز توزیع  $A_j q / n_j$  می‌باشد. با محاسبه هزینه سفارش‌دهی سالیانه هر مرکز توزیع از طریق رابطه (۲۰) و افزودن محدودیت‌های (۲۱) تا (۲۴) به مدل می‌توان متغیر  $n_j$  را از مخارج کسر حذف نمود.

استفاده شده است. در ادامه اجزای الگوریتم ژنتیک پیشنهادی تشریح می‌گردند.

### ۳-۱. نحوه نمایش راه‌حل و تولید جمعیت اولیه

یکی از مهمترین بخش‌های طراحی هر الگوریتم فراابتکاری، تعیین نحوه نمایش راه‌حل<sup>۱۱</sup> است. نحوه نمایش با تصویر کردن خصوصیات راه‌حل در رشته‌ای از نمادها، یک ارتباط منطقی را بین فضای اصلی مسأله و فضای جستجو توسط الگوریتم حل، ایجاد می‌نماید. در این مقاله به منظور نمایش راه‌حل مسأله مورد بررسی از ویژگی‌های ساختاری که یو و همکاران [۱۸] برای مسأله LRP ارائه داده‌اند استفاده می‌شود. هر راه‌حل از مسأله مورد بررسی به وسیله رشته‌ای از اعداد به طول  $n + 3m$ ، شامل جایگشتی از  $n$  مشتری،  $m$  مرکز توزیع بالقوه و  $2m$  صفر زائد نشان داده می‌شود. در این ساختار مشتریان توسط مجموعه اعداد  $\{1, 2, \dots, n\}$  و مراکز توزیع توسط مجموعه اعداد  $\{n + 1, n + 2, \dots, n + m\}$  نمایش داده می‌شوند. با استفاده از این ساختار می‌توان مراکز توزیع فعال و غیرفعال، نحوه تخصیص مشتریان به مراکز فعال و مسیر وسایل نقلیه را مشخص نمود. وجود صفرهای زائد در هر کروموزوم باعث گسترش فضای راه‌حل می‌گردند و الگوریتم را در رسیدن به راه‌حل بهتر کمک می‌نمایند زیرا علاوه بر محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه، صفرهای زائد می‌توانند باعث خاتمه دادن به مسیر وسایل نقلیه گردند.

در هر کروموزوم، عددی که در ژن اول قرار می‌گیرد باید از میان مجموعه اعداد  $\{n + 1, n + 2, \dots, n + m\}$  انتخاب شود. به عبارت دیگر ژن اول باید نشان‌دهنده یک مرکز توزیع باشد. هر مرکز توزیع، مشتریان قرار گرفته مابین شماره متناظرش و شماره مرکز توزیع بعدی را سرویس می‌دهد. برای هر مرکز توزیع، اولین مسیر از اولین مشتری که بعد از مرکز توزیع قرار دارد، شروع شده و با اضافه شدن مشتریان بعدی ادامه می‌یابد. در صورتی که با اضافه شدن مشتری به مسیر فعلی از ظرفیت وسیله حمل تجاوز شود، مسیر بسته شده و مشتری مذکور در ابتدای مسیر بعدی قرار می‌گیرد. همچنین اگر مسیر با صفر مواجه شود، بسته شده و مشتری قرار گرفته پس از صفر در ابتدای مسیر جدید قرار می‌گیرد. در واقع صفرهای زائد به صورت تصادفی و بدون آنکه محدودیت ظرفیت وسیله حمل نقض شده باشد، باعث بسته شدن مسیر می‌گردند. شکل (۲) نمونه‌ای از کروموزوم را برای شبکه توزیعی مشتمل بر پنج مشتری و دو مرکز توزیع نشان می‌دهد. در این کروموزوم، کلیه مشتریان به مرکز توزیع ۱ (شماره ۶) تخصیص یافته و از طریق مسیرهای تعیین شده با رعایت محدودیت ظرفیت وسایل حمل، سرویس داده می‌شوند. همچنین با توجه به آنکه بعد از مرکز توزیع ۲ (شماره ۷) فقط صفرهای زائد قرار دارند لذا این مرکز توزیع فعال نمی‌گردد.

$$2yx_{ji} \leq x_j + y_{ji}, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (32)$$

$$yx_{ji} = 0 \text{ or } 1, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (33)$$

اگر از روابط (۲۰) و (۲۵) در معادله (۱۸) و از روابط (۲۵) و (۳۰) در محدودیت (۱۹) استفاده شود آنگاه روابط (۱۸) و (۱۹) به ترتیب به روابط (۳۴) و (۳۵) تبدیل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{j \in J} f_j x_j \\ & + q \left( \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_j R_{jik} \right. \\ & \left. + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} tc_{ij} R_{ijk} \right) \\ & + \sum_{j \in J} \left( A_j q \left[ \sum_{m=1}^N \frac{w_{jm}}{m} \right] \right. \\ & \left. + h_j \left[ \frac{\sum_{i \in I} d_i y_{ji} - \sum_i d_i y_{ji}}{2} \right] \right. \\ & \left. + o_j q \sum_i d_i y_{ji} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\sum_{i \in I} d_i y_{ji} \leq b_j x_j + \sum_{i \in I} d_i y_{xi}, \forall j \in J \quad (35)$$

با استفاده از رویه‌های خطی سازی فوق، مدل ارائه شده به یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته تبدیل می‌شود. در این مدل، رابطه (۳۴) به عنوان تابع هدف و روابط (۶)، (۸)، (۱۰) تا (۱۷)، (۲۱) تا (۲۴)، (۲۶) تا (۲۹)، (۳۱) تا (۳۳) و (۳۵) به عنوان محدودیت‌ها در نظر گرفته می‌شوند. اکنون می‌توان برای حل مدل ریاضی ارائه شده از نرم‌افزارهای حل مدل‌های عدد صحیح استفاده نمود.

### ۳. الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یک تکنیک جستجوی تصادفی هدایت شده است که با الهام از قوانین تکامل، برای اولین بار توسط هالند و همکارانش [۱۴] معرفی گردید. این الگوریتم در ابتدا با یک جمعیت اولیه<sup>۱۲</sup> از راه‌حل‌ها که معمولاً به صورت تصادفی تولید می‌شوند، آغاز می‌گردد. هر عضو از جمعیت، نماینده یک راه‌حل از فضای جواب بوده و در اصطلاح کروموزوم نامیده می‌شود. هر کروموزوم با یک مقدار برازندگی<sup>۱۳</sup>، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در هر حلقه اصلی از الگوریتم، کروموزوم‌ها با استفاده از عملگرهای ژنتیکی و به منظور ایجاد جمعیت جدید ترکیب می‌شوند. کروموزوم‌ها طی دوره‌های مکرر تکامل یافته و این فرآیند تا برقراری شرایط توقف از پیش تعیین شده، تکرار می‌شود. تحقیقات سید حسینی و همکاران [۱۵]، ظفری و همکاران [۱۶] و زرین‌پور و همکاران [۱۷] نمونه‌ای از تحقیقاتی هستند که در آنها از الگوریتم ژنتیک برای حل مسائل مرتبط با موضوع تحت بررسی

گرفتن محدودیت‌های مسأله از رابطه (۳۶) برای محاسبه مقدار سفارش اقتصادی در تابع هدف استفاده نموده‌اند.

$$Q_j = \sqrt{\frac{2A_j q \sum_{i \in I} d_i \gamma_{ji}}{h_j}} \quad (36)$$

اگرچه مقدار سفارش اقتصادی به عنوان یکی از متغیرهای تصمیم مسأله باید از حل بهینه مدل ریاضی ارائه شده به دست آید، نتایج حل تعداد زیادی از مسائل نمونه این واقعیت را نشان می‌دهد که بهترین مقدار به دست آمده برای متغیر  $Q_j$  برابر با بهترین مقداری است که با در نظر گرفتن رابطه (۳۶) و محدودیت‌های مسأله به دست می‌آید. بنابراین در این تحقیق نیز به منظور محاسبه مقدار سفارش اقتصادی مراکز توزیع فعال، از رابطه (۳۶) استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن رابطه (۳۶) و رابطه (۹) متغیر  $Q_j$  از مدل ریاضی حذف شده و محاسبه متغیر  $n_j$  برای مراکز توزیع فعال بر اساس رابطه (۳۷) انجام می‌گیرد.

$$n_j = \left\lceil \sqrt{\frac{2A_j q}{h_j \sum_{i \in I} d_i \gamma_{ji}}} \right\rceil \quad (37)$$

که در آن علامت  $\lceil \cdot \rceil$  نشان دهنده جزء صحیح است. در محاسبه مقدار این متغیر باید محدودیت (۱۹) نیز لحاظ گردد. بنابراین مقدار این متغیر به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$n_j = \begin{cases} \left\lceil \frac{b_j}{\sum_{i \in I} d_i \gamma_{ji}} \right\rceil + 1 & \text{if } \left\lceil \sqrt{\frac{2qA_j}{h_j \sum_{i \in I} d_i \gamma_{ji}}} \right\rceil + 1 > \left\lceil \frac{b_j}{\sum_{i \in I} d_i \gamma_{ji}} \right\rceil + 1 \\ \left\lceil \sqrt{\frac{2qA_j}{h_j \sum_{i \in I} d_i \gamma_{ji}}} \right\rceil \text{ or } \left\lceil \sqrt{\frac{2qA_j}{h_j \sum_{i \in I} d_i \gamma_{ji}}} \right\rceil + 1 & \text{o. w.} \end{cases} \quad (38)$$

انتخاب نسل بعد از یک عملگر انتخاب ترکیبی شامل استراتژی نخبه‌گرا<sup>۱۴</sup> و روش تصادفی استفاده می‌شود بدین معنی که ابتدا درصدی از بهترین کروموزوم‌های هر نسل، مستقیماً به نسل بعدی انتقال می‌یابند و سپس مابقی کروموزوم‌های مورد نیاز به صورت تصادفی از میان جمعیت باقی مانده، انتخاب می‌شوند.

عملگر هم‌گذری بر روی دو کروموزوم انتخاب شده از جمعیت صورت می‌گیرد و اطلاعات این دو کروموزوم را به منظور تولید دو کروموزوم جدید ترکیب می‌نماید. عملگر هم‌گذری به منظور ایجاد تنوع در جمعیت و همچنین بهبود نقاط جستجو انجام می‌شود و وظیفه هدایت الگوریتم برای جستجوی مناطق جستجو نشده فضای راه‌حل را بر عهده دارد. در الگوریتم ارائه شده از عملگر هم‌گذری انطباق جزئی<sup>۱۵</sup> (PMX) استفاده می‌شود. نحوه عملکرد PMX به این صورت است که ابتدا دو نقطه پیوند به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند و ژن‌های بین این دو نقطه در والدین

۰ ۰ ۷ ۲ ۴ ۰ ۳ ۱ ۵ ۰ ۶

## شکل ۲. نمونه‌ای از نمایش راه‌حل برای شبکه توزیعی

### مشتمل بر پنج مشتری و دو مرکز توزیع

در ساختار تعریف شده، همواره عدم‌تجاوز از ظرفیت وسایل نقلیه رعایت می‌شود زیرا همواره قبل از نقض این محدودیت، مسیر بسته می‌شود. همچنین محدودیت ظرفیت مراکز توزیع نیز هیچگاه نقض نمی‌شود زیرا حتی اگر کلیه مشتریان به یک مرکز توزیع تخصیص یابند آنگاه متغیر  $n_j$  متناظر با آن مرکز توزیع، حداقل مقدار متناظر (یعنی یک) را گرفته و معادله (۱۹) محترم شمرده می‌شود. بنابراین در الگوریتم توسعه داده شده، کلیه راه‌حل‌های تولید شده، شدنی هستند.

### ۳-۲. محاسبه برازندگی

در الگوریتم ژنتیک ارائه شده، مقدار تابع هدف مدل ریاضی ارائه شده (رابطه (۱۸)) به ازای هر راه‌حل به عنوان میزان برازندگی آن راه‌حل در نظر گرفته می‌شود. برای محاسبه تابع هدف، لازم است نخست مقدار سفارش اقتصادی تعیین گردد. احمدی جاوید و آزاد [۱۲] و احمدی جاوید و صدیقی [۱۳] در مطالعات خود به منظور محاسبه مقدار سفارش اقتصادی از تابع هدف نسبت به متغیر  $Q_j$  مشتق گرفته و آن را برابر صفر قرار داده‌اند و در نهایت با در نظر

نکته حائز اهمیت آنکه لحاظ نمودن روابط بالا در مدل‌سازی مسأله، منجر به غیرخطی شدن مدل ریاضی مسأله پیشنهادی می‌گردد. بنابراین در این تحقیق به منظور دستیابی به راه‌حل بهینه سراسری از مدل MILP ارائه شده در بخش ۲ استفاده شده است و از روابط بالا صرفاً به منظور کاهش مقدار  $N$  در معادله‌های (۲۰) تا (۲۴) بهره گرفته می‌شود. به منظور افزایش کارایی، روابط فوق در الگوریتم ژنتیک جهت محاسبه مقادیر برازندگی به کار گرفته می‌شوند.

### ۳-۳. عملگرهای ژنتیکی

در الگوریتم ژنتیک، در هر نسل مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها (والدین) به منظور تولید فرزندان انتخاب می‌شوند. در الگوریتم ارائه شده والدین به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند تا عملگرهای هم‌گذری (تقاطع)<sup>۱۲</sup> و جهش<sup>۱۳</sup> بر روی آنها اعمال گردند. همچنین به منظور



نقاط برش، انطباق‌های جزئی شامل  $4 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0, 3 \rightarrow 5, 5 \rightarrow 2$ ،  $4 \rightarrow 7, 4 \rightarrow 0, 2 \rightarrow 0$  می‌باشند. با توجه به این انطباق‌های جزئی، ژن‌های اول تا سوم و نهم تا یازدهم فرزندان تولید شده بدین صورت مقداردهی می‌شوند. در کروموزوم فرزند اول، از آنجایی که مقدار ژن اول از والد اول (یعنی مقدار ۶)، در ژن‌های چهارم تا هشتم وجود ندارد، این مقدار در ژن اول این فرزند قرار می‌گیرد. مقدار ژن دوم والد اول (یعنی صفر با شماره ۱) در ژن‌های چهارم تا هشتم فرزند اول وجود دارد و بنابراین تکرار آن مجاز نیست و لازم است از انطباق‌های جزئی استفاده شود. براساس مجموعه انطباق‌ها،  $0(1)$  با مقدار ۳ انطباق دارد؛ از آنجایی که مقدار ۳ در ژن‌های چهارم تا هشتم فرزند اول وجود ندارد، این مقدار در ژن دوم قرار داده می‌شود. مقدار ژن سوم والد اول برابر ۵ است و نمی‌توان آن را در ژن سوم فرزند اول قرار داد زیرا مقدار ژن ششم فرزند اول، برابر ۵ است. با توجه به انطباق‌ها جزئی، مقدار ۵ با  $0(2)$  انطباق دارد و از آنجایی که  $0(2)$  در فرزند اول وجود ندارد، این مقدار به ژن سوم فرزند اول اختصاص می‌یابد. سایر مقادیر فرزند اول و همچنین فرزند دوم به نحوی مشابه به دست می‌آید.

جایجا شده تا فرزندان اولیه ایجاد شوند. در این مرحله، فرزندان اولیه نمایانگر یک جایگشت نیستند زیرا این احتمال وجود دارد که برخی از مقادیر در هر یک از دو کروموزوم، تکراری باشند. در ادامه این رویه، ژن‌های بین دو نقطه پیوند در فرزندان اولیه بدون تغییر باقی مانده و ژن‌های تکراری در هر یک از فرزندان اولیه با ژن‌های تکراری موجود در فرزند دیگر جایجا می‌شوند. این نوع همگذری صرفاً برای کروموزوم‌هایی قابل استفاده است که فاقد ژن‌های تکراری باشند. در نحوه نمایش ارائه شده، صفرهای موجود باعث می‌شوند ساختار کروموزوم از این قاعده تبعیت نکند. برای برطرف نمودن این مشکل و امکان استفاده از PMX لازم است صفرهای موجود در کروموزوم، متمایز گردند. برای متمایز ساختن صفرها، به هر یک از آنها، عددی بین ۱ تا 2m به صورت تصادفی تخصیص می‌یابد. برای روشن شدن نحوه به کارگیری این نوع همگذری، مثالی در شکل (۳) نشان داده شده است. در این شکل، اعدادی که در پرانتز در جلوی صفرها نوشته شده است، شماره صفر مربوطه را نشان می‌دهد. در این مثال، نقاط برش بعد از ژن سوم و قبل از ژن نهم انتخاب شده است و بنابراین ژن‌های چهارم تا هشتم فرزند اول و دوم به ترتیب از والد دوم و والد اول، گرفته شده‌اند. با توجه به

والد اول	۶	۰(۱)	۵	۱	۳	۰(۲)	۴	۲	۷	۰(۴)	۰(۳)
والد دوم	۶	۱	۰(۲)	۴	۰(۱)	۵	۷	۰(۴)	۲	۰(۳)	۳
فرزند اول	۶	۳	۰(۲)	۴	۰(۱)	۵	۷	۰(۴)	۱	۲	۰(۳)
فرزند دوم	۶	۷	۵	۱	۳	۰(۲)	۴	۲	۰(۴)	۰(۳)	۰(۱)

شکل ۳. نحوه عملکرد عملگر همگذری

تعویض<sup>۱۶</sup> استفاده می‌شود. نحوه عملکرد این عملگر بدین صورت است که ابتدا دو ژن به صورت تصادفی از راه‌حل فعلی انتخاب می‌شوند و سپس مقادیر آنها با یکدیگر تعویض می‌گردند. در شکل (۴) نحوه عملکرد این عملگر نشان داده شده است.

عملگر جهش به منظور ایجاد تغییرات جزئی در ساختار ژنتیکی کروموزوم به کار می‌رود. این عملگر نیز موجب ایجاد تنوع در جمعیت از طریق تولید اطلاعات جدید می‌شود و پیوستگی فضای جستجو را تضمین می‌نماید. در الگوریتم ارائه شده از عملگر جهش

والد اول	۶	۰	۵	۱	۳	۰	۴	۲	۷	۰	۰
فرزند اول	۶	۲	۵	۱	۳	۰	۴	۰	۷	۰	۰

شکل ۴. نحوه عملکرد عملگر جهش

روش تولید جمعیت اولیه و نحوه عملکرد عملگرهای همگذری و جهش ممکن است کروموزوم‌هایی در جمعیت ایجاد شوند که این

در ساختاری که برای نمایش هر کروموزوم در نظر گرفته شده است، ژن اول باید نشان‌دهنده یک مرکز توزیع باشد. با توجه به

• برای تعیین پارامترهای  $A_j$  و  $h_j$  به ترتیب از توزیع‌های یکنواخت پیوسته در بازه‌های [۱۵-۱۰] و [۸-۵] استفاده می‌شود.

یکی از مهمترین عوامل تأثیرگذار در کیفیت راه‌حل‌های نهایی به دست آمده از الگوریتم‌های فراابتکاری، تنظیم پارامترهای الگوریتم است. به منظور تنظیم پارامترهای الگوریتم ارائه شده، ترکیب‌های مختلف متشکل از مقادیر متفاوت برای هر پارامتر مورد بررسی قرار می‌گیرند. سپس با در نظر گرفتن کیفیت و زمان لازم جهت دستیابی به راه‌حل‌های نهایی، مقادیر مناسب برای پارامترهای الگوریتم انتخاب می‌شوند. در این مقاله پس از آزمودن ترکیب‌های مختلف از پارامترهای اولیه، اندازه جمعیت برابر با  $20(n)$ ، اندازه نسل برابر با  $15(m+n)$ ، نرخ عملگر همگذری برابر با  $80\%$ ، نرخ عملگر جهش برابر با  $20\%$  و نرخ نخبه‌گرایی برابر با  $30\%$  در نظر گرفته شده‌اند که در آن  $m$  تعداد مراکز توزیع بالقوه و  $n$  تعداد مشتریان می‌باشد.

برای انجام آزمایش‌های محاسباتی، ابتدا براساس رویه‌ای که گفته شد ۱۰ مثال عددی به صورت تصادفی تولید می‌شوند. سپس نتایج به دست آمده از حل مثال‌های نمونه توسط حل‌کننده CPLEX از نرم‌افزار بهینه‌سازی GAMS و الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، مورد مقایسه قرار می‌گیرند. کلیه محاسبات به وسیله یک کامپیوتر شخصی با پردازشگر مرکزی چهارهسته‌ای ۲/۳ گیگا هرتز و حافظه اصلی چهار گیگابایت انجام شده است. همچنین حداکثر زمان اجرای نرم‌افزار GAMS دو ساعت در نظر گرفته شده و الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در زبان برنامه‌نویسی C# کد شده است. در جدول (۱) اطلاعات مربوط به مثال‌های نمونه و نتایج محاسباتی ارائه شده است.

ویژگی را نداشته باشند. در این صورت باید پیش از محاسبه برانزدگی، کروموزوم‌های مذکور اصلاح گردند. اصلاح کروموزوم‌های نشدنی بدین صورت است که ابتدا ژن‌های قبل از اولین مرکز توزیع از راه‌حل جدا شده و سپس با همان ترتیب به انتهای راه‌حل اضافه می‌گردند. با انجام این عمل، اولین ژن راه‌حل یک مرکز توزیع را نشان خواهد داد.

#### ۴. نتایج محاسباتی

در این بخش از مقاله، عملکرد الگوریتم ژنتیک ارائه شده، مورد بررسی قرار می‌گیرد. به علت عدم وجود داده‌های استاندارد، به منظور بررسی کارایی الگوریتم ارائه شده چندین مسأله نمونه به صورت تصادفی تولید می‌شوند. ابعاد هر مسأله نمونه به وسیله تعداد مراکز توزیع بالقوه و تعداد مشتریان مشخص می‌گردد. در این مقاله، مسائل نمونه با در نظر گرفتن اطلاعات زیر تولید شده‌اند:

- ظرفیت وسایل نقلیه برابر با ۱۰۰ واحد است.
- دوره نیاز مشتریان به صورت روزانه در نظر گرفته می‌شود ( $q=365$ ).
- هزینه سفر بین هر دو نقطه، متناسب با فاصله مستقیم میان آن دو نقطه است.
- هزینه خرید و انتقال هر واحد محصول از تأمین‌کننده اصلی به مراکز توزیع برابر با ۰/۵ واحد است.
- ظرفیت هر مرکز توزیع ۲۰۰۰ واحد در نظر گرفته می‌شود.
- هزینه ثابت سالیانه هر مرکز توزیع ۱۰۰۰۰ واحد و هزینه ثابت هر بار استفاده از وسیله نقلیه ۱ واحد است.
- برای تعیین تقاضای هر مشتری، عددی به صورت تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه [۱۵-۱۰] تولید می‌شود. لازم به ذکر است که تقاضای دوره‌های نیاز هر مشتری ثابت می‌باشد.

جدول ۱. مقایسه الگوریتم ژنتیک ارائه شده و نرم‌افزار GAMS در حل مسائل نمونه

شماره مسأله	ابعاد مسأله $(m, n)$	GAMS		GA	
		مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)
۱	۲، ۴	۱۴۸۸۲/۸۱	۰/۶	۱۴۸۸۲/۸۱	۰/۱۵
۲	۲، ۵	۱۶۵۹۱/۰۴	۱/۸	۱۶۵۹۱/۰۴	۰/۲۳
۳	۳، ۶	۱۶۷۰۰/۶۲	۴۱	۱۶۷۰۰/۶۲	۰/۳۹
۴	۲، ۷	۲۰۲۵۱/۳۹	۲۵۸	۲۰۲۵۱/۳۹	۰/۴۱
۵	۳، ۷	۱۹۰۰۹/۰۵	۴۶۵	۱۹۰۰۹/۰۵	۰/۵۲
۶	۲، ۱۰	۲۰۲۴۶/۸۵	۱۲۵۴	۲۰۲۴۶/۸۵	۱/۰۱
۷	۳، ۱۲	۲۶۱۰۲/۶۱	۵۸۴۹	۲۶۱۰۵/۵۴	۱/۵۹
۸	۵، ۱۵	*۲۶۳۰۴/۶۱	۷۲۰۰	۲۶۲۱۷/۸	۳/۵۰
۹	۵، ۲۰	*۳۸۱۹۵/۳۹	۷۲۰۰	۳۸۱۱۲/۳	۶/۹۴
۱۰	۶، ۲۵	*۴۰۴۴۰/۵۱	۷۲۰۰	۳۸۷۵۹/۸	۱۳/۱۴

نقلیه و کنترل موجودی مراکز توزیع با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های سیستم توزیع برای یک شبکه توزیع سه سطحی شامل یک تأمین‌کننده اصلی، چند مرکز توزیع بالقوه و تعدادی مشتری مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور، مسأله مورد بررسی با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و مفروضات تعیین شده به صورت برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح آمیخته مدل‌سازی گردید به گونه‌ای که روند مصرف موجودی مراکز توزیع و نقطه سفارش مجدد آنها مشخص باشند و محدودیت‌های ظرفیت مراکز توزیع و ظرفیت وسایل حمل به درستی اعمال شوند تا مشکلات موجود در تحقیقات پیشین برطرف گردند. با افزایش ابعاد مسأله، زمان حل دقیق مدل ریاضی ارائه شده به شدت افزایش می‌یابد. بنابراین در ادامه به منظور حل مسائل نمونه، الگوریتم فراابتکاری ژنتیک توسعه داده شد و با انجام آزمایش‌های محاسباتی، کارایی الگوریتم ژنتیک ارائه شده مورد ارزیابی قرار گرفت.

در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای مسأله و مطالعه مسأله در حالت چندهدفه اگرچه منجر به پیچیدگی بیشتر مسأله می‌گردد اما مسأله را به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر می‌کند و می‌تواند به عنوان زمینه‌هایی مناسب برای تحقیقات آتی مدنظر قرار گیرند. همچنین توسعه روش‌های ابتکاری و فراابتکاری دیگر برای حل مسأله به منظور بهبود نتایج این مقاله می‌تواند به عنوان یکی از زمینه‌های مناسب تحقیقات آتی قلمداد شود.

در این جدول، نتایجی که توسط الگوریتم ژنتیک ارائه شده است میانگین مقدار تابع هدف در طول ۱۰ بار اجرای برنامه می‌باشند و علامت \* در ستون ۳ بدین معنی است که نرم‌افزار GAMS در مدت زمان دو ساعت قادر به یافتن راه‌حل بهینه نشده است و این راه‌حل بهترین راه‌حل به دست آمده در این بازه زمانی بوده است. همان گونه که مشاهده می‌شود در هفت مثال اول، نرم‌افزار GAMS در زمانی کمتر از دو ساعت به راه‌حل بهینه دست یافته است. این در حالی است که الگوریتم ژنتیک ارائه شده نیز در زمانی بسیار کمتر به راه‌حل بهینه دست یافته است. برای مثال‌های ۸ تا ۱۰، نرم‌افزار GAMS قادر به یافتن راه‌حل بهینه در مدت زمان دو ساعت نشده است در حالی که الگوریتم ژنتیک توانسته است در زمانی بسیار کمتر، راه‌حل‌های بهتری را ارائه نماید. همچنین در این جدول مشاهده می‌شود که با افزایش ابعاد مسأله، زمان رسیدن به راه‌حل بهینه توسط نرم‌افزار GAMS به شدت افزایش می‌یابد در حالی که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی قادر است در زمانی بسیار کم، راه‌حل‌های مناسبی را ارائه نماید. مقایسات فوق عملکرد مناسب الگوریتم ژنتیک ارائه شده را در حل مسائل نمونه نشان می‌دهد.

## ۵. جمع‌بندی و ارائه پیشنهادها

طراحی شبکه توزیع زنجیره تأمین شامل سه مسأله اصلی مکان‌یابی تسهیلات، مسیریابی وسایل نقلیه و کنترل موجودی است. در این مقاله، مسأله مکان‌یابی مراکز توزیع، مسیریابی وسایل

### پی‌نوشت

- [2] Tavakkoli-Moghaddam R, Makui A, Mazloomi, Z. A new integrated mathematical model for a bi-objective multi depot location-routing problem solved by a multi-objective scatter search algorithm, *Journal of Manufacturing Systems*, 2010, Nos. 2-3, Vol. 29, pp. 111-119.
- [3] Min H, Jayaraman V, Srivastava R. Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions, *European Journal of Operational Research*, 1998, Vol. 108, pp. 1-15.
- [4] Nagy G, Salhi S. Location-routing, issues, models, and methods: A review, *European Journal of Operational Research*, 2007, Vol. 117, pp. 649-672.
- [5] Adelman D. A price-directed approach to stochastic inventory/routing, *Operations Research*, 2004, Vol. 52, pp. 499-514.
- [6] Yu Y, Chen H, Chu F. A new model and hybrid approach for large scale inventory routing problems, *European Journal of Operational Research*, 2008, Vol. 189, pp. 1022-1040.
- [7] Bertazzi L, Speranza MG, Savelsbergh MWP. Inventory routing. In: B. Golden, R. Raghavan, E. and Wasil, eds. *Vehicle routing: Latest advances*

1. Location - Allocation
2. Vehicle Routing
3. Lagrangian Relaxation
4. Tabu Search
5. Simulated Annealing
6. Cyclic-Routing Pattern
7. Ant Colony Optimization
8. Genetic Algorithm
9. Initial Population
10. Fitness
11. Solution representation
12. Crossover
13. Mutation
14. Elitist Strategy
15. Partially Mapped Crossover
16. Swap

### مراجع

- [۱] ذگردی، سیدحسام‌الدین؛ نیک‌بخش، احسان. حل ابتکاری و کران پایین برای مسأله مکان‌یابی - مسیریابی دو رده‌ای، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۰، شماره ۱، صص. ۱۴-۱، ۱۳۸۸.

- [14] Holland J. Adaptation in natural and artificial systems, Second edition, University of Michigan, MIT press, 1992.
- [۱۵] سيدحسيني، سيدمحمد؛ حيدري، روح‌اله؛ حيدري، طاهره. حل مسأله مکان‌یابی پایانه‌های شبکه اتوبوس‌رانی درون شهری با استفاده از الگوریتم ژنتیک، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، ۱۳۸۸، جلد ۲۰، شماره ۳، صص. ۷۵-۸۶.
- [۱۶] ظفري، علي؛ تشکري هاشمي، سيدمهدی؛ يوسفی خوشبخت، مجید. الگوریتم ترکیبی مؤثر ژنتیک برای حل مسأله مسیریابی وسیله نقلیه، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، ۱۳۸۹، جلد ۲۱، شماره ۲، صص. ۶۳-۷۶.
- [۱۷] زرین‌پور، ناعمه، شوندي، حسن؛ باقري‌نژاد، جعفر، توسعه مدل مکان‌یابی - تخصیص حداکثر پوشش با امکان ایجاد ازدحام در محیط رقابتی مبتنی بر انتخاب مشتری، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، ۱۳۹۰، جلد ۲۲، شماره ۴، صص. ۳۹۳-۴۰۴.
- [18] Yu VF, Lin SW, Lee W, Ting CJ. A simulated annealing heuristic for the capacitated location routing problem, Computers and Industrial Engineering, 2010, Vol. 58, pp. 288-299.
- and new challenges, New York, Springer, 2008, pp. 49-72.
- [8] Daskin M, Coullard C, Shen ZJ. An inventory-location model: Formulation, solution algorithm and computational results, Annals of Operations Research, 2002, Vol. 110, pp. 83-106.
- [9] Shen ZJM, Coullard CR, Daskin MS. A joint location inventory model, Transportation Science, 2003, Vol. 37, pp. 40-55.
- [10] Miranda PA, Garrido RA. Valid inequalities for lagrangian relaxation in an inventory location problem with stochastic capacity, Transportation Research Part E, 2008, Vol. 44, pp. 47-65.
- [11] Shen ZJ, Qi L. Incorporating inventory and routing cost in strategic location models, European Journal of Operational Research, 2007, Vol. 179, pp. 372-389.
- [12] Ahmadi-Javid A, Azad N. Incorporating location, routing and inventory decisions in supply chain network design, Transportation Research Part E, 2010, Vol. 46, pp. 582-597.
- [13] Ahmadi-Javid A, Seddighi A. A location - routing - inventory model for designing multisource networks, Engineering Optimization, 2012, Vol.44, pp. 582-597.